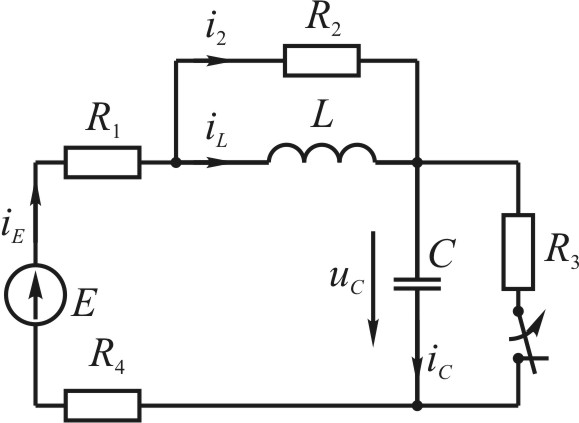
Дано: *E* = 150 В; *Em* = 150 В;  = 7000 рад/с; *e* = 120°; *L* = 4 мГн; *C* = 5 мкФ; *R*1 = 6 Ом; *R*2 = 10 Ом; *R*3 = 5 Ом; *R*4 = 4 Ом.

Найти: *uC*(*t*).

**Классический метод. Постоянное напряжение источника.**

Сопротивление последовательного соединения *R*1, *R*4



*R*14 = *R*1 + *R*4 = 6 + 4 = 10 Ом.

Алгебраизованное выражение для входного комплексного сопротивления относительно источника

*Z*(*p*) = + + *R*14 = .

Характеристическое уравнение *Z*(*p*) = 0,

*R*3(*R*2 + *R*14)*LC p*2 + ((*R*2 + *R*3 + *R*14)*L* + *R*2*R*3*R*14*C*)*p* + *R*2(*R*3 + *R*14) = 0;

5∙(10 + 10)∙4∙10-3∙5∙10-6*p*2 + ((10 + 5 + 10)∙4∙10-3 + 10∙5∙10∙5∙10-6)*p* + 10∙(5 + 10) = 0:

Корни характеристического уравнения *p*1 = – 1510 с; *p*2 = – 49700 с.

Свободная составляющая тока в индуктивности *iL*св = *A*1*ep*1*t* + *A*2*ep*2*t* = *A*1*e*–1510*t* + *A*2*e*–49700*t*.

Схема до коммутации.

Начальное значение тока в ветви c индуктивностью *iL*(0) = *E*/(*R*14 + *R*3) = 150/(10 + 5) = 10 А.

Начальное значение напряжения на емкости *uC*(0) = *iL*(0)*R*3 = 10∙5 = 50 В.

Схема после коммутации.

Принужденная составляющая напряжения на емкости *uC*пр = *E* = 150 В.

Переходное напряжение на емкости и его производная по времени

*uC*(*t*) = *uC*пр + *uC*св(*t*) = 150 + *A*1*e*–1510*t* + *A*2*e*–49700*t*;

= – 1510*A*1*e*–1510*t* – 49700*A*2*e*–49700*t*.

Система уравнений для определения неизвестных коэффициентов

*uC*(0) = *uC*пр(0) + *uC*св(0) = 150 + *A*1 + *A*2;

= – 1510*A*1 – 49700*A*2.

Уравнения по закону Кирхгофа для схемы после коммутации при *t* = 0

для правого узла – *iC*(0) + *iL*(0) + *i*2(0) = 0;

для левого контура *R*14*iE*(0) + *L*  – *uC*(0) = *E*;

для верхнего контура *R*2*i*2(0) – *L*  = 0.

Исключение величин *i*2(0), : (*R*14 + *R*2)*iC*(0) – *R*2*iL*(0) – *uC*(0) = *E*;

(10 + 10)∙*iC*(0) – 10∙1,47 – 30,0 = 150;

Зависимые начальные условия *iC*(0) = 7,5 А; = = 7,5/(5∙10-6) = 1,5∙106 В/с.

