**РЕФЕРАТ**

**на тему:”Механічні й електромагнітні коливання”**

**План**

1. Гармонічні коливання і їх характеристики

2. Механічні гармонічні коливання

3. Гармонічний осцилятор. Пружинний, фізичний і математичний маятники

1. Вільні гармонійні коливання в коливальному контурі

**1. Гармонічні коливання і їх характеристики**

Коливаннями називаються рухи або процеси, які характеризуються певною повторюваністю в часі. Коливальні процеси широко поширені в природі й техніці, наприклад, коливання маятника годинника, змінний електричний струм і т.д. При коливальному русі маятника змінюється координата його центра мас, у випадку змінного струму - коливаються напруга й струм у ланцюзі. Фізична природа коливань може бути різною, тому розрізняють коливання механічні, електромагнітні й ін. Однак різні коливальні процеси описуються однаковими характеристиками й однаковими рівняннями. Звідси випливає доцільність єдиного підходу довивчення коливань різної фізичної природи.

Коливання будуть вільними (або власними), якщо вони відбуваються за рахунок деякої енергії, переданої коливальній системі в початковий момент часу, при відсутності в наступні моменти часу будь-яких зовнішніх впливів на цю систему. Найпростішими коливаннями є гармонічні коливання, при яких коливна величина змінюється з часом за законом косинуса або синуса. Вивчення гармонічних коливань важливе з двох причин:

1) коливання, які зустрічаються у природі й техніці, при певних наближеннях є гармонічними;

2) різні періодичні процеси (процеси, які повторюються через рівні проміжки часу), можна подавати як суперпозицію гармонічних коливань.

Гармонічні коливання деякої фізичної величини *х* описуються таким рівнянням

(1)



де *А-* максимальне значення коливної величини *x*, яке називається ***амплітудою коливань***; - колова, або циклічна частота; φ - початкова фаза коливань для моменту часу *t =* 0; - фаза коливань для довільного моменту часу *t.* Так як косинус змінюється в межах від +1 до -1, то *х* може набувати значень від *+А* до *-А.*



Певні стани системи в процесі гармонічних коливань повторюються

через однаковий проміжок часу *Т,* якийназивається ***періодом коливань***. За цей час фаза коливання зростає на 2π, тобто



звідки

(2)



Величина, обернена до періоду коливань

(3)



виконана коливною системою за одиницю часу, називається ***частотою коливань.*** Прирівнюючи (2) і (3), одержимо

ω0 = 2.



Одиницею частоти є герц (Гц), це частота такого періодичного процесу, при якому за 1 с відбувається одне повне коливання.

Запишемо першу й другу похідні фізичної величини *х* гармонічного коливання, тобто визначимо швидкість і прискорення коливання:

(4)



(5)



тобто маємо гармонічні коливання тієї ж циклічної частоти. Амплітуди величин (4) і (5) відповідно дорівнюють і . Фаза швидкості (4) відрізняється від фази фізичної величини (1) на π/2, а фаза прискорення (5) відрізняється від фази фізичної величини (1) на π.



Отже, у моменти часу, коли *х =* 0, має найбільші значення; коли ж *x* досягає максимальних від’ємних значень то в ці моменти часу будуть мати найбільші додатні значення (рис. 1).



З рівняння (5) одержуємо диференціальне рівняння гармонічних коливань (де враховано, що *х* = *A*cos (ωοt + φ)),

. (6)



Рис. 1

Таким чином, розв’язком диференціального рівняння (6) є вираз (1).

Гармонічні коливання можна зобразити графічно за допомогою методу обертання вектора амплітуди, або методу векторних діаграм.Для цього з довільної точки *О,* взятої на осі *х,* під кутом φ, який дорівнює початковій фазі коливання, відкладається вектор , модуль якого дорівнює амплітуді *А* гармонічного коливання (рис. 2).



Рис. 2

Якщо цей вектор привести до обертання з кутовою швидкістю то проекція кінця вектора буде переміщуватися по осі *x* і набувати значень від -*А* до *+ А,* а коливна величина буде змінюватися з часом за законом *х* = *A*cos(ωοt + φ). У фізиці часто застосовується інший метод, який відрізняється від методу обертання вектора амплітуди лише за формою. У цьому методі коливну величину подають комплексним числом. Відповідно до формули Ейлера, для комплексних чисел



(7)



де - уявна одиниця. Тому рівняння гармонічного коливання (1) можна записати також в експонентній формі так:



(8)



Права частина рівняння (8) є рівнянням гармонічних коливань.

**2. Механічні гармонічні коливання**

Нехай матеріальна точка виконує прямолінійні гармонічні коливання уздовж осі координат *x* біля положення рівноваги, прийнятого за початок координат. Тоді залежність координати *x* від часу t задається рівнянням (1),

(9)



Відповідно до виразів (4) і (5) швидкість і прискорення *а* коливної точки будуть дорівнювати:



(10)



Сила *F = ma*, що діє на коливну матеріальну точку масою *т,* у відповідності з рівнянням (1) дорівнює



Отже сила, яка діє на матеріальну точку при гармонічних коливаннях, пропорційна зміщенню матеріальної точки від положення рівноваги і спрямована в протилежну сторону.

