1. **Плоская система сходящихся сил**

Система сходящихся сил находится в *равновесии*, когда алгебраические суммы проекций ее слагаемых на каждую из двух координатных осей равны нулю.



Проекция силы на ось.

*Осью* называют прямую линию, которой приписано определенное направление. Проекция вектора на ось является скалярной величиной.

Проекция вектора считается положительной (+), если направление от начала к ее концу совпадает с положительным направлением оси. Проекция вектора считается отрицательной (-), если направление от начала проекции к ее концу противоположно положительному направлению оси.

Если сила совпадает с положительным направлением оси, но угол будет тупой – тогда проекция силы на ось будет отрицательною.



Итак, проекция силы на ось координат равна произведению модуля силы на косинус или синус угла между вектором силы и положительным направлением оси.

Силу, расположенную на плоскости хОу, можно спроецировать на две координатные оси Ох и Оу:

; ; .



Проекция векторной суммы на ось.

Геометрическая сумма, или равнодействующая, этих сил определяется замыкающей стороной силового многоугольника:



,



где *п – число* слагаемых векторов.

Итак, проекция векторной суммы или равнодействующей на какую-либо ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов на ту же ось.

1. **Пара сил**

Сумма проекций пары сил на ось х и на ось у равна нулю, поэтому пара сил не имеет равнодействующей. Несмотря на это тело под действием пары сил находится в равновесии.

Способность пары сил производить вращение определяется *моментом пары*, равным произведению силы на кратчайшее расстояние между линиями действия сил. Обозначим момент пары *М*, а кратчайшее расстояние между силами *а*, тогда абсолютное значение момента:



Кратчайшее расстояние между линиями действия сил называется – *плечом пары*, поэтому можно сказать, что *момент пары сил по абсолютному значению равен произведению одной из сил на ее плечо.*

Момент пары сил можно показывать дугообразной стрелкой, указывающей направление вращения.

Момент пары сил будем считать положительным, если пара стремится повернуть тело по направлению хода часовой стрелки, и отрицательным, если – против часовой стрелки.

*Две пары сил считаются эквивалентными* в том случае, если после замены одной пары другой механическое состояние тела не изменяется, т.е. не изменяется движение тела или не нарушается его равновесие.

Эффект действия пары сил на твердое тело не зависит от ее положения в плоскости. Таким образом, пару сил можно переносить в плоскости ее действия в любое положение.

Еще одно свойство пары сил, которое является основой для сложения пар:

* не нарушая состояния тела, можно как угодно изменять модули сил и плечо пары, только бы момент пары оставался неизменным.

По определению пары сил эквивалентны, т.е. производят одинаковое действие, если их моменты равны.

Если, изменив значения сил и плечо новой пары, мы сохраним равенство их моментов М 1 = М 2 или F1 a = F 2 b, то состояние тела от такой замены не нарушится.

Подобно силам пары можно складывать. Пара, заменяющая собой действие данных пар, называется *результирующей.* Действие пары сил полностью определяется ее моментом и направлением вращения. Исходя из этого, сложение пар производится алгебраическим суммированием их моментов, т.е. *момент результирующей пары равен алгебраической сумме моментов составляющих пар.*

Момент результирующей пары определится по формуле:

М= М 1 + М 2 +.**.. +** М *п.*= М *і*,



Где моменты пар, вращающие по часовой стрелке, принимаются положительными, а против часовой стрелки – отрицательными. На основании приведенного правила сложения пар устанавливается условие равновесия системы пар лежащих в одной плоскости, а именно: *для равновесия системы пар необходимо и достаточно, чтобы момент результирующей пары равнялся нулю или чтобы алгебраическая сумма моментов пар равнялась нулю:*



Момент силы относительно точки и оси.

Момент силы относительно точки определяется произведением модуля силы на длину перпендикуляра, опущенного из точки на линию действия силы.

При закреплении тела в точке О сила стремится поворачивать его вокруг этой точки. Точка О, относительно которой берется момент, называется *центром момента*, а длина перпендикуляра *а – плечом относительно центра момента*.



Момент силы относительно О определяется произведением силы на плечо: .



