**Фрактальность**

Ю.А. Данилов

В начале было Слово

Слова «фрактал», «фрактальная размерность», «фрактальность» появились в научной литературе сравнительно недавно и не успели ещё войти в большинство словарей, справочников и энциклопедий. Придумал слово «фрактал» (от латинского «фрактус» —дробный, нецелый) наш современник, математик Бенуа Мандельброт, сумевший открыть совсем рядом с нами поистине удивительный мир, по-новому (или, по крайней мере, несколько иначе) взглянув на многие, казалось бы, хорошо знакомые предметы и явления.

Мандельброт обратил внимание на то, что при всей своей очевидности ускользало от его предшественников, хотя встречалось на каждом шагу и буквально «лежало на поверхности»: контуры, поверхности и объёмы окружающих нас предметов не так ровны, гладки и совершенны, как принято думать. В действительности они неровны, шершавы, изъязвлены множеством отверстий самой причудливой формы, пронизаны трещинами и порами, покрыты сетью морщин, царапин и кракелюра.

В арсенале современной математики Мандельброт нашёл удобную количественную меру неидеальности объектов — извилистости контура, морщинистости поверхности, трещиноватости и пористости объёма. Её предложили два математика — Феликс Хаусдорф (1868–1942) и Абрам Самойлович Безикович (1891–1970). Ныне она заслуженно носит славные имена своих создателей (размерность Хаусдорфа–Безиковича).

|  |  |
| --- | --- |
| Ф. Хаусдорф | А.С. Безикович |

Как и всякая новая количественная характеристика, размерность Хаусдорфа–Безиковича должна была пройти проверку на разумность и блестяще её выдержала. Применительно к идеальным объектам классической евклидовой геометрии она давала те же численные значения, что и известная задолго до неё так называемая топологическая размерность (иначе говоря, была равна нулю для точки, единице — для гладкой плавной линии, двум — для фигуры и поверхности, трём — для тела и пространства). Но, совпадая со старой, топологической, размерностью на идеальных объектах, новая размерность обладала более тонкой чувствительностью ко всякого рода несовершенствам реальных объектов, позволяя различать и индивидуализировать то, что прежде было безлико и неразличимо. Так, отрезок прямой, отрезок синусоиды и самый причудливый меандр неразличимы с точки зрения топологической размерности — все они имеют топологическую размерность, равную единице, тогда как их размерность Хаусдорфа–Безиковича различна и позволяет числом измерять степень извилистости.

Но самое необычное (правильнее было бы сказать — непривычное) в размерности Хаусдорфа–Безиковича было то, что она могла принимать не только целые, как топологическая размерность, но и дробные значения. Равная единице для прямой (бесконечной, полубесконечной или для конечного отрезка) размерность Хаусдорфа–Безиковича увеличивается по мере возрастания извилистости, тогда как топологическая размерность упорно игнорирует все изменения, происходящие с линией, если только они не сопровождаются разрывом или склеиванием каких-то точек. При этом, увеличивая своё значение, размерность Хаусдорфа–Безиковича не меняет его скачком, как сделала бы «на её месте» топологическая размерность. Нет, размерность Хаусдорфа–Безиковича — и это на первый взгляд может показаться непривычным и удивительным — принимает дробные значения: равная единице для прямой, она становится равной 1,02 для слегка извилистой линии, 1,15 — для более извилистой, 1,53 — для очень извилистой и т.д.

Именно для того, чтобы особо подчеркнуть способность размерности Хаусдорфа–Безиковича принимать дробные, нецелые значения, Мандельброт и придумал свой неологизм, назвав её фрактальной размерностью. Итак, фрактальная размерность (не только Хаусдорфа–Безиковича, но и любая другая) — это размерность, способная принимать не обязательно целые значения, фрактал — объект с фрактальной размерностью, а фрактальность — свойство объекта быть фракталом или размерности быть фрактальной.

