Лабораторная работа

Решение нелинейных уравнений

Задание

N =07

М=2

Дано уравнение: 

1. Найти все решения уравнения графически.
2. Уточнить значение одного из действительных решений уравнения с точностью до

ε = 0,001:

1. \*методом половинного деления;
2. \*методом Ньютона - Рафсона;
3. методом секущих;
4. конечно-разностным методом Ньютона;
5. \*методом простой итерации;
6. \*методом хорд и касательных
7. комбинированным методом Ньютона.
8. Результаты расчетов оформить таблично с кратким описанием каждого использованного метода: расчетные формулы, выбор начального приближения, критерий остановки и пр.
9. Из методов пункта 2 задание на лабораторную работу предусматривает обязательное использование 4-х методов, отмеченных звездочками, и одного из остальных методов по усмотрению студента.

нелинейный уравнение графический ньютон итерация

1. Решение уравнения графически:



2. Метод половинного деления

Расчетная формула: следующее значение x получается делением отрезка пополам.

Начальное приближение: 

Критерий остановки: <2; .

Таблица результатов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод половинного деления | | | | | | | | | | |
| k | ak | bk | xk | f(ak) | f(bk) | f(xk) | |bk-ak| | f(xk)\*f(ak) | f(xk)\*f(bk) | |bk-ak|<2ε |
| 0 | 0 | 1,5 | 0,75 | -2,070 | 4,305 | -0,148 | 1,5 | 0,306360 | -1,000000 | - |
| 1 | 0,75 | 1,5 | 1,125 | -0,148 | 4,305 | 1,604 | 0,75 | -0,237392 | 6,905220 | - |
| 2 | 0,75 | 1,125 | 0,938 | -0,148 | 1,604 | 0,631 | 0,375 | -0,093388 | 1,012120 | - |
| 3 | 0,75 | 0,938 | 0,844 | -0,148 | 0,631 | 0,219 | 0,188 | -0,032412 | 0,138190 | - |
| 4 | 0,75 | 0,844 | 0,797 | -0,148 | 0,219 | 0,03 | 0,094 | -0,004440 | 0,006570 | - |
| 5 | 0,75 | 0,797 | 0,774 | -0,148 | 0,03 | -0,058 | 0,047 | 0,008584 | -0,001740 | - |
| 6 | 0,774 | 0,797 | 0,786 | -0,058 | 0,03 | -0,012 | 0,023 | 0,000696 | -0,000360 | - |
| 7 | 0,786 | 0,797 | 0,792 | -0,012 | 0,03 | 0,011 | 0,011 | -0,000132 | 0,000330 | - |
| 8 | 0,786 | 0,792 | 0,789 | -0,012 | 0,011 | -0,001 | 0,006 | 0,000012 | -0,000010 | - |
| 9 | 0,789 | 0,792 | 0,791 | -0,001 | 0,011 | 0,007 | 0,003 | -0,000007 | 0,000080 | - |
| 10 | 0,789 | 0,791 | 0,790 | -0,001 | 0,007 | 0,003 | 0,002 | -0,000003 | 0,000020 | - |
| 11 | 0,789 | 0,790 | 0,790 | -0,001 | 0,003 | 0,003 | 0,001 |  |  | + |

3. Метод Ньютона – Рафсона

Расчетная формула: , где 

Начальное приближение:.

Критерий остановки: |f(xk+1)-f(xk)|<ε; .

Таблица результатов:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод Ньютона – Рафсона | | | | |
| k | xk | f(xk) | f'(xk) | |f(xk+1)-f(xk)|<ε |
| 0 | 0,75 | -0,1481 | 3,688 | - |
| 1 | 0,79 | 0,003 | 3,872 | - |
| 2 | 0,789 | -0,0008 | 3,868 | + |

4. Метод Ньютона – Рассела

Расчетная формула: 

Начальное приближение: : x = 0,75

Критерий остановки: |f(xk+1)-f(xk)|<ε, .

