**Канашский филиал**

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

По математике

Вариант **3**

Студента 1 курса экономического факультета

Шифр: 04653033 Учебная группа: 53-06

Работа выслана в Чувашский госуниверситет

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2006 г.

Передана на кафедру «Экономики и управления»

Оценка\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ «\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2006г.

Преподаватель: Бычков Владимир Порфирьевич

Возвращена в деканат\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Математика

Вариант 3

Даны вершины А(х1;у1) ,В(х2;у2), С(х3;у3) треугольника. Требуется найти: 1)длину стороны ВС; 2)площадь треугольника; 3)уравнение стороны ВС; 4)уравнение высоты проведенной из вершины А; 5)длину высоты проведенной из вершины А; 6)уравнение биссектрисы внутреннего угла** ;

7)угол ** в радианах с точностью до 0,01; 8)систему неравенств определяющих множество точек треугольника. Сделать чертеж.

вариант 3: А(5;-1), В(1;-4), С(-4;8).

Решение:

1)Длина стороны ВС:

 ;

2)Длина стороны АВ:

 ;

Скалярное произведение векторов и



Угол  :

*cos *= ; =*arcos 0,2462=75,75;*

3) Уравнение стороны ВС:



; ; ; ; ;

4) Уравнение высоты, проведенной из вершины А:

; ;

Условие перпендикулярности двух прямых:

; ;

; ; ; ;

5) Длина высоты, проведенной из вершины А:



6) 

 







Уравнение прямой АС:





 

Уравнение биссектрисы внутреннего угла *:*

**

7) Угол ** в радианах с точностью до 0,01:



8) Уравнение стороны ВС:



Уравнение стороны АС:



Уравнение стороны АВ:

****

**Система неравенств, определяющих множество внутренних точек треугольника.**

****

X

Y

A (5;-1)

B (1;-4)

C (-4;8)

**Задание 13.**

**Составить уравнение прямой, проходящей через точку А(4;1) на расстоянии 4 единиц от точки В(-4;0).**

**Решение:**

**Уравнение пучка прямых, проходящих через точку А:**

****

**По условию задачи **

****

**Искомые прямые:**

****

**Задание 23.**

**Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки F(8;0) вдвое больше, чем от прямой Х-2=0. Сделать чертеж.**

**Решение:**

****

**По условию задачи: **

****

** - уравнение гиперболы с центром в точке  и полуосями **

****

A(x;y)

F(8;0)

**X**

**Y**

4 6 8

2

-2

-4

-6

Задание 33.

Составить уравнение параболы и ее директрисы, если известно что парабола проходит через точки пересечения прямой  с окружностью и ось является осью симметрии параболы. Сделать чертеж.

Решение.

Рассмотрим уравнение окружности:



Найдем точки пересечения окружности и прямой.



Координаты точек пересечения окружности и прямой т.к. парабола симметрична относительно ОХ, то уравнение имеет вид  учитывая что  найдем параметр *p*



Таким образом, уравнение параболы 

Уравнение директрисы параболы: 

1 3 5 7 9

8

5

2 4 6 8 10

Y

X

M

Y=2x

X=-4

-4

Задание 43.

Дано уравнение параболы *f(x;y)=0.* Сделать параллельный перенос осей координат так, чтобы в новой системе координат *XO1Y* уравнение параболы приняло вид *X2=aY* или *Y2=aX.* Построить обе системы координат и параболу.



Решение:



O1

O

y Y

x

X

Задание 53

Даны вершины *А1(Х1;Y1;Z1),. А2(Х2;Y2;Z2), А3(Х3;Y3;Z3), А4(Х4;Y4;Z4)*

пирамиды. Требуется найти: 1) длину ребра *А1А2*; 2)Угол между ребрами *А1А2* и *А1А4*; 3)угол между ребром *А1А2* и гранью *А1А2 А3*; 4) площадь грани *А1А2 А3*; 5) объем пирамиды; 6) уравнение высоты, опущенной из вершины *А4* на грань *А1А2 А3*; 7) уравнение плоскости, проходящей через высоту пирамиды, опущенной из вершины *А4* на грань *А1А2 А3*, и вершину *А1* пирамиды.

*A1 (3;5;4), А2(5;8;3), А3(1;9;9), A4(6;4;8)*;

Решение:

1) 





Длина ребра *А1А2;*



2) 





Длина ребра *А1А4;*



Скалярное произведение векторов *А1А2* и *А1А4*:



Угол между ребрами *А1А2* и *А1А4*:



3) Уравнение грани *А1А2 А3*:





Угол между ребром *А1А2* и гранью *А1А2 А3*:



4)Площадь грани *А1А2А3*:

 кв. ед.

5) Объем пирамиды:

 куб. ед.