Дробная размерность?! Немало найдётся таких, кто с негодованием скажет, что «это уж слишком», что ни о чём таком не слыхивали ни они сами, ни их отцы и деды. Такого рода аргументы, более эмоциональные, нежели убедительные, свидетельствуют лишь о незнании работ Хаусдорфа и Безиковича. Иное дело — ссылка на то, что отцы и деды не слыхивали о фрактальной размерности; при всей синонимичности дробного и фрактального, термин «фрактальный» появился лишь в работах Бенуа Мандельброта и заведомо не был известен людям старшего поколения. Тем же, кто станет возражать против «нелепой» (разумеется, только с их точки зрения) дробной размерности, ссылаясь на невозможность придать ей наглядный смысл, мы скажем: во-первых, никто не присягал на целочисленность любой размерности только на том основании, что наша добрая знакомая — топологическая размерность — принимает целые значения, и, во-вторых, фрактальная размерность уже доказала свою полезность. Что же касается наглядности, то представить себе фрактальную кривую, то есть кривую с фрактальной размерностью Хаусдорфа–Безиковича, настолько извилистую, что она уже не классическая линия, но ещё не плоская фигура, всё же легче, чем представить себе наглядно какие-нибудь средние статистические показатели. В отличие от некоторых арифметических задач, где целочисленность ответа предопределена далеко не всегда явно формулируемым требованием (вспомним хотя бы «два землекопа и две трети» из знаменитого стихотворения С.Я. Маршака), среднее число детей в семьях, проживающих в какой-нибудь местности, вполне может оказаться, например, равным 1,9. Между тем никому не приходит в голову возражать против дробных («фрактальных») среднестатистических показателей на том основании, будто они лишены наглядности.

**Действующие лица**

По досадной традиции, неизвестно кем и когда установленной, современные науки в большинстве учебников принято излагать как некую безликую и вневременную совокупность более или менее согласованных определений, понятий, идей и методов. Понять внутреннюю логику развития науки, движущие пружины развития и необходимость введения того или иного понятия из такого рода текстов практически невозможно.

Попытаемся хотя бы немного нарушить эту прискорбную традицию.

Создатель фрактальной геометрии Бенуа Мандельброт родился в 1924 году в Варшаве. В 1936 году семья Мандельбротов переехала в Париж, где Бенуа окончил Политехническую школу (1947).

Учёную степень магистра наук (по аэрокосмическим наукам) защитил в Калтехе — Калифорнийском технологическом институте в Пасадене (1948), а высшую учёную степень доктора философии (по математике) — в Парижском университете (1952). До окончательного переезда в США (1958) Бенуа Мандельброт был приглашённым профессором в университетах Принстона, Женевы и Парижа. С 1974 года Мандельброт состоит членом совета по научным исследованиям фирмы IBM, а с 1984 года — профессором математики Гарвардского университета.

Помимо многочисленных статей перу Бенуа Мандельброта принадлежат три ставшие ныне классическими монографии о фракталах и их роли в математике, естественных и социальных науках: «Фрактальные объекты: форма, случайность и размерность» (1955), «Фракталы: форма, случайность и размерность» (1977) и «Фрактальная геометрия природы» (1982).

Число публикаций о фракталах, фрактальной геометрии и фрактальной физике (влиянии фрактальной структуры среды на протекающие в ней процессы и свойства фрактальных объектов) возрастает во всём мире экспоненциально. Столь большой и неослабевающий интерес объясняется не столько своеобразной модой и новизной, но и принципиально новыми возможностями, которые фрактальность открывает перед современными науками о природе и обществе. Формулу своего открытия сам Мандельброт выразил в следующих поэтических строках (1984):

«Почему геометрию часто называют холодной и сухой? Одна из причин кроется в её неспособности описывать форму облака, горы, береговой линии или дерева. Облака — не сферы, горы — не конусы, береговые линии — не окружности, древесная кора не гладкая, и молния — далеко не прямая... Природа демонстрирует нам не просто более высокий, а совершенно иной уровень сложности. Число различных масштабов длины бесконечно, какую бы цель мы ни преследовали при их описании.

Существование таких структур бросает нам вызов, ставя перед необходимостью заняться изучением тех форм, которые Евклид оставил в стороне как лишённые какой бы то ни было правильности, — исследованием морфологии аморфного. Математики уклонились от этого вызова и всё более уходили от природы, измышляя теории, не имеющие ни малейшего отношения к тому, что доступно нашему созерцанию, и нашим ощущениям».

Исаак Ньютон заметил однажды, что если ему и удалось что-нибудь свершить в науке, то лишь потому, что он стоял на плечах гигантов. Бенуа Мандельброт неоднократно подчёркивал заслуги своих предшественников Хаусдорфа и Безиковича в создании понятия дробной размерности, ставшего краеугольным камнем всей фрактальной науки.

