МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КОЛЕДЖ ХАРЧОВОЇ І ПЕРЕРОБНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ УКРАЇНИ ім. .П. Василенка (ХНТУСГ)

РЕФЕРАТ

**на тему:**

***КОЛИВАННЯ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА***

**Виконала:** студентка групи Т-11

***Машкіна Віталіна Станіславівна***

Харків 2008

## Трохи історії

Поняття маятника відоме людству з давніх-давен, з тих пір, як існує поняття гравітації.

Не будемо заходити глибоко в останнє поняття, оскільки, незважаючи на величезний прорив науки і технологій на рубежі ХХ-ХХІ століть, до цих пір ніхто, ні Ньютон, ні Галілей, ні вчені сучасності не дали вичерпної відповіді на питання *чому* існує гравітація, при наявності сотень відповідей на питання *як* діє гравітація.

Я теж не дам відповіді на це питання, скажу лише, що при розгляді коливань маятника зовнішніми діючими силами вважаються сила тяжіння та реакція осі підвісу.

Фізичний маятник, тобто будь-яке тверде тіло, яке має нерухому вісь обертання, був відомий ще античним будівельникам, які в ті часи почали використовувати висок для спорудження стін.

Висок нагадував математичний маятник, проте строго математичним маятником вважають так звану „матеріальну точку" (або, як її ще називають „видиме ніщо”, оскільки розміри її прямують до нуля), підвішену на невагомій та нерозтяжній нитці (тягарець виска був явно не матеріальною точкою, а його нитка мала вагу і розтягувалась).

Фізичним маятником можна вважати не лише тверде тіло неправильної форми, що має закріплену вісь обертання, а й тіла правильної форми, такі як круг, квадрат, тощо. Проте, якщо вісь обертання співпадає з центром маси твердого тіла, таке тіло не вважається фізичним маятником.

## Принцип дії фізичного маятника

Як відомо, будучи виведеним з положення рівноваги, тіло здійснює крутильні коливання відносно закріпленої осі. З’ясуємо, чи будуть ці коливання гармонійними. Для цього знайдемо вираз для обертаючого моменту. При відхиленні тіла на довільний кут α (рис.1).

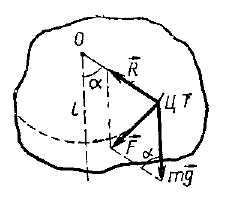


Рис.1. Обертаючий момент рівний (1),



де знак „мінус” вказує, що напрям моменту *М* протилежний напряму відхилення,

*l* - відстань центра тяжіння *ЦТ* від точки підвісу *О* (плече сили *F*),

*m* - маса маятника,

*g* - прискорення вільного падіння біля поверхні Землі.

З рис.1 видно, що обертаючий момент у загальному випадку (за будь-яких *α*) не пропорційний куту відхилення *α*. Тому в загальному випадку коливання фізичного маятника не будуть гармонійними. Але при малих кутах (α < 5°) можна з достатнім наближенням записати:

(2)



За цих умов обертаючий момент *М* пропорційний *α* і фізичний маятник здійснює коливання, період яких визначається рівністю:

(3)



де *J* - момент інерції тіла відносно осі обертання.

Рівність (3) часто використовують у техніці при дослідному визначені моменту інерції тіл за періодом їх коливань відносно заданої осі.

## Диференціальне рівняння руху фізичного маятника

Розглянемо рис.2, на якому введено декартову систему координат (*x*, *y*, *z*).

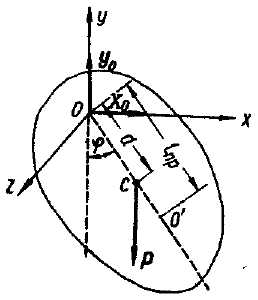


Рис. 2

Вважатимемо вісь *z* нерухомою віссю обертання. Тіло, яке обертається навколо нерухомої осі, має одну ступінь вільності, тому узагальненою координатою буде кут повороту *φ*.

Виведення диференціального рівняння обертального руху тіла навколо нерухомої осі детально викладено в курсах механіки, я лише наведу його вигляд:

(4)



де *Jz* - момент інерції тіла відносно осі обертання, *Мz* - головний момент сил, що діють на тіло.

