Курсова робота

з дисциплини: Теорема ймовірності

на тему: Незалежні випробування

**Введення**

При практичному застосуванні теорії ймовірностей часто доводиться зустрічатися із задачами, у яких те саме випробування повторюється неодноразово. У результаті кожного випробування може з'явитися або не з'явитися деяка подія А, причому нас не цікавить результат кожного окремого випробування, а загальне число появ події А в результаті серії досвідів. Наприклад, якщо виробляється група пострілів по однієї й тій же меті, нас, як правило, не цікавить результат кожного пострілу, а загальне число влучень. У подібних задачах потрібно вміти визначати ймовірність будь-якого заданого числа появ події в результаті серії досвідів. Такі задачі й будуть розглянуті. Вони вирішуються досить просто у випадку, коли випробування є незалежними.

Визначення. Випробування називаються незалежними, якщо ймовірність того або іншого результату кожного з випробувань не залежить від того, які результати мали інші випробування.

Наприклад, кілька кидань монети являють собою незалежні випробування.

**1. Формула Бернуллі**

Нехай зроблено два випробування(n=2). У результаті можливе настання одного з наступних подій:



Відповідні ймовірності даних подій такі: .



або - настання події тільки в одному випробуванні.



- імовірність настання події два рази.



- імовірність настання події тільки один раз.



- імовірність настання події нуль раз.



Нехай тепер n=3. Тоді можливе настання одного з наступних варіантів подій:

.



Відповідні ймовірності рівні .



Очевидно, що отримані результати при n=2 і n=3 є елементами

и.



Тепер допустимо, зроблено n випробувань. Подія А може наступити n раз, 0 разів, n-1 раз і т.д. Напишемо подію, що складається в настанні події А m раз



Необхідно знайти число випробувань, у яких подія А наступить m раз. Для цього треба знайти число комбінацій з n елементів, у яких А повторюється m раз, а n-m раз.



- імовірність настання події А.



(1)



Остання формула називається формулою Бернуллі і являє собою загальний член розкладання :



.



З формули (1) видно, що її зручно використовувати, коли число випробувань не занадто велике.

Приклади

№1. Кидається монета 7 разів. Знайти ймовірність настання орла три рази.

Рішення.

n=7, m=3



.



№2. Щодня акції корпорації АВС піднімаються в ціні або падають у ціні на один пункт із ймовірностями відповідно 0,75 і 0,25. Знайти ймовірність того, що акції після шести днів повернуться до своєї первісної ціни. Прийняти умову, що зміни ціни акції нагору й долілиць - незалежні події.

Рішення. Для того, щоб акції повернулися за 6 днів до своєї первісної ціни, потрібно, щоб за цей час вони 3 рази піднялися в ціні й три рази опустилися в ціні. Шукана ймовірність розраховується по формулі Бернуллі



№3. Мотори багатомоторного літака виходять із ладу під час польоту незалежно один від іншого з імовірністю р. Багатомоторний літак продовжує летіти, якщо працює не менш половини його моторів. При яких значеннях р двомоторний літак надійніше чотиримоторного літака?

Рішення. Двомоторний літак терпить аварію, якщо відмовляють обоє його мотора. Це відбувається з імовірністю р2. Чотиримоторний літак терпить аварію, якщо виходять із ладу всі 4 мотори а це відбувається з імовірністю р4, або виходять із ладу три мотори з 4-х. Імовірність останньої події обчислюється по формулі Бернуллі: . Щоб двомоторний літак був надійніше, ніж чотиримоторний, потрібно, щоб виконувалася нерівність



р2<р4+4p3(1–p)

Ця нерівність зводиться до нерівності (3 р-р-1)( р-р-1)<0. Другий співмножник у лівій частині цієї нерівності завжди негативний (за умовою задачі). Отже, величина 3 р-р-1 повинна бути позитивної, звідки треба, що повинне виконуватися умову р>1/3. Слід зазначити, що якби ймовірність виходу з ладу мотора літака перевищувала одну третину, сама ідея використання авіації для пасажирських перевезень була б дуже сумнівною.

№4. Бригада з десяти чоловік іде обідати. Є дві однакові їдальні, і кожний член бригади незалежно один від іншого йде обідати в кожну із цих їдалень. Якщо в одну з їдалень випадково прийде більше відвідувачів, чим у ній є місць, то виникає черга. Яке найменше число місць повинне бути в кожній з їдалень, щоб імовірність виникнення черги була менше 0,15?