Феликс Хаусдорф родился в немецком городе Бреслау (ныне польском городе Вроцлаве) в 1868 году. Окончил в 1891 году Лейпцигский университет. Под псевдонимом Поль Монгре выпустил несколько беллетристических произведений. Профессор Лейпцигского (1902–1910), Боннского (1910–1913, 1921–1931) и Грейфсвальдского (1913–1921) университетов. В 1935 году Хаусдорф был отстранён нацистами от преподавательской деятельности как «неариец». В 1942 году, опасаясь репрессий со стороны гестапо, Хаусдорф вместе с женой и её сестрой покончил жизнь самоубийством.

Хаусдорфу принадлежит множество важных и глубоких результатов в топологии, теории непрерывных групп, математическом анализе и других разделах математики. Он внёс существенный вклад в разрешение кризиса в основаниях математики (Мандельброт датирует кризис периодом 1875–1925 годов), написав замечательную монографию «Основы теории множеств» (1914). Дробная размерность Хаусдорфа — лишь одна из искорок его блестящего таланта.

Другим предтечей теории фракталов был Абрам Самойлович Безикович. Он родился в 1891 году в России. В 1912 году окончил Петербургский университет и с 1917 года был профессором Пермского университета.

Научное творчество и преподавательскую деятельность Безиковича отличали особое изящество и глубина результатов, как правило, тонких и весьма нетривиальных. Примером тому может служить решённая (опровергнутая) Безиковичем проблема японского математика Какейя, которую можно сформулировать так: не выводя из плоскости единичный отрезок АВ, совместить его с ним же самим в перевёрнутом виде (так, чтобы конец В в новом положении совпал с концом А в исходном, а конец А в новом положении совпал с концом В в исходном), следя за тем, чтобы отрезок АВ при этом замёл наименьшую площадь.

Перевернуть отрезок АВ можно, например, двумя способами. Во-первых, повернуть АВ на 180 градусов вокруг точки А и сдвинуть на единичное расстояние, чтобы совместить с исходным отрезком. При этом единичный отрезок АВ заметёт полукруг радиусом 1 и площадью π/2. Во-вторых, отрезок АВ можно повернуть на 180 градусов вокруг его середины. При этом единичный отрезок АВ заметёт круг радиусом 1/2 и площадью π/4. А нельзя ли перевернуть отрезок АВ так, чтобы он замёл ещё меньшую площадь? Какейя ответил на этот вопрос утвердительно, предложив способ переворачивания, при котором единичный отрезок АВ заметает внутренность гипоциклоиды с тремя точками возврата (заострениями) площадью π/8 и высказал гипотезу, что эта площадь минимальна.

В разгар гражданской войны (1919) Безикович сумел опровергнуть гипотезу Какейя, доказав, что единичный отрезок можно перевернуть так, чтобы он замёл сколь угодно малую площадь!

О силе полученного результата и впечатлении, которое он произвёл на математическое сообщество, можно косвенно судить по тому, что его автор в 1920 году был избран профессором Петроградского университета. Сам Безикович, пронёсший через всю жизнь любовь к трудным и красивым («олимпиадным») задачам, называл себя экспертом по математической «патологии»: стоило ему заподозрить, что какая-то гипотеза неверна, как он не успокаивался до тех пор, пока ему не удавалось построить контрпример.

В начале двадцатых годов Безикович был удостоен Рокфеллеровской стипендии, дававшей ему возможность поработать в лучших зарубежных математических центрах, но неоднократные обращения к властям за разрешением на выезд неизменно наталкивались на отказ. И тогда мало-помалу созрел план покинуть Россию нелегально. К Безиковичу (события происходили в 1924 году) должны были присоединиться А.А. Фридман — автор знаменитого нестационарного, то есть зависящего от времени, решения уравнений Эйнштейна — и математик Я.Д. Тамаркин. В последний момент из-за болезни А.А. Фридман вынужден был остаться.

Из Латвии, куда беглецы с риском для жизни переправились по ещё не окрепшему льду пограничной реки, Безикович отправился в Копенгаген, где на средства Рокфеллеровской стипендии смог поработать вместе с Гаральдом Бором, братом великого физика Нильса Бора, над теорией почти периодических функций. Именно в эту теорию и в теорию дробных размерностей Безикович внёс свой наиболее существенный вклад.