Кінетична енергія матеріальної точки, яка здійснює прямолінійні гармонійні коливання, дорівнює

(11)



або

***К*** = (12)



Потенціальна енергія матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання під дією пружної сили F, дорівнює

*П* = - (13)



або

*П* = (14)



Рис. 3

Додавши (13) і (14), одержимо формулу для повної енергії гармонічного коливання:

(15)



З формул (12) і (14) видно, що *К* і *Π* змінюються в часі з частотою, яка у два рази перевищує частоту гармонічного коливання. На рис. 3 показані графіки залежності *х, К* і *Π* від часу.

Оскільки середні значення то з формул (11), (13) і (15) випливає, що



**3. Гармонічний осцилятор. Пружинний, фізичний і математичний маятники**

Гармонічним осцилятором називається система, яка описується диференціальним рівнянням виду (6):

(16)



Коливання гармонічного осцилятора є важливим прикладом періодичного руху і служать точною або наближеною моделлю в багатьох задачах класичної і квантової фізики. Прикладами гармонічного осцилятора є пружинний, фізичний і математичний маятники, коливальний контур (для струмів і напруг настільки малих, щоб елементи контуру можна було вважати лінійними).

**Пружинний маятник.** Пружинний маятник – невеличке тіло масою *т,* яке підвішене до абсолютно пружної пружині і здійснює гармонічні коливання під дією пружної сили *F = - kx*, де *k* - коефіцієнт пружності, у випадку пружини, названий жорсткістю (рис. 4).



Рис.4

Диференціальне рівняння коливання маятника буде мати вигляд



або

(17)



З виразів (16) і (1) випливає, що пружинний маятник виконує гармонічні коливання за законом з циклічною частотою



і періодом



Формула (17) справедлива для пружних коливань у межах, для яких виконується закон Гука, тобто коли маса пружини мала в порівнянні з масою тіла.

В цьому випадку потенціальна енергія пружинного маятника, згідно (13) дорівнює

(18)



**Фізичний маятник.** Фізичний маятник – тверде тіло, яке під дією сили тяжіння виконує гармонічні коливання відносно нерухомої горизонтальної осі абопідвісу, що не збігається з центром мас *С* тіла (рис. 5).

Якщо маятник відхилений від положення рівноваги на деякий кут , то відповідно до основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла момент *Μ* сили *Fτ*, яка повертає маятник до положення рівноваги буде дорівнювати



(19)



де *J* - момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через точку *О, l -* відстань між точкою підвісу і центром мас маятника, – сила, яка повертає маятник у попереднє положення, (знак мінус обумовлений тим, що зростання і швидкості завжди протилежні; sinαα відповідає малим коливанням маятника, тобто малим відхиленням маятника від положення рівноваги.



Рис. 5

Рівняння (19) можна записати у вигляді



або



Приймаючи, що одержимо рівняння ідентичне з (16), розв’язком якого є функція:



(20)



З виразу (20) випливає, що при малих коливаннях фізичний маятник виконує гармонічні коливання з циклічною частотою і періодом



(21)



де – приведена довжина фізичного маятника.



Точка *0'* на продовженні прямої *0С,* якавідстоїть від осі підвісу на відстані приведеної довжини *L,* називається центром коливань фізичного маятника (рис. 5). Застосовуючи теорему Штейнера, можна показати, що *00'* завжди більше *0С = l.* Точка підвісу *0* і центр коливань *0'* мають властивість взаємозамінності, якщо вісь підвісу перенести в центр коливань, то точка *0,* в якійрозміщувалась раніше вісь підвісу стане новим центром коливань і період коливань фізичного маятника не зміниться.

**Математичний маятник.** Математичний маятник – ідеалізована система, яка складається з матеріальної точки масою *т,* підвішеної на нерозтяжній невагомій нитці, і коливається під дією сили тяжіння (рис.6).

Гарним наближенням математичного маятника є невелика важка кулька, підвішений на тонкій довгій нитці. Момент інерції математичного маятника дорівнює

(22)



де *l* - довжина маятника.



Рис. 6

Так як математичний маятник можна подати як окремий випадок фізичного маятника*,* припустивши, що вся маса фізичного маятника зосереджена в одній точці – центрі мас, то, підставивши вираз (22) у формулу (21), одержимо знайомий вираз для малих коливань математичного маятника:

(23)



Порівнюючи формули (23) і (21), бачимо, що якщо приведена довжина *L* фізичного маятника дорівнює довжині *l* математичного маятника, то їх періоди коливань збігаються. Отже, приведена довжина фізичного маятника – це довжина такого математичного маятника, період коливань якого збігається з періодом коливань даного фізичного маятника.

