Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»

Математический факультет

Курсовая работа

**О МИНИМАЛЬНЫХ -ЗАМКНУТЫХ ТОТАЛЬНО НАСЫЩЕННЫХ НЕ -ФОРМАЦИЯХ КОНЕЧНЫХ ГРУПП**



Исполнитель:

Студентка группы М-32 Макаренко Л.А.

Научный руководитель:

Канд. физ-мат. наук, доцент Сафонов В.Г.

Гомель 2006

Содержание

Введение

1. Определения и обозначения

2. Используемые результаты

3. Основные результаты

Заключение

Литература

Введение

Все рассматриваемые в работе группы предполагаются конечными. Используемую терминологию можно найти в [1, 2].

При изучении внутреннего строения, а также классификации насыщенных формаций важную роль играют так называемые минимальные насыщенные не -формации [3] или -критические формации [4]. Напомним, что насыщенная формация , называется минимальной насыщенной не -формацией, если все собственные насыщенные подформации содержатся в классе групп . Задача изучения формаций такого рода впервые была поставлена Л.А. Шеметковым на VI симпозиуме по теории групп [3]. Ее решение, в классе насыщенных формаций, получено А.Н. Скибой [5].



В теории тотально насыщенных формаций изучение минимальных тотально насыщенных не -формаций было начато А.Н.Скибой в книге [2], где было дано описание разрешимых минимальных тотально насыщенных не -формаций ( – формация всех разрешимых групп нильпотентной длины ). В работах автора [6-10] теория минимальных -замкнутых тотально насыщенных не -формаций получила свое дальнейшее развитие. Основными результатами в этом направлении являются следующие теоремы.



**Теорема 1 [10].** *Пусть и – -замкнутые тотально насыщенные формации, . Тогда и только тогда*  – *минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -формация, когда* , *где – такая монолитическая -минимальная не -группа с монолитом , что выполняется одно из следующих условий:*



1) – группа простого порядка ;



2) – неабелева группа и , *где – совокупность всех собственных -подгрупп группы ;*



3) ,



где – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех , а либо группа простого порядка , либо такая монолитическая -минимальная не -группа с неабелевым монолитом , что , совпадает с -корадикалом группы и



*где – совокупность всех собственных -подгрупп группы .*



**Теорема 2 [10].** *Пусть и – -замкнутые тотально насыщенные формации, . Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -формация когда удовлетворяет одному из следующих условий:*



1) , *где – такая монолитическая -минимальная не -группа с неабелевой минимальной нормальной подгруппой , что справедливо включение* , *где – совокупность всех собственных -подгрупп группы ;*



2) ,



где и ;



3) ,



*где , а – такая монолитическая группа с неабелевой минимальной нормальной подгруппой , что совпадает с -корадикалом группы , и* .



В настоящей работе, основываясь на результатах работы [10], мы даем описание -критических формаций для некоторых наиболее известных формаций .



1. Определения и обозначения

Напомним, что всякую формацию групп называют *0-кратно насыщенной*. При формацию называют *-кратно насыщенной*, если она имеет такой локальный экран, все непустые значения которого – -кратно насыщенные формации. Формацию -кратно насыщенную для любого целого неотрицательного называют *тотально насыщенной*.



*Подгрупповым функтором* [2] называют отображение сопоставляющее каждой группе такую систему ее подгрупп , что: 1) ; 2) для любых групп и и любого эпиморфизма имеет место и



Тотально насыщенную формацию называют *-замкнутой*, если для любой группы . -Замкнутую тотально насыщенную формацию называют *минимальной -замкнутой тотально насыщенной не -формацией* (или, иначе, *-критической*), если , но все собственные -замкнутые тотально насыщенные подформации из содержатся в классе групп .



Пусть – -замкнутая формация. Группа называется *-минимальной не -группой*, если , но для любой собственной подгруппы из .



Для всякой совокупности групп через обозначают *-замкнутую тотально насыщенную формацию, порожденную классом групп* , т.е. пересечение всех -замкнутых тотально насыщенных формаций, содержащих . Если , то называют *однопорожденной* -замкнутой тотально насыщенной формацией. Для любых -замкнутых тотально насыщенных формаций и полагают . Частично упорядоченное по включению множество всех -замкнутых тотально насыщенных формаций с операциями и образует полную решетку. Формации из называют *-формациями.* Экран, все непустые значения которого -формации, называют *-значным*. Если – -формация, то через обозначают её *минимальный -значный локальный экран*.



Для произвольной последовательности простых чисел и всякой совокупности групп класс групп определяют следующим образом:



1) ; 2) .



Последовательность простых чисел называют *подходящей* для , если и для любого число . Множество всех подходящих для последовательностей обозначают через . Символом обозначают совокупность всех таких последовательностей из , у которых при всех .



Пусть – некоторая подходящая для последовательность. Тогда -значный локальный экран определяют следующим образом:



1) ; 2) .



В дальнейшем через будем обозначать некоторое непустое множество простых чисел.