После Копенгагена Безикович в течение нескольких месяцев работал в Оксфорде с Г.Г. Харди, а с 1927 года обосновался в Кембридже, где с 1930 года и до конца жизни (Безикович скончался в 1970 году) состоял членом знаменитого Тринити-колледжа (колледжа Св. Троицы).

И Хаусдорф, и Безикович были бы немало удивлены, если бы узнали, какой интерес вызвали у потомков их работы по дробным размерностям.

**И опять, и опять, и опять...**

Среди множества необычных объектов, построенных математиками в конце XIX — начале XX века при пересмотре оснований математики, многие оказались фракталами, то есть объектами с дробной, или фрактальной, размерностью Хаусдорфа–Безиковича. Все они очень красивы и часто носят поэтические названия: канторовская пыль, кривая Пеано, снежинка фон Коха, ковёр Серпинского и т.д. И все они обладают одним очень важным свойством, которое роднит их с самой обыкновенной прямой. Это свойство называется самоподобием: все эти фигуры подобны любому своему фрагменту.

Суть самоподобия можно пояснить на следующем примере. Представьте себе, что перед вами снимок «настоящей» геометрической прямой, «длины без ширины», как определял линию Евклид, и вы забавляетесь с приятелем, пытаясь угадать, предъявляет ли он вам исходный снимок (оригинал) или увеличенный в нужное число раз снимок любого фрагмента прямой. Как бы ни старались, вам ни за что не удастся отличить оригинал от увеличенной копии фрагмента: прямая во всех своих частях устроена одинаково, подобна самой себе, но это её замечательное свойство несколько скрадывается незамысловатой структурой самой прямой, её «прямолинейностью».

Если вы точно так же не сможете отличить снимок какого-нибудь объекта от надлежащим образом увеличенного снимка любого его фрагмента, то перед вами — самоподобный объект. Все фракталы, обладающие хотя бы какой-нибудь симметрией, самоподобны.

Самоподобие означает, что у объекта нет характерного масштаба: будь у него такой масштаб, вы сразу бы отличили увеличенную копию фрагмента от исходного снимка. Самоподобные объекты обладают бесконечно многими масштабами на все вкусы.

Разумеется, далеко не все фракталы обладают столь правильной, бесконечно повторяющейся структурой, как те замечательные экспонаты будущего музея фрактального искусства, которые рождены фантазией математиков и художников. Многие фракталы, встречающиеся в природе (поверхности разлома горных пород и металлов, облака, турбулентные потоки, пена, гели, контуры частиц сажи и т.д.), лишены геометрического подобия, но упорно воспроизводят в каждом фрагменте статистические свойства целого. Такое статистическое самоподобие, или самоподобие в среднем, выделяет фракталы среди множества природных объектов.

Даже простейшие из фракталов — геометрически самоподобные фракталы — обладают непривычными свойствами. Например, снежинка фон Коха обладает периметром бесконечной длины, хотя ограничивает конечную площадь. Кроме того, она такая колючая, что ни в одной точке контура к ней нельзя провести касательную (математик сказал бы, что снежинка фон Коха нигде не дифференцируема).

Не менее необычна и увлекательна физика фракталов. Фрактальные среды обладают настолько сложной геометрией, что многие процессы протекают в них не так, как в обычных сплошных средах, о чём мы расскажем чуть ниже.

Фрактальные свойства — не блажь и не плод досужей фантазии математиков. Изучая их, мы учимся различать и предсказывать важные особенности окружающих нас предметов и явлений, которые прежде, если и не игнорировались полностью, то оценивались лишь приблизительно, качественно, на глаз. Например, сравнивая фрактальные размерности сложных сигналов, энцефалограмм или шумов в сердце, медики могут диагностировать некоторые тяжёлые заболевания на ранней стадии, когда больному ещё можно помочь.

Барабан, натянутый на гладкий или фрактальный контур, звучит по-разному, и это различие можно использовать для диагностики характера контура и определения его фрактальной размерности.

Метеорологи научились определять по фрактальной размерности изображения на экране радара скорость восходящих потоков в облаках, что позволяет с большим упреждением выдавать морякам и лётчикам штормовые предупреждения.