50 = 180 + *A*1 + *A*2;

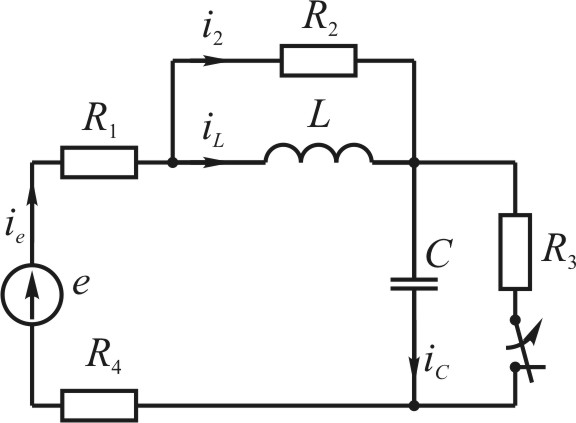
1,5∙106 = – 1510*A*1 – 49700*A*2.

Постоянные интегрирования *A*1 = – 3,6 А; *A*2 = 1,1 А.

Искомый переходный ток в индуктивности *iL*(*t*) = 10 – 3,6*e*–1510*t* + 1,1*e*–49700*t*.

**Классический метод. Переменное напряжение источника.**

Корни характеристического уравнения аналогично *p*1 = – 1510 с; *p*2 = – 49700 с.



Свободная составляющая напряжения на емкости *uC*св = *A*1*ep*1*t* + *A*2*ep*2*t* = *A*1*e*–1510*t* + *A*2*e*–49700*t*.

Реактивные сопротивления индуктивности и емкости

*XL* = *L* = 7000∙4∙10-3 = 28 Ом; *XC* = 1/(*C*) = 1/(7000∙5∙10-6) = 28,6 Ом.

Комплексные величины:

амплитуда напряжения источника ⋅*m* = *Eme**e* = 150*e*120° В;

сопротивления параллельных соединений ветвей *R*2, *L* и *R*3, *C*

*ZR*2*L* = = 1/(1/10 + 1/*j*28) = 8,87 + *j*3,17 Ом;

*ZR*3*C* = = 1/(1/5 + 1/(– *j*28,6)) = 4,85 – *j*0,85 Ом = 4,93*e – j*9,93° Ом.

Схема до коммутации.

Комплексные значения:

сопротивление цепи относительно источника *Z* = *ZR*2*L* + *ZR*3*C* + *R*14 = (8,87 + *j*3,17) + (4,85 – *j*0,85) + 10 = 23,8*e j*5,58° Ом;

амплитуды тока в ветвях с источником и индуктивностью

⋅*em* = ⋅*m*/*Z* = 150*e*120°/23,8*e j*5,58° = 6,29*e j*114,45° А;

⋅*Lm* = ⋅*em*/(*jXL*/*R*2 + 1) = 6,29*e j*114,45°/(*j*28/10 + 1) = 2,12*e j*44,11° А;

амплитуда напряжения на емкости ⋅*Cm* = ⋅*emZR*3*C* = 6,29*e j*114,45°∙4,93*e – j*9,93° = 31,0*e j*104,52° В;

ЭДС источника, ток в ветви с индуктивностью и напряжение на емкости при *t* = 0

*e*(0) = *Em* sin *e* = 150∙sin 120° = 129,9 В;

*iL*(0) = 2,12 sin 44,11° = 1,47 А;

*uC*(0) = 31,0 sin 104,52° = 30,0 В.

Cхема после коммутации.

Комплексные значения:

сопротивление цепи относительно источника *Z* = *ZR*2*L* – *jXC* + *R*14 = (8,87 + *j*3,17) – *j*28,6 + 10 = 31,6*e – j*53,34° Ом;

амплитуды тока в ветвях с источником и индуктивностью

⋅*em* = ⋅*m*/*Z* = 150*e*120°/31,6*e – j*53,34° = 4,74*e j*173,43° А;

⋅*Lm* = ⋅*em*/(*jXL*/*R*2 + 1) = 1,74*e j*173,43°/(*j*28/10 + 1) = 1,59*e j*103,09° А;

амплитуда напряжения на емкости ⋅*Cm* = ⋅*em*(– *jXC*) = 4,74*e j*173,43°∙28,6*e – j*90° = 135,4*e j*83,44° В.

