***Терема Ферма. Бесконечный спуск для нечётных показателей n.***

Получены другие формулы для решений уравнения Пифагора x^2+y^2=z^2, отличные от формул древних индусов, и делающие возможным доказательство для всех нечётных значений показателя n тем же способом бесконечного спуска Ферма, что и для n=4*.*

Ферма (потом Эйлер) доказывали эту теорему для частного случая n = 4 способом бесконечного спуска с помощью формул древних индусов: *x= a- b, y=2ab, z= a+ b.*

Другие формулы: *x* =  + *b, y* =  + *a,* *z* =  + *a* + *b* (1).

В (1) *a* и *b* любые взаимно простые положительные целые числа, одно из них – чётное, другое – нечётное. Пусть *a* – чётное, *b –* нечётное: *a=2c, b=d,* откуда=*2cd.*

После подстановки значений *a* и *b* в (1) получим:

*X = d(2c+d); Y= 2c(c+d); Z= 2c(c+d)+ d* (2),

где *c* и *d* любые целые положительные числа; *c*,*d* и их суммывзаимно просты;

*X,Y,Z* – взаимно простые тройки решений уравнения Пифагора. Если определены и целы *c* и *d*, то определены и целы все три числа *X,Y,Z.*

Предположим, что уравнение Ферма *x*+ *y*= *z* имеет тройку целых положительных решений *x,y,*z при нечётном целом положительном значении показателя *n, n>2*. Запишем это уравнение следующим образом:

*(x)+ (y)= (z)* (4).

Так как рассматривается возможность существования целых решений уравнений Ферма и (4) , то должно выполняться следующее условие:

*x= X; y= Y; z= Z;* где *X,Y,Z* из (2) (5).

Чтобы числа *x,y,*z были целыми, из всех трёх чисел *X,Y,*Z должны извлекаться целочисленные корни степени *n* (*n* – нечётное положительное целое число):

*x == (*)*; y == (); z =.*

Для упрощения достаточно рассмотреть два целых числа  и ** ( *n* – нечётное):

 = *=*  и  *= =* .

Подкоренные выражения содержат сомножители не имеющие общих делителей, кроме 1, поэтому каждый сомножитель должен являться целым числом в степени *n*:

*d = g; 2 c = h,* следовательно, *= ; = .*

Так как *x,*– целые, *x* – по условию, а  – из-за нечётн. *n*, то *g+ h= k,* где *k* – целое.

Тройка решений *g,h,k* удовлетворяет уравнению Ферма, но все три числа меньше числа *x* первой тройки решений, потому что наибольшее число *k* из *g,h,k* меньше , так как =*g,* а *<x,* так как *x=()*. Число *k* заведомо меньше числа *z.*

Повторим те же рассуждения для второй тройки решений *g,h,k,* начиная с (4):

*(g)+ (h)= (k); g ==(*)*; h ==(*)*; k =.*

 = *=*  и *= =* *.*

*d = p; 2 c = q,* следовательно, * = ; = .*

*p+ q= r,* где *r* – целое число. Все три числа *p,q,r*  меньше числа ** из второй тройкирешений и *r<k*. Таким же образом получается 4-я тройка решений, 5-я и т.д. до .

При данных конечных целых положительных числах *x,y,*z не может существовать бес-конечной последовательности уменьшающихся целых положительных троек решений. Ряд натуральных чисел конечен. Отсюда целых положительных троек решений для целых положительных нечётных (и всех простых) значений показателя *n (n>2)* не существует.

Для чётных *n=2m* не кратных *4*: (*x*)+(*y*)=(*z*), *m* – нечётное. Если нет целых троек решений для показателя *m*, то их нет и для *2m* (это показал Эйлер). Для *n=4* и *n=4k (k=1,2,3…)* уже доказано, что целых положительных троек решений не существует.

А. Ф. Горбатов