**4. Вільні гармонійні коливання у коливальному контурі**

Серед різних електричних явищ особливе місце займають електромагнітні коливання, при яких фізичні величини (заряди, струми, електричні і магнітні поля) періодично змінюються. Для виникнення і підтримування електромагнітних коливань необхідні певні системи, найпростішою з який є коливальний контур – ланцюг, який складається з увімкнених послідовно котушки індуктивністю *L*, конденсатора ємністю С і резистора опором *R.*

Розглянемо послідовні стадії коливального процесу в ідеалізованому контурі, опір якого безмежно малий Для виникнення в контурі коливань конденсатор попередньо заряджають, надаючи його обкладкам заряди *Q.* Тоді в початковий момент часу (рис. 5, а) між обкладками конденсатора виникне електричне поле, енергія якого



Замкнувши конденсатор на котушку індуктивності, він почне розряджатися й у контурі потече зростаючий з часом струм *I*. У результаті енергія електричного поля буде зменшуватися, а енергія магнітного поля котушки – зростати.

Так як , то, відповідно до закону збереження енергії, повна енергія контуру буде дорівнювати



тому що енергія на нагрівання провідників у такому коливальному контурі не витрачається. У момент часу , коли конденсатор повністю розрядиться, енергія електричного поля зменшується до нуля, а енергія магнітного поля, а отже, і струм досягають найбільшого значення (рис. 5,б). Починаючи з цього моменту часу струм у контурі буде зменшуватися; отже, почне слабшати магнітне поле котушки й індукований у ній струм, який тече (відповідно до правила Ленца) у тому ж напрямку, що й струм розрядки конденсатора. Конденсатор почне перезаряджатися, при цьому виникне електричне поле, яке намагатиметься послабити струм, який зрештою зменшується до нуля, а заряд на обкладках конденсатора досягне максимуму (рис. 5, в). Далі ті ж процеси почнуть протікати в зворотному напрямку (рис. 5, г) і система до моменту часу *t = Τ* прийде в початковий стан (рис. 5, а). Після цього почнеться повторення розглянутого циклу розрядки і зарядки конденсатора.



Якби втрат енергії не було, то в контурі відбувалися б періодичні незатухаючі коливання, тобто періодично змінювалися (коливалися) б заряд *Q* на обкладках конденсатора, напруга *U* на конденсаторі і сила струму *I*, яка тече через котушку індуктивності.

Отже, у контурі виникають електричні коливання з періодом *Т*, причому протягом першої половини періоду струм тече в одному напрямку, протягом другої половини – у протилежному. Коливання супроводжуються перетвореннями енергій електричних і магнітних полів.

Електричні коливання у коливальному контурі можна зіставити з механічними коливаннями маятника (рис. 7), які супроводжуються взаємними перетвореннями потенціальної і кінетичної енергій маятника.

У даному випадку потенціальна енергія маятника аналогічна енергії електричного поля конденсатора , кінетична енергія маятника – енергії магнітного поля котушки , а швидкість руху маятника – силі струму в контурі.



Рис.7

Роль інерції маятника буде зводитися до самоіндукції котушки, а роль сили тертя, яке діє на маятник – до опору контуру.

Відповідно до другого правила Кірхгофа, для контуру, який містить котушку індуктивністю *L*, конденсатор ємністю *С* и резистор опором *R* маємо

,



де *IR –* спад напруги на резисторі, - напруга на конден-саторі, - е. р. с. самоіндукції, яка виникає в котушці при проті-канні в ній змінного струму ( - єдина е.р.с. у контурі).



Отже,

. (24)



Розділивши (24) на L і підставивши і , одержимо диференціальне рівняння коливань заряду *Q* у контурі:



(25)



У даному коливальному контурі зовнішні е. р. с. відсутні, тому розглянуті коливання є вільнимиколиваннями. Якщо опір *R* = 0, то вільні електромагнітні коливання у контурі є гармонічними*.* Тоді з (25) одержимо диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань заряду Q в контурі:

(26)



З виразу (26) випливає, що заряд *Q* в коливальномуконтурі виконує гармонічні коливання за законом

(27)



де *Qm* — амплітуда коливань заряду конденсатора з циклічною частотою *ω0*, яка називається власною частотою контуру:

(28)



і періодом

(29)



Формула (29) вперше була отримана Томсоном і називається формулою Томсона.

Сила струму в коливальному контурі буде дорівнювати

(30)



де - амплітуда сили струму.



Напруга на конденсаторі

(31)



де — амплітуда напруги.



З виразів (30) і (31) випливає, що коливання струму I випереджають по фазі коливання заряду Q на π/2, тобто коли струм досягає максимального значення, заряд (а також і напруга звертаються в нуль і навпаки. Цей взаємозв'язок був установлений при розгляді послідовних стадій коливального процесу в контурі і на підставі енергетичних міркувань. Вільні електромагнітні коливання в контурі є незатухаючими.