2. Используемые результаты

**Лемма 2.1 [9].** *Пусть – монолитическая группа,* – *неабелева группа. Тогда*  *имеет единственную максимальную -подформацию* , где – *совокупность всех собственных -подгрупп группы . В частности, .*



**Лемма 2.2 [2, c. 33].** *Пусть* , *где – непустой класс групп. Тогда если – минимальный -значный экран формации , то справедливы следующие утверждения:*



*1) ;*



*2)*



*при всех простых числах ;*



*3) если – произвольный -значный экран формации , то при любом имеет место*



Следующая лемма является частным случаем теоремы 2.5.5 [2, c. 94].

**Лемма 2.3.** *Пусть , – -замкнутые тотально насыщенные формации, , – канонический экран формации . Тогда является -критической формацией в том и только в том случае, когда* , *где – такая монолитическая -минимальная не -группа с монолитом , что для всех формация -критична.*



3. Основные результаты

Теоремы 1 и 2 могут быть использованы для нахождения описания минимальных -замкнутых тотально насыщенных не -формаций для большинства «классических», наиболее часто используемых в приложениях классов групп , поскольку большинство из них являются наследственными тотально насыщенными формациями. Приведем описание -критических формаций для некоторых конкретных классов групп.



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -разрешимые формации.**



Напомним, что группу называют -разрешимой, если для каждого ее главного -фактора . Пусть – формация всех -разрешимых групп. Тогда, очевидно, . Класс всех -разрешимых групп является наследственной тотально насыщенной формацией.



**Теорема 3.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разрешимая формация, когда* , *где – монолитическая -минимальная не -разрешимая группа с таким неабелевым монолитом , что и группа -разрешима*.



*Доказательство.* *Необходимость.* Пусть – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разрешимая формация. По теореме 1 имеем , где – такая монолитическая -минимальная не -разрешимая группа с монолитом , что выполняется одно из следующих условий:



1) – группа простого порядка ;



2) – неабелева группа и , где – совокупность всех собственных -подгрупп группы ;



3) ,



где – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех , а либо группа простого порядка , либо такая монолитическая -минимальная не -группа с неабелевым монолитом , что , совпадает с -корадикалом группы и



где – совокупность всех собственных -подгрупп группы .



Поскольку , то – неабелева группа и . Таким образом, группа удовлетворяет условию теоремы.



*Достаточность.* Пусть , где – группа из условия теоремы. Ввиду леммы 2.1 формация имеет единственную максимальную -замкнутая тотально насыщенную подформацию , где – совокупность всех собственных -подгрупп группы . Поскольку и , то . Следовательно, – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разрешимая формация. Теорема доказана.



**Следствие 3.1.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разрешимая формация, когда* , *где – монолитическая -минимальная не -разрешимая группа с таким неабелевым монолитом , что и группа -разрешима.*



**Следствие 3.1.2 [9].** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная неразрешимая формация, когда* , *где – монолитическая -минимальная неразрешимая группа с таким неабелевым монолитом , что группа разрешима.*



Если – тривиальный подгрупповой функтор, т.е. из теоремы 3.1 вытекает



**Следствие 3.1.3.** *Тогда и только тогда – минимальная тотально насыщенная не -разрешимая формация, когда* , *где – монолитическая группа с таким неабелевым монолитом , что и группа -разрешима*.



**Следствие 3.1.4 [7].** *Тогда и только тогда – минимальная тотально насыщенная неразрешимая формация, когда* , *где – монолитическая группа с таким неабелевым монолитом , что группа разрешима*.



В случае, когда – совокупность всех подгрупп группы из теоремы 3.1 получаем



**Следствие 3.1.5.** *Тогда и только тогда – минимальная наследственная тотально насыщенная не -разрешимая формация, когда* , *где – простая неабелева минимальная не -разрешимая группа.*



**Следствие 3.1.6.** *Тогда и только тогда – минимальная наследственная тотально насыщенная не -разрешимая формация, когда* , *где – простая неабелева минимальная не -разрешимая группа.*



**Следствие 3.1.7.** *Тогда и только тогда – минимальная наследственная тотально насыщенная неразрешимая формация, когда* , *где – простая неабелева минимальная неразрешимая группа.*



Если – совокупность всех нормальных подгрупп группы имеем



**Следствие 3.1.8.** *Тогда и только тогда – минимальная нормально наследственная тотально насыщенная не -разрешимая формация, когда* , *где – простая неабелева -группа.*



**Следствие 3.1.9.** *Тогда и только тогда – минимальная нормально наследственная тотально насыщенная не -разрешимая формация, когда* , *где – простая неабелева -группа.*



**Следствие 3.1.10.** *Тогда и только тогда – минимальная нормально наследственная тотально насыщенная неразрешимая формация, когда* , *где – простая неабелева группа.*



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -нильпотентные формации.**



Группа называется -нильпотентной, если она имеет нормальную -холловскую подгруппу для каждого . Класс всех -нильпотентных групп совпадает с произведением и является наследственной тотально насыщенной формацией.