Таблица результатов:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод Ньютона – Рассела | | | | | | |
| k | xk | h | xk+h | f(xk) | f(xk+h) | |f(xk+1)-f(xk)|<ε |
| 0 | 0,75 | 1 | 1,75 | -0,1481 | 6,789 | - |
| 1 | 0,771 | 1 | 1,771 | -0,0697 | 7,027 | - |
| 2 | 0,781 | 1 | 1,781 | -0,0316 | 7,141 | - |
| 3 | 0,785 | 1 | 1,785 | -0,0163 | 7,187 | - |
| 4 | 0,787 | 1 | 1,787 | -0,0086 | 7,211 | - |
| 5 | 0,788 | 1 | 1,788 | -0,0047 | 7,222 | - |
| 6 | 0,789 | 1 | 1,789 | -0,0008 | 7,234 | - |
| 7 | 0,789 | 1 | 1,789 | -0,0008 | 7,234 | + |

5. Метод простой итерации

Расчетная формула:. x=(x), где (x)=x - k f(x), k=0.11

Начальное приближение: x = 0,75

Критерий остановки: |xk+1-xk|≤ε; .

Таблица результатов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Метод простой итерации | | | |
| k | xk | φ(xk) | |xk+1-xk|≤ε |
| 0 | 0,5 | 0,604 | - |
| 1 | 0,604 | 0,675 | - |
| 2 | 0,675 | 0,720 | - |
| 3 | 0,720 | 0,748 | - |
| 4 | 0,748 | 0,765 | - |
| 5 | 0,765 | 0,775 | - |
| 6 | 0,775 | 0,781 | - |
| 7 | 0,781 | 0,784 | - |
| 8 | 0,784 | 0,786 | - |
| 9 | 0,786 | 0,787 | - |
| 10 | 0,787 | 0,788 | - |
| 11 | 0,788 | 0,789 | - |
| 12 | 0,789 | 0,789 | + |

6. Метод хорд и касательных

Расчетная формула: ,

,где .

Начальное приближение: , 

Критерий остановки: ; .

Таблица результатов:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод хорд и касательных | | | | | | | | | | | |
| k | ak | bk | f(ak) | f(bk) | f'(ak) | f'(bk) | f''(ak) | f''(bk) | f(ak) \*f''(ak) | f(bk) \*f''(bk) | |bk-ak|<2ε |
| 0 | 0 | 1,5 | -2,070 | 4,305 | 2 | 8,75 | 0 | 9 | 0 | 38,745 | - |
| 1 | 0,487 | 1,022 | -0,980 | 1,041 | 2,712 | 5,133 | 2,922 | 6,132 | -2,86 | 6,383 | - |
| 2 | 0,746 | 0,852 | -0,163 | 0,252 | 3,67 | 4,178 | 4,476 | 5,112 | -0,73 | 1,288 | - |
| 3 | 0,788 | 0,803 | -0,005 | 0,054 | 3,863 | 3,934 | 4,728 | 4,818 | -0,02 | 0,26 | - |
| 4 | 0,789 | 0,792 | -0,001 | 0,011 | 3,868 | 3,882 | 4,734 | 4,752 | -0,01 | 0,052 | - |
| 5 | 0,789 | 0,79 | -0,001 | 0,003 | 3,868 | 3,872 | 4,734 | 4,74 | -0,01 | 0,014 | + |

Вывод

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Название метода | Вычислительная сложность | | Сложность  реализации | Глобальная  сходимость | Скорость  сходимости |
| h | Произв. |
| Метод Ньютона-Рафсона | - | + | +++ | - | квадратичная |
| Метод половинного деления | - | - | + | + | линейная |
| Метод простой итерации | - | - | + | - | линейная |
| Конечно-разностный метод | + | - | ++ | - | сверхлинейная (при хорошем выборе h) |
| Метод секущих | - | + | ++ | - | сверхлинейная |
| Метод хорд и касательных | - | + | +++ |  | квадратичная |
| Метод хорд | - | + | +++ | - | Сначала лин., потом сверхлин. |