6) уравнение высоты, опущенной из вершины *А4* на грань *А1А2 А3*:



7) Уравнение плоскости, проходящей через высоту пирамиды, опущенной из вершины *А4* на грань *А1А2 А3*, и вершину *А1* пирамиды.



Задание 63.

Определить вид поверхности, заданной уравнением *f(x;y;z)=0*, и показать её расположение относительно системы координат.



Решение:



Эллиптический параболоид с вершиной *О(z;o;o)*, направленный вдоль оси *ОХ*, и имеющий полуоси на оси  по оси 

2

Y

Z

X

0

1

Задание 73.

Применяя метод исключения неизвестных, решить систему уравнений.



Решение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | -9 | -4 | -3 | 3 |  | -83 | = >  = > | 0 | -47 | -28 | -13 | 7 |  | -459 |
| 2 | -7 | -2 | -1 | -4 |  | -57 | 0 | -45 | -26 | -11 | 0 |  | -433 |
| 7 | -6 | 2 | -2 | 0 |  | -35 | 0 | -139 | -82 | -37 | -14 |  | -1351 |
| 1 | 19 | 12 | 5 | -2 |  | 188 | 1 | 19 | 12 | 5 | -2 |  | 188 |
|  | | | | | | |  | | | | | | |
| 0 | -47/7 | -4 | -13/7 | 1 |  | -459/7 | 0 | 68/77 | 30/77 | 0 | 1 |  | 980/77 |
| 0 | -45 | -26 | -11 | 0 |  | -433 | 0 | 45/11 | 26/11 | 1 | 0 |  | 433/11 |
| 0 | -233 | -138 | -63 | 0 |  | -2269 | 0 | 272/11 | 120/11 | 0 | 0 |  | 2320/11 |
| 1 | 39/7 | 4 | 3/7 | 0 |  | 398/7 | 1 | 94/77 | -190/77 | 0 | 0 |  | 481/77 |
|  | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | -2900/77 |
| 0 | -19/15 | 0 | 1 | 0 |  | -2583/11 |
| 0 | 13,6 | 1 | 0 | 0 |  | 116 |
| 1 | 1574/231 | 0 | 0 | 0 |  | 22521/77 |

Общее решение системы:



**Задание 83.**

**Даны векторы и . Показать, что векторы образуют базис четырехмерного пространства, и найти координаты вектора в этом базисе.**

****

**Решение:**

**Составим определитель из координат векторов  и вычислим его:**

****

**Так как ,то векторы составляют базис. Найдем координаты вектора  в этом базисе:**



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | -10 | 0 | -4 |  | -42 | = > | 0 | -20 | 4 | -4 |  | -88 | = > | 0 | 48 | -12 |  |  | 252 |
| 4 | -9 | 10 | 3 |  | -43 | 0 | -29 | 18 | 3 |  | -135 | 0 | -80 | 30 |  |  | -350 |
| 2 | -7 | 0 | -1 |  | -39 | 0 | -17 | 4 | -1 |  | -85 | 0 | 17 | -4 |  |  | 85 |
| 1 | 5 | -2 | 0 |  | 23 | 1 | 5 | -2 | 0 |  | 23 | 1 | 5 | -2 |  |  | 23 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | -4 | 1 | 0 |  | -21 | = > | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 3 |
| 0 | 40 | 0 | 0 |  | 240 | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 6 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | -5 |
| 1 | -3 | 0 | 0 |  | -19 | 1 | 0 | 0 | 0 |  | -1 |

Итак 

Проверка:

2(-1)-10\*6 -4(-5)=-42; -42=-42;

4(-1)-9\*6+10\*3+3(-5)=-43; -43=-43;

2(-1)-7\*6- -(-5)=-39; -39=-39;

-1+5\*6-2\*3 =23; 23=23.

 или 

Задание 93.

Дана матрица *А .* Требуется найти: 1) матрицу, обратную матрице *А;*

2) собственные значения и собственные векторы матрицы *А*.



Решение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| -1 | -2 | 12 |  | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 2 | -12 |  | -1 | 0 | 0 |
| 0 | 4 | 3 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 | 3 |  | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 5 | 6 |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 5 | 6 |  | 0 | 0 | 1 |
|  | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | -13,5 |  | -1 | -0,5 | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | -1 | -8 | 6 |
| 0 | 1 | 0,75 |  | 0 | 0,25 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 6/9 | -3/9 |
| 0 | 0 | 2,29 |  | 0 | -1,25 | 1 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | -5/9 | 4/9 |

Обратная матрица:



Корни характеристического уравнения:



- собственные значения матрицы *А* .

При 



Собственный вектор:



Задание 103.

