Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Кафедра "Высшей математики"

Расчётно-графическая работа по теме:

**Математические методы исследования экономики.**

**(системы массового обслуживания)**

Выполнила: ХХХХХХХХ.                                      Проверил: ХХХХХХ Дата

Студент групп ХХХХ Оценка:

Данная работа представляет собой анализ системы массового обслуживания. В ней проводится расчёт основных показателей СМО, которые непосредственно влияют на её работу.

Целью данной расчётно-графической работы является получение теоретических и практических знаний и навыков по анализу систем массового обслуживания (на примере продуктового магазина).

При проведении анализа были использованы элементы теории массового обслуживания, а так же элементы теории вероятностей и математической статистики.

**Информация о рассматриваемой системе массового обслуживания (СМО).**

Визитная карточка организации

**Наименование организации:**

Род деятельности: продуктовый магазин

**Место расположения:**

**Время работы:** с 8.00 до 23.00, без обеда и выходных

**Необходимые данные для анализа системы:**

**Рассматриваемый промежуток времени:**

**Рассматриваемое количество обслуживающих приборов:**

2

**Рассматриваемые дни:**

дни с понедельника по воскресенье включительно.

**Рассматриваемый промежуток времени:**

17.00 – 19.00

(период наибольшей загруженности системы)

**Рассматриваемая единица времени:** t = 7,1 минут

X1, X2, …, Xn – число поступивших клиентов в единицу времени.

Y1, Y2, …, Yn – количество обслуженных клиентов в течение единицы времени.

|  |  |
| --- | --- |
| X | Y |
| 10 | 6 |
| 7 | 4 |
| 5 | 4 |
| 8 | 6 |
| 7 | 5 |
| 5 | 4 |
| 6 | 5 |
| 8 | 6 |
| 7 | 4 |
| 5 | 4 |
| 5 | 4 |
| 8 | 6 |
| 4 | 4 |
| 7 | 6 |
| 5 | 5 |
| 9 | 6 |
| 5 | 4 |
| 7 | 6 |
| 8 | 5 |
| 5 | 5 |
| 8 | 6 |
| 5 | 5 |
| 7 | 5 |
| 8 | 6 |
| 6 | 4 |
| 6 | 4 |
| 8 | 6 |
| 7 | 6 |
| 5 | 5 |
| 7 | 6 |

Проверив данные выборки на подтверждение гипотезы о том, что они из распределения Пуассона, получаем результат: По Х и по У гипотеза подтверждается.

Согласно проверенным выше гипотезам, мы описываем систему массового обслуживания вида:

**<М│М│2> (с очередью).**

где: **<М│** - функция распределения промежутка времени между приходами вызовов (т.е. характеристика входного потока);

**│М│ -** функция распределения времени обслуживания (т.е. характеристика времени обслуживания);

**│2> –** число приборов в системе;

**(с очередью) –** дисциплина обслуживания.

λк = λ

kμ, если k = 1,2

mμ, если k >2

μк =

λк = 6,6

5,1k, если k = 1,2

10,2, если k >2

μк =

**λ**

**λ**

**λ**

**λ**

**2μ**

**2μ**

**2μ**

**μ**

**6,6**

**6,6**

**6,6**

**6,6**

**10,2**

**10,2**

**10,2**

**5,1**

Проанализируем полученные выборки как выборки из распределения Пуассона.

Пусть *X*(*t*) – число клиентов в системе в момент *t* с характеристиками:



**Где λk – интенсивность поступления клиентов**:

 - среднее число клиентов, поступивших в систему, когда система находится в состоянии k в единицу времени.

**µk – интенсивность обслуживания клиентов**:

 - характеризует среднее число обслуженных клиентов в системе, когда система находится в состоянии k в единицу времени.

Следовательно:

 - интенсивность поступления клиентов в систему.

 - интенсивность обслуживания клиентов.

Определим основные характеристики системы:

Определим коэффициент загруженности системы :

 , следовательно, условие стационарности выполняется, так как 

В условиях существования стационарного режима



S = 3.3

 - доля времени простоя

(1.29k / k!) \* 0.23, 0≤ к≤ 2

Pk= (1.29k/ 2\*2k-2) \* 0.23, к > 2

- вероятность того, что в системе k клиентов

Рз = рm / (m-1)!(1+S)(m-p) = 1,292/( 2-1)!(1+3,3)(2-1,29) = 0,545

- вероятность, что все приборы заняты

Eq = Рз / µ( m –p) = 0,545 /5,1\*( 2-1,29) = 0,151 единицы времени,

т.е 0,151\*7,1 =1,072 минуты в среднем клиент проводит в очереди

Ev = Eq +1/µ = 0.151 \* 1/5.1 = 0.229 единицы времени.

т.е. 0,229\*7,1 = 1,626 минуты клиент в среднем пребывает в системе

Ex = λ\* Ev = 6,6\*0,229 = 1,51 - среднее число клиентов в системе в единицу времени (7,1 минут).

Для того чтобы система массового обслуживания работала эффективно, необходимо, чтобы выполнялись следующие условия:

P0 ≤ 0,1

Для рассматриваемой системы P0 = 0,23 > 0,1 , это означает, что система работает с чрезмерным простоем и несет тем самым финансовые потери.

Следующее условие, которое должно выполняться:

 ,

То есть должно выполняться: Eq ≤ 0,392, а в нашем случае *Eq*= 0,151 единицы времени, то есть условие выполняется.

Рассчитаем значение μ, необходимое для снижения времени простоя системы.

; ; ; ; µ ( 3,3; 4,02]

Прежде чем заново рассчитывать характеристики системы, решим неравенство 

µ ( -оо;4,02][4,02;+оо)

и посмотрим пересечение интервалов значения , при фиксированном значении. Решением системы неравенств является единственное значение µ=4,02.

Теперь рассчитаем основные характеристики системы при λ = 6,6 и скорректированном значении µ=4,02.

р = 6,6/4,02 = 1,64

S = 15.1

P0 = 1/1+S = 0.061 доля времени простоя

(1.64k / k!) \* 0.061, 0≤ к≤ 2

Pk= (1.64k/ 2\*2k-2) \* 0.061, к > 2

- вероятность того, что в системе k клиентов

Рз = рm / (m-1)!(1+S)(m-p) = 1,642/( 2-1)!(1+15,1)(2-1,64) = 0,46

- вероятность, что все приборы заняты

Eq = Рз / µ( m –p) = 0,46 /4,02\*( 2-1,64) = 0,32 единицы времени

т.е 0,32\*7,1 =2,25 минуты в среднем клиент проводит в очереди

Ev = Eq +1/µ = 0.32 \* ¼,02 = 0.569 единицы времени.

т.е. 0,569\*7,1=4,04 минуты клиент в среднем пребывает в системе

Ex = λ\* Ev = 6,6\*0,569 = 3,75

- среднее число клиентов в системе.

Теперь поставленные условия выполняются:

P0 ≤ 0,1 ( Р0 = 0,061)

 ( Eq =0,32< 2/4,02; Eq = 0,32<0,497

Уменьшение интенсивности обслуживания клиентов приводит к увеличению качества обслуживания клиентов за счет уменьшения доли простоя системы. При времени, проводимом клиентом в очереди – 2.25 минуты это должно привести к привлечению клиентов. Следует учесть, что качество обслуживания влияет на спрос отпускаемой продукции исследуемой системы, что приведет к увеличению прибыли предприятия.

Надо уменьшить интенсивность обслуживания клиентов, что поможет привлечь новых клиентов и получить прибыль.