Момент принято считать положительным, если сила стремится вращать тело по часовой стрелке, а отрицательным - против часовой стрелки. Между моментом пары и моментом силы есть одно существенное различие. Численное значение и направление момента пары сил не зависит от положения этой пары в плоскости. Значение и направление (знак) момента силы зависит от положения точки, относительно которой определяется момент.

Если сила расположена в плоскости, перпендикулярной к оси, момент этой силы определяется произведением ее величины на плечо относительно точки пересечения оси и плоскости:



Следовательно, для определения момента силы относительно оси нужно спроектировать силу на плоскость, перпендикулярную оси, и найти момент проекции силы относительно точки пересечения оси с этой плоскостью.

**3. Метод кинетостатики**

Представим себе материальную точку массой т, движущуюся с ускорением а под действием какой-то системы активных и реактивных сил, равнодействующая которых равна F.

Воспользуемся одной из известных нам формул (основным уравнением динамики) для того, чтобы уравнения движения записать в форме уравнений равновесия (метод кинетостатики):

F = ma.

Перепишем это уравнение в следующем виде:

F + (-/ma) = 0.

Выражение обозначается Кин и называется силой инерции:

Kин= -mа.

Сила инерции есть вектор, равный произведению массы точки на ее ускорение и направленный в сторону, противоположную ускорению.

Это равенство, являющееся математическим выражением принципа, который носит имя французского ученого Даламбера (1717—1783), можно рассматривать как уравнение равновесия материальной точки. Следует подчеркнуть, что полученное равенство, хотя и названо уравнением равновесия, в действительности является видоизмененным уравнением движения материальной точки.

Принцип Даламбера формулируется гак: активные и реактивные силы, действующие на материальную точку, вместе с силами инерции образуют систему взаимно уравновешенных сил, удовлетворяющую всем условиям равновесия.

Следует помнить, что сила инерции приложена к рассматриваемой материальной точке условно, но для связи, вызывающей ускорение, она в определенном смысле является реальной. Обладая свойством инерции, всякое тело стремится сохранять свою скорость по модулю и направлению неизменной, в результате чего оно будет действовать на связь, вызывающую ускорение, с силой, равной силе инерции. В качестве примера действия сил инерции можно привести случаи разрушения маховиков при достижении ими критической угловой скорости. Во всяком вращающемся теле действуют силы инерции, так как каждая частица этого тела имеет ускорение, а соседние частицы являются для нее связями. Отметим, что весом тела называется сила, с которой тело вследствие притяжения Земли действует на опору (или подвес), удерживающую его от свободного падения. Если тело и опора неподвижны, то вес тела равен его силе тяжести.

**4. Момент силы относительно точки**

Рассмотрим гайку, которую затягивают гаечным ключом определенной длины, прикладывая к концу ключа мускульное усилие. Если взять гаечный ключ в несколько раз длиннее, то прилагая то же усилие, гайку можно затянуть значительно сильнее. Из этого следует, что одна и та же сила может оказывать различное вращательное действие. Вращательное действие силы характеризуется моментом силы.

Понятие момента силы относительно точки ввел в механику итальянский ученый и художник эпохи Возрождения Леонардо да Винчи (1452—1519).

Моментом силы относительно точки называется произведение модуля силы на ее плечо:

М0(¥) = РИ.

Точка, относительно которой берется момент, называется центром момента. Плечом силы относительно точки называется кратчайшее расстояние от центра момента до линии действия силы.

Единица момента силы:

[М] = [У7] [/; ] = сила х длина = ньютон х метр = Н • м.

Условимся считать момент силы положительным, если сила стремится вращать свое плечо вокруг центра момента против часовой стрелки, и наоборот (рис. 3.4).

Одна и та же сила относительно разных точек может давать и положительный и отрицательный момент.

Момент силы относительно точки, лежащей на линии действия этой силы, равен нулю, так как в этом случае плечо равно нулю.

Момент силы относительно точки не меняется при перенесении силы вдоль линии ее действия, так как модуль силы и плечо остаются неизменными.

**5. Проекция силы на координатную ось**

В тех случаях, когда на тело действует более трех сил, а также когда неизвестны направления некоторых сил, удобнее при решении задач пользоваться не геометрическим, а аналитическим условием равновесия, которое основано на методе проекций.