Рішення. Рішення задачі прийде шукати перебором можливих варіантів. Спочатку помітимо, що якщо в кожній їдальні по 10 місць, то виникнення черги неможливо. Якщо в кожній їдальні по 9 місць, то черга виникне тільки у випадку, якщо всі 10 відвідувачів потраплять в одну їдальню. З умови задачі треба, що кожний член бригади вибирає дану їдальню з імовірністю 1/2. Виходить, усі зберуться в одній їдальні з імовірністю 2(1/2)10=1/512. Це число багато менше, ніж 0,15, і варто провести розрахунок для їдалень. Якщо в кожній їдальні по 8 місць, то черга виникне, якщо всі члени бригади прийдуть в одну їдальню, імовірність цієї події вже обчислена, або 9 чоловік підуть в одну їдальню, а 1 чоловік вибере іншу їдальню. Імовірність цієї події розраховується за допомогою формули Бернуллі . Таким чином, якщо в їдальнях по 8 місць, то черга виникає з імовірністю 11/512, що поки ще менше, ніж 0,15. Нехай тепер у кожній з їдалень по 7 місць. Крім двох розглянутих варіантів, у цьому випадку черга виникне, якщо в одну з їдалень прийде 8 чоловік, а в іншу 2 чоловік. Це може відбутися з імовірністю .



Виходить, у цьому випадку черга виникає з імовірністю 56/512=0,109375<0,15. Діючи аналогічним образом, обчислюємо, що якщо в кожній їдальні 6 місць, то черга виникає з імовірністю 56/512+120/512=176/512=0,34375. Звідси одержуємо, що найменше число місць у кожній їдальні повинне рівнятися семи.

№5. В урні 20 білих і 10 чорних куль. Вийняли 4 кулі, причому кожну вийняту кулю повертають в урну перед добуванням наступні й кулі в урні перемішують. Знайти ймовірність того, що із чотирьох вийнятих куль виявиться 2 білих.

Рішення. Подія А – дістали білу кулю. Тоді ймовірності

, .



По формулі Бернуллі необхідна ймовірність дорівнює

.



№6. Визначити ймовірність того, що в родині, що має 5 дітей, буде не більше трьох дівчинок. Імовірності народження хлопчика й дівчинки передбачаються однаковими.

Рішення. Імовірність народження дівчинки

, тоді .



Знайдемо ймовірності того, що в родині немає дівчинок, народилася одна, дві або три дівчинки:

бернуллі формула лаплас ймовірність

, ,



, .



Отже, шукана ймовірність

.



№7. Серед деталей, оброблюваних робітником, буває в середньому 4% нестандартні. Знайти ймовірність того, що серед узятих на випробування 30 деталей дві будуть нестандартними.

Рішення. Тут досвід полягає в перевірці кожної з 30 деталей на якість. Подія А - "поява нестандартної деталі", його ймовірність , тоді . Звідси по формулі Бернуллі знаходимо

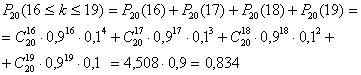


.



№8. При кожному окремому пострілі зі знаряддя ймовірність поразки мети дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що з 20 пострілів число вдалих буде не менш 16 і не більше 19.

Рішення. Обчислюємо по формулі Бернуллі:



№9. Незалежні випробування тривають доти, поки подія А не відбудеться k раз. Знайти ймовірність того, що буде потрібно n випробувань (n і k), якщо в кожному з них .



Рішення. Подія В – рівно n випробувань до k-го появи події А – є добуток двох наступних подій:

D – в n-ом випробуванні А відбулося;

С – у перші (n–1)-ом випробуваннях А з'явилося (до-1) раз.

Теорема множення й формула Бернуллі дають необхідну ймовірність:

.



№10. З n акумуляторів за рік зберігання k виходить із ладу. Вибирають m акумуляторів. Визначити ймовірність того, що серед них l справних n = 100, k = 7, m = 5, l = 3.

Рішення: Маємо схему Бернуллі з параметрами p=7/100=0,07 (імовірність того, що акумулятор вийде з ладу), n = 5 (число випробувань), k = 5-3 =2 (число "успіхів", несправних акумуляторів). Будемо використовувати формулу Бернуллі (імовірність того, що в n випробуваннях подія відбудеться k раз).



