ФЕДЕРАЛЬНОЕ Вариант № .

Нефтеперерабатывающий завод производит в месяц 1500000 л алкилата, 1200000 л крекинг - бензина и 1300000 л изопентола. В результате смешения этих компонентов в пропорциях 1:1:1 и 3:1:2 получается бензин сорта А и Б соответственно. Стоимость 1000 л бензина сорта А и Б соответственно равна 90 и 120 усл. ед.. Определить месячный план производства бензина сорта А и Б, приносящий предприятию максимальную прибыль.

Решите задачу графическим и симплекс-методом. Выполните постановку и найдите решение двойственной задачи.

**1. Графический метод решения**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Бензин | | Ограничения |
| А | Б |
| Алкилат | 1 | 3 | 1500 |
| Крекинг – бензина | 1 | 1 | 1200 |
| Изопентол | 1 | 2 | 1300 |
| Прибыль (за 1000л) | 90 | 120 |  |
| План | х1 | х2 |

х1 + 3х2 < 1500,

х1 + х2 < 1200,

х1 + 2х2 < 1300,

х1 > 0, х2 > 0.

Целевая функция:

f = 90х1 + 120х2 → max.

Строим прямые

х1 + 3х2 = 1500, 1

х1 + х2 = 1200, 2

х1 +2 х2 = 1300. 3

Строим направляющий вектор q {90, 120}.

Строим прямую, перпендикулярную направляющему вектору и проходящую через область допустимых решений.

Находим оптимальный план:

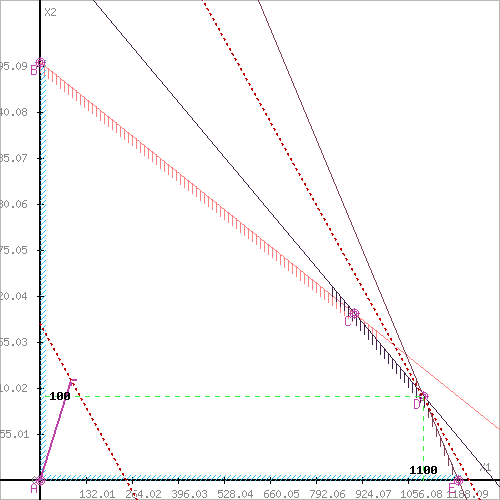
х1 + х2 = 1200, х1 = 1100,

х1 +2 х2 = 1300. х2 = 100.

Максимальная прибыль допускается при выпуске 1100 бензина А и 100 бензина Б.

Оптимальное значение целевой функции:

f = 90х1 + 120х2, f = 90∙1100 + 120∙100 = 111000.



**2. Симплекс-метод.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Бензин | | Ограничения |
| А | Б |
| Алкилат | 1 | 3 | 1500 |
| Крекинг – бензина | 1 | 1 | 1200 |
| Изопентол | 1 | 2 | 1300 |
| Прибыль (за 1000л) | 90 | 120 |  |
| План | х1 | х2 |

Ограничения:

х1 + 3х2 < 1500,

х1 + х2 < 1200,

х1 + 2х2 < 1300,

х1 > 0, х2 > 0.

Целевая функция: f = 90х1 + 120х2 → max,

Введем дополнительные переменные у1, у2, у3.

1х1 + 3х2 + у1 = 1500,

1х1 + 1х2 + у2 = 1200,

1х1 + 2х2 + у3 = 1300,

х1 > 0, х2 > 0,

у1 > 0, у2 > 0, у3 > 0.

у1 = 1500 – (1х1 + 3х2),

у2 = 1200 – (1х1 + 1х2),

у3 = 1300 – (1х1 + 2х2),

х1 > 0, х2 > 0,

у1 > 0, у2 > 0, у3 > 0.

f = 0 – (-90х1 – 120х2) → max.

Составим симплекс таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | x1 | x2 |
| у1 | 1500 | 1 | **3** |
| у2 | 1200 | 1 | 1 |
| у3 | 1300 | 1 | 2 |
| Индексная строка | 0 | -90 | -120 |

Так как в столбце свободных членов нет отрицательных элементов, то найдено допустимое решение. Так как в индексной строке есть отрицательные элементы, то полученное решение не оптимально. Для определения ведущего столбца найдем максимальный по модулю отрицательный элемент в индексной строке (-120). А ведущая строка та, у которой наименьшее положительное отношение свободного члена к соответствующему элементу ведущего столбца.

Пересчитаем таблицу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | x1 | у1 |
| x2 | 500 | 1/3 | 1/3 |
| у2 | 700 | 2/3 | -1/3 |
| у3 | 300 | **1/3** | -2/3 |
| Индексная строка | 60000 | -50 | 40 |

Так как в столбце свободных членов нет отрицательных элементов, то найдено допустимое решение. Так как в индексной строке есть отрицательные элементы, то полученное решение не оптимально. Для определения ведущего столбца найдем максимальный по модулю отрицательный элемент в индексной строке (-50). А ведущая строка та, у которой наименьшее положительное отношение свободного члена к соответствующему элементу ведущего столбца.

Пересчитаем таблицу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | у3 | у1 |
| X2 | 200 | -1 | 1 |
| у2 | 100 | -2 | **1** |
| X1 | 900 | 3 | -2 |
| Индексная строка | 105000 | 150 | -60 |

Так как в столбце свободных членов нет отрицательных элементов, то найдено допустимое решение. Так как в индексной строке есть отрицательные элементы, то полученное решение не оптимально. Для определения ведущего столбца найдем максимальный по модулю отрицательный элемент в индексной строке (-60). А ведущая строка та, у которой наименьшее положительное отношение свободного члена к соответствующему элементу ведущего столбца.

Пересчитаем таблицу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | у3 | у2 |
| x2 | 100 | 1 | -1 |
| у1 | 100 | -2 | 1 |
| x1 | 1100 | -1 | 2 |
| Индексная строка | 111000 | 30 | 60 |

Найдено оптимальное решение.

**3. Постановка и решение двойственной задачи.**

Основная задача:

х1 + 3х2 < 1500,

х1 + х2 < 1200,

х1 + 2х2 < 1300,

х1 > 0, х2 > 0.

Целевая функция:

f = 90х1 + 120х2 → max.

Целевая функция двойственной задачи:

g = 1500y1 + 1200y2 + 1300y3 → min.

у1

1 1 1 ∙ у2

3 1 2 у3

1у1+ 1у2 + 1у3 > 90,

3у1+ 1у2 + 2у3 > 120.

Переход от неравенства к равенству:

х1 + 3х2 + х3 = 1500,

х1 + х2 + х4 = 1200,

х1 + 2х2 + х5 = 1300,

хi > 0.

1у1+ 1у2 + 1у3 - у4 = 90,

3у1+ 1у2 + 2у3 - у5 = 120.

уi > 0.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Осн. | Осн. | | Доп. | | |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 |
| 1100 | 100 | 100 | 0 | 0 |
| Двойст. | 0 | 0 | 0 | 60 | 30 |
| у4 | у5 | у1 | у2 | у3 |
| Доп. | | Осн. | | |