Проекцией силы на ось называется отрезок оси, заключенный между двумя перпендикулярами, опущенными на ось из начала и конца вектора силы.

Пусть даны координатные оси х, у, сила Р, приложенная в точке А и расположенная в плоскости координатных осей.

Проекциями силы Р на оси будут отрезки аЬ и а'Ь'. Обозначим эти проекции соответственно Рх и Ру. Тогда

РХ = Р cos(x); Ру = Рsin(x).

Проекция силы на ось есть величина алгебраическая, которая может быть положительной или отрицательной, что устанавливается по направлению проекции. За направление проекции примем направление от проекции начала к проекции конца вектора силы.

Установим следующее правило знаков: если направление проекции силы на ось совпадает с положительным направлением оси, то эта проекция считается положительной, и наоборот.

Если вектор силы параллелен оси, то он проецируется на эту ось в натуральную величину.

Если вектор силы перпендикулярен оси, то его проекция на эту ось равна нулю Зная две проекции Рх и Ру, из треугольника ЛВС определяем модуль и направление вектора силы Р по следующим формулам:

Р = у/Р\* + Р\*, направляющий тангенс угла между вектором силы Р и осью х 1ёа = Ру/Рх.

Отметим, что силу Р можно представить как равнодействующую двух составляющих сил Рх и Р, параллельных осям координат (рис. 2.3). Составляющие Рх и Ру и проекции Рх и Ру принципиально отличны друг от друга, так как составляющая есть величина векторная, а проекция — величина алгебраическая; но проекции силы на две взаимно перпендикулярные оси х и у и модули составляющих той же силы соответственно численно равны, когда сила разлагается по двум взаимно перпендикулярным направлениям, параллельным осям х и у.

Очевидно, что, согласно третьему закону Ньютона (аксиома взаимодействия), внутренние силы, действующие в сечении оставшейся и отброшенной частей тела, равны по модулю, но противоположны по направлению. Таким образом, рассматривая равновесие любой из двух частей рассеченного тела, мы получим одно и то же значение внутренних сил, однако выгоднее рассматривать ту часть тела, для которой уравнения равновесия проще.

Далее перейдем к рассмотрению основных деформаций. Из практики известно, что в процессе эксплуатации элементы конструкций испытывают следующие основные деформации:

1. растяжение; эту деформацию испытывают, например, канаты, тросы, цепи, шток протяжного станка;
2. сжатие; на сжатие работают, например, колонны, кирпичная кладка, пуансоны штампов;
3. сдвиг; деформацию сдвига испытывают заклепки, болты, шпонки, швы сварных соединений. Деформацию сдвига, до- веденную до разрушения материала, называют срезом. Срез возникает, например, при резке ножницами или штамповке деталей из листового материала;
4. кручение; на кручение работают валы, передающие мощность при вращательном движении. Обычно деформация кручения сопровождается другими деформациями, например изгибом;
5. изгиб; на изгиб работают балки, оси, зубья зубчатых колес и другие элементы конструкций.

Очень часто элементы конструкций подвергаются действию нагрузок, вызывающих одновременно несколько основных деформаций. Так, например, в теоретической механике мы рассмотрели усилия, действующие на колесо червячной передачи. Очевидно, что в этом случае возникают следующие деформации вала червячного колеса:

Напряжения и деформации при растяжении и сжатии связаны между собой зависимостью, которая называется законом Гука, по имени установившего этот закон английского физика Роберта Гука (1635 — 1703).

Закон Гука при растяжении и сжатии справедлив лишь в определенных пределах нагружения и формулируется так: нормальное напряжение прямо пропорционально относительному удлинению или укорочению.

Коэффициент пропорциональности Е характеризует жесткость материала, т.е. его способность сопротивляться упругим деформациям растяжения или сжатия, и называется модулем продольной упругости или модулем упругости первого рода.

Модуль упругости и напряжение выражаются в одинаковых единицах:

[£] = [а]/[8] = Па.

Значения Е, МПа, для некоторых материалов:

Чугун (1,5...1,6) 105

Сталь (1,96...2,16) 105

Медь (1,0...1,3)105

Сплавы алюминия (0,69...0,71) 105

Дерево (вдоль волокон) (0,1...0,16) 105

Текстолит (0,06...0,1)105

Капрон (0,01... 0,02) 105

Если в формулу закона Гука подставим выражения a = N/A, 8 = А///, то получим

M=Nl/(EA).