Одержуємо



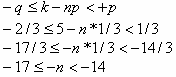
№11. Пристрій, що складається з п'яти незалежно працюючих елементів, включається за час Т. Імовірність відмови кожного з них за цей час дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що відмовлять: а) три елементи; б) не менш чотирьох елементів; в) хоча б один елемент.

Рішення: Маємо схему Бернуллі з параметрами p = 0,2 (імовірність того, що елемент відмовить), n = 5 (число випробувань, тобто число елементів), k (число "успіхів", що відмовили елементів). Будемо використовувати формулу Бернуллі (імовірність того, що для n елементів відмова відбудеться в k елементах): . Одержуємо а) - імовірність того, що відмовлять рівно три елементи з п'яти. б) - імовірність того, що відмовлять не менш чотирьох елементів з п'яти (тобто або чотири, або п'ять). в) - імовірність того, що відмовить хоча б один елемент (знайшли через імовірність протилежної події - жоден елемент не відмовить).



№12. Скільки варто зіграти партій у шахи з імовірністю перемоги в одній партії, рівної 1/3, щоб число перемог було дорівнює 5?

Рішення: Число перемог k визначається з формули Тут p =1/3 (імовірність перемоги), q = 2/3 (імовірність програшу), n - невідоме число партій. Підставляючи даного значення, одержуємо:



Одержуємо, що n = 15, 16 або 17.

**2. Локальна формула Муавра-Лапласа**

Легко бачити, що користуватися формулою Бернуллі при більших значеннях n досить важко, тому що формула вимагає виконання дій над величезними числами. Природно, виникає питання: чи не можна обчислити ймовірність, що цікавить нас,, не прибігаючи до формули Бернуллі.

В 1730 р. інший метод рішення при p=1/2 знайшов Муавр; в 1783 р. Лаплас узагальнив формулу Муавра для довільного p, відмінного від 0 і 1.

Ця формула застосовується при необмеженому зростанні числа випробувань, коли ймовірність настання події не занадто близька до нуля або одиниці. Тому теорему, про яку мова йде, називають теоремою Муавра-Лапласа.

Теорема Муавра-Лапласа. Якщо ймовірність p появи події А в кожному випробуванні постійне й відмінна від нуля й одиниці, то ймовірність того, що подія А з'явиться в n випробуваннях рівно k раз, приблизно дорівнює(тим точніше, чим більше n) значенню функції



При .



Є таблиці, у яких поміщені значення функції

,



відповідним позитивним значенням аргументу x(див. додаток 1). Для негативних значень аргументу користуються тими ж таблицями, тому що функція парна, тобто .



Отже, імовірність того, що подія A з'явиться в n незалежних випробуваннях рівно k раз, приблизно дорівнює

,



де .



№13. Знайти ймовірність того, що подія А наступить рівно 80 разів в 400 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,2.

Рішення. За умовою n=400; k=80; p=0,2; q=0,8. Скористаємося формулою Лапласа:

.



Обчислимо обумовлене даними задачі значення x:

.



По таблиці додатка 1 знаходимо .



Шукана ймовірність

.



№14. Імовірність поразки мішені стрільцем при одному пострілі p=0,75.

Знайти ймовірність того, що при 10 пострілах стрілок уразить мішень 8 разів.

Рішення. За умовою n=10; k=8; p=0,75; q=0,25.

Скористаємося формулою Лапласа:

.



Обчислимо обумовлене даними задачі значення x:

.



По таблиці додатка 1 знаходимо



Шукана ймовірність

.



№15. Знайти ймовірність того, що подія А наступить рівно 70 разів в 243 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,25.

Рішення. За умовою n=243; k=70; p=0,25; q=0,75. Скористаємося формулою Лапласа:

.



Знайдемо значення x:

.



По таблиці додатка 1 знаходимо

.



Шукана ймовірність

.



№16. Знайти ймовірність того, що подія А наступить 1400 разів в 2400 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,6.

Рішення. За умовою n=2400; k=1400; p=0,6; q=0,4. Як і в попередньому прикладі, скористаємося формулою Лапласа:



Обчислимо x:

.



По таблиці додатка 1 знаходимо



Шукана ймовірність

.



**3. Формула Пуассона**

Ця формула застосовується при необмеженому зростанні числа випробувань, коли ймовірність настання події досить близька до 0 або 1.

,



.



Доказ.



.



.



У такий спосіб одержали формулу:

.



Приклади

№17. Імовірність виготовлення негідної деталі дорівнює 0,0002. Знайти ймовірність того, що серед 10000 деталей тільки 2 деталі будуть негідними.

