**Общий аналитический метод решения алгебраических уравнений четвертой степени**

Валентин Подвысоцкий

Уравнение:

|  |  |
| --- | --- |
| X4 + TX2 + PX + Q = 0 | (1) |

имеет четыре корня X1, X2, X3, X4.

Известно, что:

|  |  |
| --- | --- |
| X1 + X2 + X3 + X4 = 0, | (2) |

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2 + X1X3 + X1X4 + X2X3 + X2X4 + X3X4 = T, | (3) |

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2X3 + X1X2X4 + X1X3X4 + X2X3X4 = –P, | (4) |

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2X3X4 = Q. | (5) |

Путем простых алгебраических преобразований из соотношений (2), (3), (4) получаем:

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2 + X3X4 = T + (X1 + X2)2, | (6) |

|  |  |
| --- | --- |
| (X1 + X2)(X1X2 – X3X4) = P. | (7) |

Составляем квадратное уравнение:

|  |  |
| --- | --- |
| Y2 – (X1X2+X3X4)Y + X1X2X3X4 = 0, | (8) |

где Y1 = X1X2, Y2 = X3X4.

Используя ф-лы (5), (6), (7) и обозначая A = (X1 + X2)2 перепишем уравнение (8) в виде:

Y2 – (T + A)Y + Q = 0.

Решая уравнение (8) получаем:

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2 = 1/2(T + A2 + ([T + А]2 – 4Q)1/2), | (9) |

|  |  |
| --- | --- |
| X3X4 = 1/2(T + A2 – ([T + A]2 – 4Q)1/2). | (10) |

Таким образом, используя ф-лы (9), (10) получаем:

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2 – X3X4 = ([T + A]2 – 4Q)1/2. | (11) |

Учитывая, что A1/2 = X1 + X2 перепишем формулу (7) в виде:

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2 – X3X4 = Р/А1/2. | (12) |

Подставляя в ф-лу (12) ф-лу (11) получаем

|  |  |
| --- | --- |
| P/A1/2 = ([T + A]2 – 4Q)1/2. | (13) |

Путем простых алгебраических преобразований из ф-лы (13) получаем кубическое уравнение относительно переменной А:

|  |  |
| --- | --- |
| A3 + 2TA2 + (T2 – 4Q)A – P2 = 0. | (14) |

Таким образом решение уравнение четвертой степени (1) сводится к решению кубического уравнения (13), где A=(X1+X2)2 и двух квадратных уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| X2 – (X1 + X2)X + X1X2 = 0, | (15) |

|  |  |
| --- | --- |
| X2 – (X3 + X4)X + X3X4 = 0. | (16) |

Используя ф-лы (9), (10) и учитывая, что X1 + X2 = – (X3+X4) перепишем ф-лы (15), (16) в виде:

|  |  |
| --- | --- |
| X2 – A1/2X + 1/2(T+A + ([T + A]2 – 4Q)1/2) = 0, | (17) |

|  |  |
| --- | --- |
| X2 + A1/2X + 1/2(T+A – ([T + A]2 – 4Q)1/2) = 0. | (18) |

Полное уравнение четвертой степени X4 + KX3 + TX2 + PX + Q = 0 сводится уравнению (1) путем замены переменной X на переменную Y = X + K/4.