Такого рода применений фракталов уже сейчас существует великое множество, и число их всё увеличивается. Об одном неожиданном применении и не менее неожиданном примере природного статистически самоподобного фрактала мы хотим рассказать несколько подробнее, тем более что это даёт нам возможность обратить внимание на одно чрезвычайно важное обстоятельство, которое обычно упускают из виду или замалчивают, — роль наблюдателя и разрешающей способности приборов при определении размерности.

Велика ли протяжённость береговой линии Великобритании?

При разборе архива выдающегося специалиста по гидродинамике Луиса Фрая Ричардсона среди его бумаг были обнаружены черновики удивительного исследования. Несколько перефразируя слова Льюиса Кэрролла, можно сказать, что при переходе от географии к мелким камешкам он обнаружил неограниченное увеличение протяжённости береговой линии. Контуры доброй старой Англии вели себя совсем не так, как полагалось бы евклидовой кривой. Но если береговая линия Великобритании не кривая, то что это? Теперь ответ известен: фрактал.

Публикуя данные Ричардсона, Мандельброт привёл свои оценки фрактальной размерности Хаусдорфа–Безиковича для нескольких береговых линий. Они колебались от почти единицы для сравнительно гладкого (взгляните на любую карту!) южного побережья Африки до 1,3 — для западного побережья Великобритании и рекордной отметки 1,52 — для изрезанного фьордами побережья Норвегии.

**С точки зрения мухи**

Вопрос о том, является ли данный предмет гладким или фрактальным, сам по себе лишён смысла. Ответ на подобный вопрос зависит от остроты зрения наблюдателя или от разрешающей способности прибора, которым он пользуется, то есть от того, насколько мелкие детали различает наблюдатель. Гладкая поверхность высочайшего класса обработки при соответствующем увеличении будет выглядеть, как горный ландшафт, подвергшийся интенсивной бомбардировке метеоритами.

Относительно и само понятие размерности. Бенуа Мандельброт иллюстрирует это следующим примером.

Клубок шерсти кажется мухе с большого расстояния точкой (топологическая размерность 0). Подлетев поближе, муха видит «большую точку» — диск (топологическая размерность 2). С ещё более близкого расстояния муха видит, что перед ней шар (топологическая размерность 3). Во всех случаях все неровности сглаживаются из-за большого расстояния, и размерность Хаусдорфа–Безиковича совпадает с топологической размерностью. Подлетев совсем близко, муха видит перед собой клубок гладких ниток, то есть хитрым образом сложенную пространственную кривую (топологическая размерность 1). И лишь сев на клубок, муха видит пушинки, обрамляющие нить, то есть ощущает фрактальность шерстяной нити.

Какова же «истинная» размерность клубка шерсти? Да её просто не существует: всё зависит от точки зрения наблюдателя, разрешающей способности его глаз или прибора.

**Муравей в лабиринте**

Появление фракталов позволило (точнее, по-видимому, позволило) разрешить ещё одну загадку, издавна мучившую физиков: почему в большинстве эмпирических формул, в изобилии встречающихся в любом инженерном справочнике, показатели степеней в различных зависимостях такие «некрасивые», то есть выражаются необъяснимо странными, с точки зрения традиционной физики, дробными числами типа 1,1378... или 2,9315...? Ответ, по-видимому, надлежит искать в том, что при разрешениях, достижимых в технике, в игру вступает фрактальность среды, поверхности и т.д., не принимавшаяся во внимание физиками, но вполне ощутимая на эмпирическом уровне для инженеров.

Мы уже упоминали о том, что физика фрактальной среды иногда сильно отличается от физики сплошной среды. Приведём лишь один пример.

Средний квадрат расстояния, на которое удаляется от исходной точки случайно блуждающая частица (математическая модель совершенно пьяного гуляки, делающего очередной шаг с равной вероятностью в любую сторону), пропорционален времени, если речь идёт об обычной, сплошной среде. В фрактальной среде это не так. Даже на глаз, без всяких расчётов, видно, что случайно блуждающая частица будет удаляться от места старта медленнее, так как далеко не все направления для неё доступны: извилистый канал выбирает из множества ранее доступных направлений лишь малое подмножество разрешённых направлений. Средний квадрат расстояния для фрактальной среды оказывается пропорциональным некоторой дробной степени времени, показатель которой связан с фрактальной размерностью среды.