Рішення. n=10000; k=2; p=0,0002.



.



№18. Імовірність виготовлення бракованої деталі дорівнює 0,0004. Знайти ймовірність того, що серед 1000 деталей тільки 5 деталі будуть бракованими.

Рішення. n=1000; k=5; p=0,0004.



Шукана ймовірність

.



№19. Імовірність виграшу лотереї дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що з 5000 спроб виграти вдасться 3 рази.

Рішення. n=5000; k=3; p=0,0001.



Шукана ймовірність

.



**4. Теорема Бернуллі про частоту ймовірності**

Теорема. Імовірність того, що в n незалежних випробуваннях, у кожному з яких імовірність появи події дорівнює p, абсолютна величина відхилення відносної частоти появи події від імовірності появи події не перевищить позитивного числа , приблизно дорівнює подвоєної функції Лапласа при :



.



Доказ. Будемо вважати, що виробляється n незалежних випробувань, у кожному з яких імовірність появи події А постійна й дорівнює p. Поставимо перед собою задачу знайти ймовірність того, що відхилення відносної частоти від постійної ймовірності p по абсолютній величині не перевищує заданого числа . Інакше кажучи, знайдемо ймовірність здійснення нерівності



. (\*)



Замінимо нерівність (\*) йому рівносильними:

.



Множачи ці нерівності на позитивний множник , одержимо нерівності, рівносильні вихідному:



.



Тоді ймовірність знайдемо в такий спосіб:

.



Значення функції перебуває по таблиці(див. додаток 2).



Приклади

№20. Імовірність того, що деталь не стандартна, p=0,1. Знайти ймовірність того, що серед випадково відібраних 400 деталей відносна частота появи нестандартних деталей відхилиться від імовірності p=0,1 по абсолютній величині не більш, ніж на 0,03.

Рішення. n=400; p=0,1; q=0,9; =0,03. Потрібно знайти ймовірність . Користуючись формулою



,



маємо

.



По таблиці додатка 2 знаходимо . Отже, . Отже, шукана ймовірність дорівнює 0,9544.



№21. Імовірність того, що деталь не стандартна, p=0,1. Знайти, скільки деталей треба відібрати, щоб з імовірністю, рівної 0,9544, можна було затверджувати, що відносна частота появи нестандартних деталей(серед відібраних) відхилиться від постійної ймовірності p по абсолютній величині не більше ніж на 0,03.

Рішення. За умовою, p=0,1; q=0,9; =0,03; . Потрібно знайти n. Скористаємося формулою



.



У силу умови



Отже,



По таблиці додатка 2 знаходимо . Для відшукання числа n одержуємо рівняння . Звідси шукане число деталей n=400.



№22. Імовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,2. Знайти, яке відхилення відносної частоти появи події від його ймовірності можна чекати з імовірністю 0,9128 при 5000 випробуваннях.

Рішення. Скористаємося тією же формулою, з якої треба:

.



**Література**

1. Гмурман Е.В. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К., 2003

2. Гмурман Е.В. Керівництво до рішення задач по теорії ймовірностей і математичній статистиці. – К., 2004.

3. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. – К., 2007.

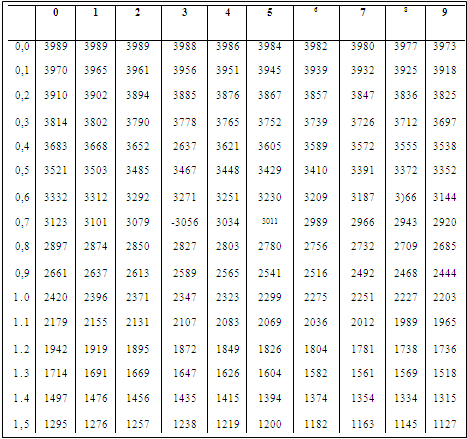
4. Колемаєв В.А., Калініна В.Н., Соловйов В.И., Малихин В.І., Курочкин О.П. Теорія ймовірностей у прикладах і задачах. – К., 2004.