Зовнішніми діючими силами є вага маятника ***Р*** та реакція вісі підвісу ***Х*0**, ***Y*0**. Головний момент цих сил відносно осі *z* визначається моментом сили *Р*:

(5)



де *m* - маса маятника, *g* - прискорення вільного падіння біля поверхні Землі, *d* - відстань центра маси маятника від початку координат.

Підставивши рівність (5) у рівність (4), дістанемо диференціальне рівняння руху фізичного маятника:

(6)



Інтегруючи рівняння (6), знайдемо закон зміни кута повороту *φ* зі зміною часу.

Оскільки рівняння (6) інтегрується у еліптичних функціях часу, обмежимося розглядом малих відхилень, для яких можна покласти sin *φ* ≈ *φ* (7)

Тоді рівняння (6) прийме вигляд:

(8)



в якому (9)



Таким чином, малі відхилення фізичного маятника описуються лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку з постійними коефіцієнтами відносно узагальненої координати *φ*.

Рівняння (8) інтегрується в елементарних функціях. Загальний його розв’язок має вигляд:

(10)



Рухи, що їх описує рівність (10) є *гармонійними коливаннями*. У цій рівності постійна *А* називається амплітудою коливань, постійна *α* є початковою фазою коливань, *n* - круговою частотою.

Константи *А* і *α* визначаються з початкових умов.

Таким чином, ***при малих відхиленнях фізичний маятник здійснює гармонійні коливання.***

У дійсності коливання маятника є лише наближено гармонійними, оскільки рівняння (10) є розв’язком наближеного диференціального рівняння руху.

Час ввести поняття періоду коливань фізичного маятника: ***періодом коливань фізичного маятника називають проміжок часу, що протікає між двома послідовними проходженнями центра мас маятника через деяке фіксоване положення на його траєкторії у певному фіксованому напрямку.***

З визначення випливає, що алгебраїчні значення sin (*nt* + *α*) у вказані моменти часу повинні співпадати, а *φ* має зберігати свій знак.

Якщо період коливань позначити через *Т*, то:

(11)



Звідси (12)



З формули (12) видно, що період малих коливань фізичного маятника не залежить від початкових умов. Такі коливання називають ***ізохронними.***

Рівністю (12) також користуються для експериментального визначення моментів інерції *Іz* тіл довільної геометричної форми.

Для цього експериментально визначають період коливань *Т*, вагу тіла *Р* та відстань центру інерції від осі підвісу *d*.

Виразивши з рівності (12) *Іz* та підставляючи всі знайдені величини, знаходять значення моменту інерції тіла відносно осі підвісу.

Користуючись теоремою Штейнера, визначають момент інерції тіла відносно довільної осі, що паралельна осі підвісу.

## Висновки

Було таке одвічне питання - що з’явилося першим - курка чи яйце. На даний момент це питання не стоїть, але тут глибокий зміст для тих, хто здатен думати масштабніше.

От і ми, відповідаючи на питання, який саме маятник - фізичний чи математичний людство опанувало раніше, не замислюючись скажемо, що це був саме фізичний маятник.

Математичний маятник існує лише на папері як фікція, рівно як у математиці існують такі поняття, як „матеріальна точка", „пряма", „коло”, „площина” і т.п.

Бо у природі не існує точок, які не мають розмірів, прямих, які не мають ширини, площин, які не мають товщини, не існує ідеально нерозтяжних і невагомих ниток, а тягарці, які підвішують до цих ниток, ніколи не були „матеріальними точками”.

З цих причин, всі без винятку маятники, створені людиною, можна вважати фізичними.

Як ми побачили, період ізохронних коливань не залежить від початкових умов. Рівністю (12) можна користуватися не лише для експериментального визначення моментів інерції *Іz* тіл довільної геометричної форми.

Цією ж рівністю користувались і користуються для точного визначення центру інерції тіл, для яких моменти інерції відомі з достатньою точністю.

Крім того, знання моментів інерції тіл дає можливість обчислювати моменти сил тертя.

Все це зараз знаходить застосування у багатьох галузях машинобудування.

## Література

1. Н.А. Кильчевский и др.: Основы теоретической механики - учебник для ВУЗов \ Киев: „Техніка” 1968.
2. Н.В. Александров, А.Я. Якшин: Курс общей физики (Механика) \ М.: "Просвещение" 1978.