Томский межвузовский центр дистанционного образования

Томский государственный университет

систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)

Контрольная работа № 1

по дисциплине

«Математическая логика и теория алгоритмов»

автор учебного пособия:

Зюзьков В.М.

Выполнил:

Студент ТМЦДО

специальности 220201

Вариант №11

1. Перевести на формальный язык (обязательно указывая универсум):

«Некоторые лентяи на оптимисты, но жизнелюбы».

Универсум М ={люди}. Предикаты: L(x) ≡ «х – лентяй», O(x) ≡ «х – оптимист», Z(x) ≡ «х – жизнелюб».

Формула: 

1. Перевести на формальный язык (обязательно указывая универсум):

«Два философа сидят за столом и спорят»

Универсум М ={люди}. Предикаты: F(x) ≡ «х – философ», S(x) ≡ «х – сидит за столом», С(x,y) ≡ «х спорит с y»

Формула: 

1. Перевести с формального языка на человеческий:



(R – Множество вещественных чисел).

Перевод: Для любого вещественного числа есть большее, синус которого равен нулю.

1. Перевести на формальный язык (обязательно указывая универсум):

«Ни один судья не справедлив».

Универсум М ={люди}. Предикаты: J(x) ≡ «х – судья», S(x) ≡ «х – справедлив».

Формула: 

1. Является ли формула

 тавтологией?

Использовать метод доказательства от противного.

Тавтология – формула, истинная независимо от того какие значения принимают переменные входящие в неё. Соответственно нам необходимо доказать, что она не может быть ложной. Представим, что формула ложна при некотором сочетании переменных.

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
|  |  |
|  |  |
| (подставили в формулы значения q, r и t ) |
| Желая избежать противоречия примем , получим |
| , противоречия нет. |

Получили значения переменных,  при которых формула является ложной, следовательно, она опровержима и **не является** **тавтологией**.

1. При каких значениях переменных формула

 ложна?





Переберём все возможные комбинации.

1. Из утверждения получаем, что и одновременно невозможно.

2. Из утверждения получаем, что и одновременно невозможно

3. Из утверждения получаем, что и одновременно невозможно

4. Возьмём и , получаем (верно), (верно), (верно).

 выполняется.

Ответ: формула ложна только при и , других вариантов нет.

1. Является ли формула

 тавтологией?

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
|  |  |
|  |  |
| (подставили в формулы значения Л, r и t ) |
| Так как и , то подставим и получим |
| - противоречие. |

Пришли к противоречию, следовательно, исходная формула – тавтология.

1. Проверить, что и 

Решение: Сначала следует попробовать опровергнуть это утверждение, т.е. найти такие множества *A, B* и *C*, чтобы выполнялось отношение , но не выполнялось и  или, наоборот, выполнялось и , но не выполнялось . После безуспешных попыток найти такие множества следует доказать данное утверждение.

Доказательство распадается на два этапа.

1. Докажем сначала, что и . Пусть и  выполнено, докажем, что . Поскольку требуется доказать включение множеств, то возьмем произвольный элемент , следовательно (из ), значит  и тем более . Аналогично для .
2. Докажем теперь, что и . Пусть  выполнено, докажем, что и . Поскольку требуется доказать включение множеств, то возьмем произвольный элемент , однозначно . Значит  и тогда . Аналогично для *B*. Доказательство закончено.
   1. Проверить, что 

Это выражение верно, так как согласно  не существует элемента , который не входил бы в . Следовательно, для , . Обратное не верно.

* 1. Проверить тождество 

Решение. Построим диаграмму Эйлера для левого множества в четыре этапа.



|  |  |
| --- | --- |
| Диаграмма для множества | Диаграмма для множества |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Диаграмма для множества | Диаграмма для множества |
|  |  |



Диаграммы Эйлера показывают, что тождество выполняется. Докажем это. Используя основные тождества алгебры множеств, преобразуем левую и правую части к одному множеству.



 

Преобразуем отдельно первое и второе множества.