5. Вентцель Е.С. Теорія ймовірностей. – К., 2004

**Додатки**

Додаток 1

Таблиця значень функції



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1.6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1.7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0648 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1.8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1.9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0 | 0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2.1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2.2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2.3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2.5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2.6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2.9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0043 |
| 3,0 | 0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028. | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0622 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

Додаток 2

Таблиця значень функції



|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  | x |  | x |  | x |  |
| 0900 | 0,0000 | 0,32 | 0,1255 | 0,64 | 0,2389 | 0,96 | 0,3315 |
| 0,01 | 0,0040 | 0,33 | 0,1293 | 0,65 | 0,2422 | 0,97 | 0,3340 |
| 0,02 | 0,0080 | 0,34 | 0,1331 | 0,66 | 0,2454 | 0,98 | 0,3365 |
| 0,03 | 0,0120 | 0,35 | 0,1368 | 0,67 | 0,2486 | 0.99 | 0,3389 |
| 0,04 | 0,0160 | 0,36 | 0,1406 | 0,68 | 0,2517 | 1,00 | 0,3413 |
| 0,05 | 0,0199 | 0,37 | 0,1443 | 0,69 | 0,2549 | 1,01 | 0,3438 |
| 0,06 | 0,0239 | 0,38 | 0,1480 | 0,70 | 0,2580 | 1,02 | 0,3461 |
| 0,07 | 0,0279 | 0,39 | 0,1517 | 0,71 | 0,2611 | 1,03 | 0,3485 |
| 0,08 | 0,0319 | 0,40 | 0,1554 | 0,72 | 0,2642 | 1,04 | 0,3508 |
| 0,09 | 0,0359 | 0,41 | 0,1591 | 0,73 | 0,2673 | 1,05 | 0,3531 |
| 0,10 | 0,0398 | 0,42 | 0,1628 | 0,74 | 0,2703 | 1,06 | 0,3554 |
| 0,11 | 0,0438 | 0,43 | 0,1664 | 0,75 | 0,2734 | 1,07 | 0,3577 |
| 0,12 | 0,0478 | 0,44 | 0,1700 | 0,76 | 0,2764 | 1,08 | 0,3599 |
| 0,13 | 0,0517 | 0,45 | 0,1736 | 0,77 | 0,2794 | 1.09 | 0,3621 |
| 0,14 | 0,0557 | 0,46 | 0,1772 | 0,78 | 0,2823 | 1.10 | 0,3643 |
| 0,15 | 0,0596 | 0,47 | 0,1808 | 0,79 | 0,2852 | 3665 | 0,3665 |
| 0,16 | 0,0636 | 0,48 | 0,1844 | 0,80 | 0,2881 | 3686 | 0,3686 |
| 0,17 | 0,0675 | 0,49 | 01879 | 0,81 | 0,2910 | 1,13 | 0,3708. |
| 0,18 | 0,0714 | 0,50 | 0,1915 | 0,82 | 0,2939 | 1,14 | 0,3729 |
| 0,19 | 0,0753 | 0,51 | 0,1950 | 0,83 | 0,2967 | 1,15 | 0,3749 |
| 0,20 | 0,0793 | 0,52 | 0,1985 | 0,84 | 0,2995 | 1,16 | 0,3770 |
| 0,21 | 0,0832 | 0,53 | 0,2019 | 0,85 | 0,3023 | 1,17 | 0,3790 |
| 0,22 | 0,0871 | 0,54 | 0,2054 | 0,86 | 0,3051 | 1,18 | 0,3810 |
| 0,23 | 0,0910 | 0,55 | 0,2088 | 0,87 | 0,3078 | 1,19 | 0,3830 |