Это, в частности, означает, что диффузия в фрактальной среде происходит не так, как в обычной, сплошной среде. Множество препятствий (узких мест, крутых поворотов и тупиков) затрудняют продвижение частиц и замедляют диффузию. Лауреат Нобелевской премии де Жён сравнил частицу, блуждающую в фрактальной среде, с муравьём в лабиринте. Трудно приходится муравью. Отсюда и дробные показатели в различных зависимостях.

Замедление диффузии в фракталах столь существенно, что она перестаёт удовлетворять классическому закону Фика и — как следствие — уравнению диффузии. Не спасает положение и попытка ввести переменный коэффициент диффузии, зависящий от концентрации частиц. Возникает новое, интегро-дифференциальное уравнение, содержащее новый необычный объект — производную (по времени) дробного порядка, связанного с фрактальной размерностью среды. Ситуация несколько напоминает финал поэмы Льюиса Кэрролла «Охота на Снарка», где одно невиданное чудовище — Снарк — оказывается другим невиданным чудовищем — Буджумом. Впрочем, причудливость фрактальной геометрии в какой-то мере подготавливает нас к тому, что и физика происходящих в фрактальной среде процессов, в частности диффузии, должна описываться необычными средствами.

**Эстетика фракталов**

Многие фракталы обладают эстетической привлекательностью. Более того, они просто неотразимы. Во многих странах мира демонстрировалась выставка, созданная в содружестве с художниками бременскими м... (нет, не музыкантами!) математиками Рихтером и Пейтгеном. На ней экспонировалось около полутораста художественных изображений фракталов. Весь мир обошли компьютерные «лунные» пейзажи, выполненные на основе фрактальных множеств Бенуа Мандельбротом и его сотрудниками.

Звуковая палитра современных композиторов может быть значительно расширена за счёт звучания электронных инструментов с различными фрактальными характеристиками.

Наконец, нельзя не упомянуть и об изящной словесности, ибо ей явно недостаёт свежей фрактальной струи. Какие захватывающие приключения ожидают Тезея в закоулках фрактального лабиринта, где за каждым поворотом его может поджидать роковая встреча с Минотавром! Какой длины должна была бы быть в среднем спасительная нить Ариадны, чтобы Тезей мог благополучно выбраться из лабиринта? Смог бы Том Сойер вывести Бекки Тэтчер из подземных фрактальных пещер, и сколько времени ему для этого потребовалось бы? Фракталы позволяют по-новому взглянуть и даже отчасти реабилитировать героев некоторых детских сказок, пользовавшихся репутацией отъявленных плутов и мошенников. Вспомним хотя бы сказку «Новое платье короля» Ганса Христиана Андерсена. Если бы портные сшили новое платье короля из фрактальной ткани, на изготовление которой пошло бесконечное количество шёлка, бархата и золота, то и тогда король вполне мог бы казаться голым. Произнёсший знаменитую фразу ребёнок изрёк бы очевидную истину, ложность которой стала бы ясна только при более основательном знакомстве с теорией фракталов (чего ни в коем случае нельзя предполагать и тем более требовать от невинного малютки).

Фракталы неисчерпаемы, как неисчерпаемы их приложения в науке, технике, литературе и искусстве.

**Эпилог**

Наше краткое повествование об одном из чудес современной науки — фракталах — подходит к концу. Как всегда, когда речь заходит о науке, мы ставим не точку, а многоточие — наука продолжает жить и созидать новое знание.

Но прежде чем попрощаться с читателем и поблагодарить его за терпение, нам бы хотелось предостеречь от одной чрезвычайно распространённой и чрезвычайно соблазнительной ошибки.

С появлением фракталов со всей очевидностью стала ясна ограниченность описания природы с помощью гладких кривых, поверхностей и гиперповерхностей. Окружающий нас мир гораздо разнообразнее, и в нём оказалось немало объектов, допускающих фрактальное описание и не укладывающихся в жёсткие рамки евклидовых линий и поверхностей.

Не следует забывать, однако, о том, что и фракталы — не более чем упрощённая модель реальности, применимая к достаточно широкому, но всё же ограниченному кругу предметов и явлений, и не претендует и не может претендовать на роль своеобразного универсального ключа к описанию природы. Как сказал Дж.Б.С. Холдейн, «мир устроен не только причудливей, чем мы думаем, но и причудливей, чем мы можем предполагать».