Построить график функции *y=f(x)* деформацией и сдвигом графика функции *y=sin x.*



Решение:

*-2П -3/2П -П -П/2 П/2 П 3/2П 2П*

Y=-6/5sin(2/3x+1)

-6/5

X

-6/5

Y=sin(2/3x+1)

1

X

-1

Y=sin(2/3x)

1

X

-1

Y=sin x

1

X

-1

Y1

Сжатие вдоль оси ОХ в 2/3 раза

Сдвиг влево на 1 вдоль оси ОХ

Растягивание в 6/5 раза и

переворот вдоль OY

Задание 113.

Найти указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

 



Решение:









Подстановка: 





Задание 123.

Дана функция y=f(x) и три значения аргумента x1,x2,x3. Установить, является ли эта данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений Х. Построить (приближенно) график функции в окрестностях каждой из данных точек.



Решение:



 

Так как ,то функция в точке Х1=-1 непрерывна.



Так как ,то функция в точке х=3 разрывная.

 

Так как ,то функция в точке х=7 непрерывна.

Y=3

Y

X

-1 0 7

Задание 133.

Функция y=f(x) задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения независимой переменной. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Построить график.



Решение:





Так как , то функция в точке х=-1 разрывна.





Так как , то функция в точке  непрерывна.

Y

-1 *П*/6 X

Задание 143.

Найти производные 

a)  б)  в) 

г)  д) 

Решение.

а) 



б) 



в) 



г) 



д) 



Задание 153.

Найти  для функции, заданной параметрическим.



Решение.











Задание 163.

На линии  найти точку, в которой касательная к этой линии параллельна прямой 



Решение.

Угловой коэффициент прямой:

 или  



Угловой коэффициент касательной к линии:



Так как касательная к линии и прямая параллельны, то 

тогда:



Таким образом получаются две точки:



Задание 173.

Какова должна быть высота равнобедренного треугольника, вписанного в окружность диаметра d, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

Решение.











B

R

O

R

A K C

Задание 183.

Исследовать методами дифференциального исчисления и построить график.

 

Решение.



1. область определения функции: 



так как  то функция нечетная.

2. Точки пересечения с осями координат:

При при 



3. Область возрастания (убывания) функции, точки экстремумов:



При  функция возрастает.

При  функция убывает.

При  функция убывает.

При  функция возрастает



Точка точка максимума.

Точка точка минимума.

4. Область выпуклости (вогнутости) функции, точки перегибов.



При  функция выпукла;

При  функция вогнута;

При  функция выпукла;

При  функция вогнута.





Точки  - точки перегибов.

5. Асимптот нет

Y

X













0



1. область определения функции: 

2. точки пересечения с осями координат:

При 

так как  то функция нечетная.

3. области возрастания (убывания) функции; точки экстремумов.



Точек экстремумов нет.

Так как  то функция возрастает.

4. область выпуклости (вогнутости) функции; точки экстремумов.



При  функция вогнута;

При  функция выпукла;

Точка (0;0) точка перегиба.

5. асимптоты.



 асимптота.

0

X

Y

1

-1

Задание 193.

Определить количество действительных корней уравнения ;

отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенные значения с точностью до 0,001.



Решение.

Исследуем график функции.



Количество корней К=1.



Таким образом, функция принимает значения на отрезке ,в качестве начального приближения возьмем 

метод касательных:

составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1  2  3 | -0,1  -0,398  -0,388 | -0,001  -0,063  -0,586 | 1,499  -0,053  -0,0001 | 5,03  5,475  5,452 | 0,298  -0,0097  -0,00002 | -0/3980  -0,3883  -0,3882 |

Искомый корень х=-03882

Задание 203.

Найти частные производные функции 



Решение.

Частные производные:





Задание 213.

Дана функция  и две точки . Требуется:

1) вычислить приближенное значение функции у точке В, исходя из значения в точке А, заменив приращение функции при переходе от точки А к точке В дифференциалом; 2) вычислить точное значение функции в точке В и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции дифференциалом.



Решение.



Вычислим частные производные в точке А.







Приближенное значение:



Вычислим точки значения функции:



Относительная погрешность вычисления:





Задание 223.

Даны функция  точка  и вектор а. Требуется найти:

1) grad z в точке А; 2)производную по направлению вектора в точке А.



Решение.

1) вектором градиентом функции двух переменных  является вектор:



Найдем частные производные в точке А:







2) производная по направлению вектора вычисляется по формуле.



 

Задание 233.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции  в замкнутой области, ограниченной заданными линиями.



Решение.

Частные производные:



На прямой АВ: \



На прямой АС: 



На прямой ВС: 

 



Z наибольшее =5; z наименьшее =-117.

О(0;0)

Y

X













Использованная литература:

1 Ткачук В.В. Математика абитуриенту:-М:МЦНМО,2002 г.

2 Сканави М.И. 2500 задач по математике для поступающих в вузы:

-М: Оникс 21 век, 2005 г.

3 Мельников И.И. Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах. 3-е издание, переработанное: учебник/ И.И Мельников, И.Сергеев.-М:УНЦДО, 2004 г.