| 0,24 | 0,0948 | 0,56 | 0,2123 | 0,88 | 0,3106 | 1,20 | 0,3849 |
| 0,25 | 0,0987 | 0,57 | 0,2157 | 0,89 | 0,3133 | 1.21 | 0,3869 |
| 0,26 | 0,1026 | 0,58 | 0,2190 | 0,90 | 0,3159 | 1,22 | 0/3883 |
| 0,27 | 0,1064 | 0,59 | 0,2224 | 0,91 | 0,3186 | 1,23 | 0,3907 |
| 0,28 | 0,1103 | 0,60 | 0,2257 | 0,92 | 0,3212 | 1.24 | 0,3925 |
| 0,29 | 0,1141 | 0,61 | 0,2291 | 0,93 | 0,3238 | 1,25 | 0,3944 |
| 0,30 | 0,1179 | 0,62 | 0,2324 | 0,94 | 0,3264 |  |  |
| 0,31 | 0,1217 | 0,63 | 0,2357 | 0,95 | 0,3289 |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  | x |  | x |  | x |  |
| 1,26 | 0,3962 | 1,59 | 0,4441 | 1,92 | 0,4726 | 2,50 | 0,4938 |
| 1,27 | 0,3980 | 1,60 | 0,4452 | 1,93 | 0,4732 | 2,52 | 0,4941 |
| 1,28 | 0,3997 | 1,61 | 0,4463 | 1,94 | 0,4738 | 2,54 | 0,4945 |
| 1,29 | 0.4015 | 1,62 | 0,4474 | 1,95 | 0,4744 | 2,56 | 0,4948 |
| 1,30 | 0,4032 | 1,63 | 0.4484 | 1.96 | 0,4750 | 2,58 | 0,4951 |
| 1,31 | 0,4049 | 1,64 | 0,4495 | 1,97 | 0,4756 | 2,60 | 0,4953 |
| 1,32 | 0.4066 | 1,65 | 0,4505 | 1,98 | 0,4761 | 2,62 | 0,4956 |
| 1,33 | 0,4082 | 1,66 | 0,4515 | 1,99 | 0,4767 | 2,64 | 0,4959 |
| 1,34 | 0.4099 | 1,67 | 0.4525 | 2.00 | 0,4772 | 2,66 | 0,4961 |
| 1.3S | 0.4115 | 1,68 | 0,4535 | 2,02 | 0,4783 | 2,68 | 0,4963 |
| 1,36 | 0.4131 | 1,69 | 0,4545 | 2,04 | 0,4793 | 2,70 | 0,4965 |
| 1,37 | 0.4147 | 1,70 | 0,4554 | 2,06 | 0,4803 | 2,72 | 0,4967 |
| 1,38 | 0.4162 | 1.71 | 0,4564 | 2,08 | 0,4812 | 2,74 | 0,4969 |
| 1,39 | 0.4177 | 1,72 | 0,4573 | 2,10 | 0,4821 | 2,76 | 0,4971 |
| 1.40 | 0,4192 | 1,73 | 0,4582 | 2,12 | 0,4830 | 2,78 | 0,4973 |
| 1.41 | 0,4207 | 1.74 | 0,4591 | 2,14 | 0,4838 | 2,80 | 0,4974 |
| 1.42 | 0.4222 | 1,75 | 0.4599 | 2,16 | 0,4846 | 2,82 | 0,4976 |
| 1.43 | 0.4236 | 1,76 | 0,4608 | 2,18 | 0,4854 | 2,84 | 0,4977 |
| 1.44 | 0,4251 | 1.77 | 0,4616 | 2,20 | 0,4861 | 2,86 | 0,4979 |
| 1,45 | 0.4265 | 1,78 | 0.4625 | 2,22 | 0,4868 | 2,88 | 0,4980 |
| 1.46 | 0,4279 | 1,79 | 0,4633 | 2,24 | 0,4875 | 2,90 | 0,4981 |
| 1.47 | 0,4292 | 1,80 | 0,4641 | 2,26 | 0,4881 | 2,92 | 0,4982 |
| 1,48 | 0,4306 | 1.81 | 0,4649 | 2,28 | 0,4887 | 2,94 | 0,4984 |
| 1,49 | 0.4319 | 1,82 | 0,4656 | 2,30 | 0,4893 | 2,96 | 0,4985 |
| 1.50 | 0,4332 | 1,83 | 0,4664 | 2,32 | 0,4898 | 2.98 | 0,4986 |
| 1,51 | 0,4345 | 1,84 | 0,4671 | 2,34 | 0,4904 | 3,00 | 0,49865 |
| 1.52 | 0,4357 | 1,85 | 0,4678 | 2,36 | 0,4909 | 3,20 | 0,49931 |
| 1.53 | 0,4370 | 1,86 | 0,4686 | 2,38 | 0,4913 | 3.40 | 0,49966 |
| 1.54 | 0,4382 | 1,87 | 0,4693 | 2,40 | 0,4918 | 3,60 | 0,49984 |
| 1,55 | 0,4394 | 1.88 | 0,4699 | 2,42 | 0,4922 | 3,80 | 0,49992 |
| 1.S6 | 0,4406 | 1.89 | 0,4706 | 2,44 | 0,4927 | 4,00 | 0,49996 |
| 1,57 | 0,4418 | 1,90 | 0,4713 | 2,46 | 0,4931 | 4,50 | 0,49999 |
| 1,58 | 0,4429 | 1,91 | 0,4719 | 2,48 | 0,4934 | 5,00 | 0,49999 |