Принужденная составляющая напряжения на емкости *uC*пр(*t*) = 135,4 sin(7000*t* + 83,44°).

Переходное напряжение на емкости и его производная по времени

*uC*(*t*) = *uC*пр(*t*) + *uC*св(*t*) = 135,4 sin(7000*t* + 83,44°) + *A*1*e*–1510*t* + *A*2*e*–49700*t*;

= 94500 cos(7000*t* + 83,44°) – 1510*A*1*e*–1510*t* – 49700*A*2*e*–49700*t*.

Система уравнений для определения неизвестных коэффициентов

*uC*(0) = *uC*пр(0) + *uC*св(0) = 135,4 sin 83,44° + *A*1 + *A*2;

= 94500 cos 83,44° – 1510*A*1 – 49700*A*2.

Уравнения по закону Кирхгофа для схемы после коммутации при *t* = 0

для правого узла – *iС*(0) + *iL*(0) + *i*2(0) = 0;

для левого контура *R*14*iС*(0) + *L*  – *uC*(0) = *e*(0);

для верхнего контура *R*2*i*2(0) – *L*  = 0.

Исключение величин *i*2(0), : (*R*14 + *R*2)*iС*(0) – *R*2*iL*(0) – *uC*(0) = *e*(0);

(10 + 10)∙*ie*(0) – 10∙1,47 – 30,0 = 129,9;

Зависимые начальные условия *iС*(0) = 8,73 А; = = 8,73/(5∙10-6) = 1,75∙106 В/с.

30,0 = 135,4 sin 83,44° + *A*1 + *A*2;

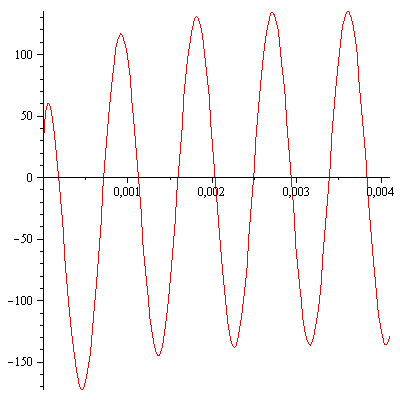
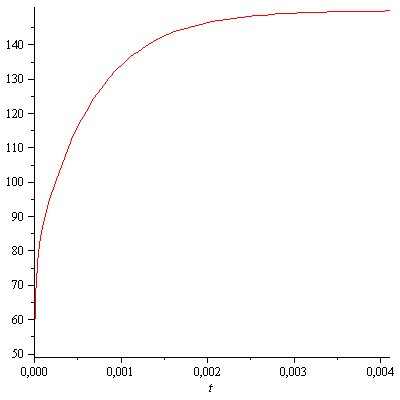
1,75∙106 = 94500 cos 83,44° – 1510*A*1 – 49700*A*2.

Постоянные интегрирования *A*1 = – 73,9 А; *A*2 = – 30,7 А.

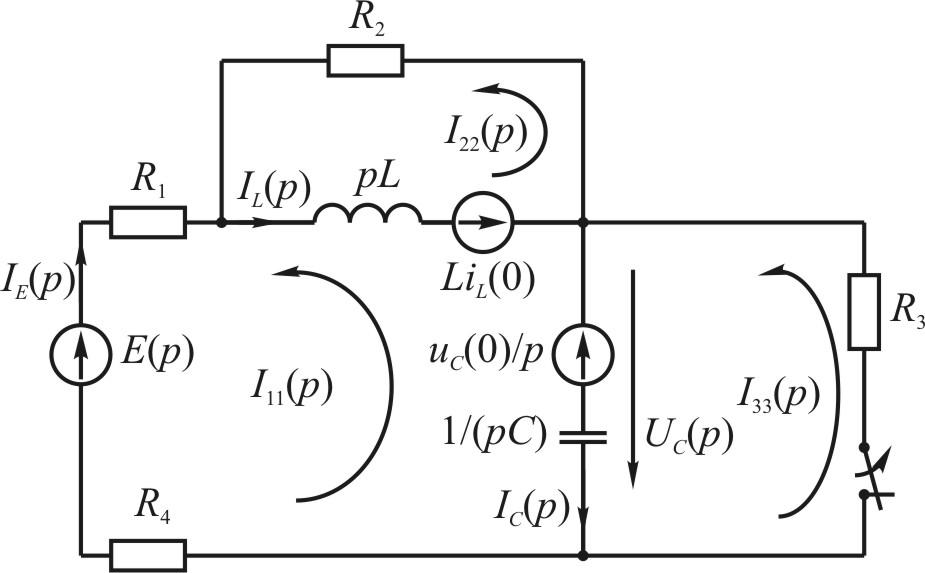
Искомое переходное напряжение на емкости *uC*(*t*) = 135,4 sin(7000*t* + 83,44°) – 73,9*e*–1510*t* – 30,7*e*–49700*t*.