Произведение ЕА, стоящее в знаменателе, называется жесткостью сечения при растяжении и сжатии; оно характеризует одновременно физико-механические свойства материала и геометрические размеры поперечного сечения бруса.

Эта формула читается так: абсолютное удлинение или укорочение прямо пропорционально продольной силе, длине и обратно пропорционально жесткости сечения бруса.

Отношение называется жесткостью бруса при растяжении или сжатии.

Приведенные выше формулы закона Гука применимы только для брусьев или их участков постоянного поперечного сечения, изготовленных из одного материала и при постоянной продольной силе.

Для бруса, имеющего несколько участков, отличающихся материалом, размерами поперечного сечения, продольной силой, изменение длины всего бруса равно алгебраической сумме удлинений и укорочений отдельных участков.

Диаграмма растяжения низкоуглеродистой стали представлена на рис. 19.6. Эта диаграмма имеет следующие характерные точки.

Точка А практически соответствует и другому пределу, который называется пределом упругости.

Пределом упругости ауп называется то наибольшее напряжение, до которого деформации практически остаются упругими.

Точка С соответствует пределу текучести.

Пределом текучести ат называется такое напряжение, при котором в образце появляется заметное удлинение без увеличения нагрузки.

При достижении предела текучести поверхность образца становится матовой, так как на ней появляется сетка линий Людерса-Чернова, наклоненных к оси под углом 45°.

Эти линии впервые были описаны в 1859 г. немецким металлургом Людерсом и независимо от него в 1884 г. русским металлургом Д.К. Черновым (1839—1921), предложившим использовать их при экспериментальном изучении напряжений в сложных деталях.

Предел текучести является основной механической характеристикой при оценке прочности пластичных материалов. Точка В соответствует временному сопротивлению или пределу прочности.

Временным сопротивлением ав называется условное напряжение, равное отношению максимальной силы, которую выдерживает образец, к первоначальной площади его поперечного сечения (для стали СтЗ ав400 МПа).

При достижении временного сопротивления на растягиваемом образце образуется местное сужение — шейка, т. е. начинается разрушение образца.

В определении временного сопротивления говорится об условном напряжении, так как в сечениях шейки напряжения будут больше.

Пределом прочности апч называется временное сопротивление образца, разрушающегося без образования шейки. Предел прочности является основной механической характеристикой при оценке прочности хрупких материалов.

Точка И соответствует напряжению, возникающему в образце в момент разрыва во всех поперечных сечениях, кроме сечений шейки.

Точка М соответствует напряжению, возникающему в наименьшем поперечном сечении шейки в момент разрыва. Это напряжение можно назвать напряжением разрыва.

**6. Расчетная формула при растяжении и сжатии**

Предельным напряжением при статической нагрузке для пластичных материалов является предел текучести, для хрупких — предел прочности. Для обеспечения прочности деталей необходимо, чтобы возникающие в них в процессе эксплуатации напряжения были меньше предельных.

Отношение предельного напряжения к напряжению, возникающему в процессе работы детали, называют коэффициентом запаса прочности и обозначают буквой я:

Очевидно, что недостаточный коэффициент запаса прочности не обеспечит надежности конструкции, а чрезмерный запас прочности приведет к перерасходу материала и утяжелению конструкции. Сечение, для которого коэффициент запаса прочности наименьший, называется опасным.

Минимально необходимый коэффициент запаса прочности называют допускаемым и обозначают [д]. Допускаемый коэффициент запаса прочности зависит от свойств, качества и однородности материала, точности представления о нагрузках, действующих на конструкцию, ответственности конструкции и многих других причин. Для пластичных материалов [л] = 1,2...2,5, для хрупких [я] = 2...5, для древесины [я] = 8...12.

Отношение предельного напряжения к допускаемому коэффициенту запаса прочности называют допускаемым напряжением и обозначают [ст].

Расчетная формула при растяжении и сжатии имеет вид: и читается следующим образом: нормальное напряжение в опасном сечении, вычисленное по формуле а = Лт/А, не должно превышать допускаемое.