# Интересная связь между числами Фибоначчи и пифагоровыми тройками

Что общее может быть между числами Фибоначчи и пифагоровыми тройками? Что может связывать числа, которые образуют последовательность, начинающуюся двумя единицами, остальные члены которой получаются сложением двух предыдущих членов, с числами, квадрат одного из которых равен сумме квадратов двух других? Могут ли они вообще быть связаны? Это мы сейчас увидим. Связь довольно интересная.

Прежде всего, давайте определим математические понятия. Хотя последовательность Фибоначчи и пифагоровы тройки хорошо известны, приведем их определения. Последовательность Фибоначчи определяется следующим образом:

.

Пифагорова тройка представляет собой набор из трех натуральных чисел таких, что

.

Вот какая интересная связь имеется между ними. Возьмем четыре последовательных числа последовательности Фибоначчи. Пусть это будут числа . Теперь выполним следующие действия:

1. Умножим первое число на четвертое, самое большое на самое маленькое, и обозначим их произведение через : .

2. Удвоим произведение остальных двух чисел и обозначим его через : .

3. Перемножим числа, стоящие на нечетных местах (считая слева) и прибавим к этому произведению произведение остальных двух чисел. Обозначим полученное число через ^ .

Получим пифагорову тройку .

Разве это не красиво? И доказательство этого удивительно просто!

Давайте докажем, что действительно пифагорова тройка. Так как — четыре последовательных числа последовательности Фибоначчи, то . Мы можем выразить все через и и записать четверку чисел следующим образом:

.

Давайте посмотрим, чему равны и :

,

,

.

Таким образом, наша тройка чисел имеет вид , где числа и являются последовательными членами последовательности Фибоначчи и есть по крайней мере одно число в этой последовательности, которое меньше, чем каждое из них.

Неужели эти числа образуют пифагорову тройку? В этом можно легко убедиться. В самом деле, сумма квадратов первых двух чисел равна квадрату третьего:

,

.

Сложим эти два числа:

.

Кроме того,

.

Замечательно, не правда ли?

Давайте рассмотрим несколько примеров.

1) Возьмем числа . Имеем

,

,

.

И вот

,

.

2) Другой пример, с несколько большими числами. Возьмем числа . Тогда

,

,

и

,

.