Временные диаграммы переходного тока в индуктивности для постоянного и переменного напряжения

**Операторный метод. Постоянное напряжение источника.**



Эквивалентная операторная схема



Начальные условия

Ток в цепи с индуктивностью при *t* = 0: *iL*(0) = *E*/(*R*14 + *R*3) = 150/(10 + 5) = 10 А.

Напряжение на емкости при *t* = 0: *uC*(0) = *iL*(0)*R*3 = 10∙5 = 50 В.

Операторные контурные уравнения для смежных контуров-ячеек

*I*11(*p*)(*R*14 + *pL* + 1/(*pC*)) – *I*22(*p*)*pL* – *I*33(*p*)(1/(*pC*)) = – *E*(*p*) – *LiL*(0) + *uC*(0)/*p*;

*– I*11(*p*)*pL* + *I*22(*p*)(*R*2 + *pL*) = *LiL*(0);

*– I*11(*p*)(1/(*pC*)) + *I*33(*p*)(*R*3 + 1/(*pC*)) = – *uC*(0)/*p*.

Подстановка данных

*I*11(*p*)(10 + *p*∙4∙10-3 + 1/(*p*∙5∙10-6)) – *I*22(*p*)*p*∙4∙10-3 – *I*33(*p*)(1/(*p*∙5∙10-6)) = – 150/*p* – 4∙10-3∙*iL*(0) + 50/*p*;

*– I*11(*p*)*p*∙4∙10-3 + *I*22(*p*)(10 + *p*∙4∙10-3) = 4∙10-3∙*iL*(0);

*– I*11(*p*)(1/(*p*∙5∙10-6)) + *I*33(*p*)(5 + 1/(*p*∙5∙10-6)) = – *uC*(0)/*p*;

Операторные контурные токи левого и правого контуров

*I*11(*p*) = – ;

*I*33(*p*) = – .

Операторный ток в ветви с емкостью *IC*(*p*) = *I*33(*p*) – *I*11(*p*) = – .

Операторное напряжение на емкости

*UC*(*p*) = + = = = ;

*F*1(*p*) = *uC*(0)*p*2 + (100∙103*iL*(0) + 1,25∙103*uC*(0) + 1,5∙106)*p* + 3,75∙109;

*F*3(*p*) = *p*2 + 51,25∙103*p +* 75∙106;

*F*′(*p*) = 2*p* + 51250.

Корни характеристического уравнения *F*2(*p*) = 0 *p*0 = 0; *p*1 = – 1510 с; *p*2 = – 49700 с.

Переходное напряжение на емкости по теореме разложения

*uC*(*t*) = + ′+ ′=

= + *e* –1510*t* + *e* –49700*t* =

= 50 – 1,37∙10–8(– 1,51∙108*iL*(0) + 3,9∙105*uC*(0) + 1,49∙106)*e* –1510*t* – 4,17∙10–10(– 4,97∙109*iL*(0) + 4,41∙109*uC*(0) – 7,08∙1010)*e* –49700*t* А.

При подстановке *iL*(0) = 10 А, *uC*(0) = 50 В

*uC*(*t*) = 50 – 0,137*e* –1510*t* + 0,313*e* –49700*t* А

Значения тока в индуктивности, полученные классическим и операторным методами, не совпадают.