**Теорема 3.2.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -нильпотентная формация, когда* , *где – не -нильпотентная группа Шмидта.*



*Доказательство.* Пусть формацию всех -нильпотентных групп.



*Необходимость.* Пусть – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -нильпотентная формация. В силу теоремы 1 имеет место , где – такая монолитическая -минимальная не -нильпотентная группа с монолитом , что выполняется одно из следующих условий:



1) – группа простого порядка ;



2) – неабелева группа и , где – совокупность всех собственных -подгрупп группы ;



3) ,



где – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех , а либо группа простого порядка , либо такая монолитическая -минимальная не -группа с неабелевым монолитом , что , совпадает с -корадикалом группы и



где – совокупность всех собственных -подгрупп группы .



Поскольку , то первые два случая невозможны. Поэтому – абелева -группа, где . По лемме 2.2 имеем . Поэтому , где – группа простого порядка. Таким образом, – не -нильпотентная группа Шмидта.



*Достаточность.* Пусть , где – не -нильпотентная группа Шмидта. Поскольку насыщенная формация, то без ограничения общности можно считать, что . Поэтому , где – минимальная нормальная -подгруппа группы , а – группа простого порядка . Так как группа и все собственные подгруппы из нильпотентны, а следовательно, и -нильпотентны, то – -минимальная не -нильпотентная группа и – -нильпотентный корадикал группы . Используя теперь теорему 1 заключаем, что – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -нильпотентная формация. Теорема доказана.



Используя теорему 2, получим

**Следствие 3.2.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -нильпотентная формация, когда* , *где и – различные простые числа, .*



В случае, когда из теорем 3.2 и 2 вытекают



**Следствие 3.2.2.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -нильпотентная формация, когда* , *где – не -нильпотентная группа Шмидта.*



**Следствие 3.2.3.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -нильпотентная формация, когда* , *где – отличное простое число.*



Если теперь – множество всех простых чисел из теоремы 3.2 получаем



**Следствие 3.2.4.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная ненильпотентная формация, когда* , *где – некоторая группа Шмидта.*



**Следствие 3.2.5.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная ненильпотентная формация, когда* , *где и – различные простые числа.*



**Следствие 3.2.6 [7].** *Тогда и только тогда – минимальная тотально насыщенная ненильпотентная формация, когда* , *где и – различные простые числа.*



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -замкнутые формации.**



Напомним, что группа называется -замкнутой, если она имеет нормальную -холловскую подгруппу. Формация всех -замкнутых групп, очевидно, совпадает с произведением и является наследственной тотально насыщенной формацией.



**Теорема 3.3.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -замкнутая формация, когда* , *где – не -замкнутая группа Шмидта.*



*Доказательство.* Обозначим через формацию всех -замкнутых групп.



*Необходимость.* Пусть – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -замкнутая формация. По теореме 1 имеем , где – такая монолитическая -минимальная не -замкнутая группа с монолитом , что выполняется одно из следующих условий:



1) – группа простого порядка ;



2) – неабелева группа и , где – совокупность всех собственных -подгрупп группы ;



3) ,



где – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех , а либо группа простого порядка , либо такая монолитическая -минимальная не -группа с неабелевым монолитом , что , совпадает с -корадикалом группы и



где – совокупность всех собственных -подгрупп группы .



Так как , то . Если – неабелева группа, то по лемме 2.2 имеем . Значит, Противоречие. Поэтому – абелева -группа, где . Значит, для некоторой максимальной подгруппы группы . В силу леммы 2.3 получаем, что – -критическая формация. Согласно лемме 2.2 имеем . Так как , то – группа простого порядка . Таким образом, – не -замкнутая группа Шмидта.



*Достаточность.* Пусть , где – не -замкнутая группа Шмидта. Так как – насыщенная формация, то не ограничивая общности можно считать, что . Поэтому , где – минимальная нормальная -подгруппа , , – группа простого порядка . Так как группа и любая собственная подгруппа из нильпотентны, а значит, и -замкнуты, то – -минимальная не -замкнутая группа и её -замкнутый корадикал. Теперь, в силу теоремы 1, мы можем заключить, что – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -замкнутая формация. Теорема доказана.



**Следствие 3.3.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -замкнутая формация, когда* , *где и* .



В случае, когда из теоремы 3.3 вытекает



**Следствие 3.3.2.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -замкнутая формация, когда* , *где – не -замкнутая группа Шмидта.*



**Следствие 3.3.3.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -замкнутая формация, когда* , *где – отличное от простое число.*



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -специальные формации.**



Группа называется -специальной, если она обладает нильпотентной нормальной -холловской подгруппой. Понятно, что совокупность всех -специальных групп совпадает с классом и является наследственной тотально насыщенной формацией.



**Теорема 3.4.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -специальная формация, когда* , *где – не -специальная группа Шмидта.*



*Доказательство.* Пусть обозначает формацию всех -специальных групп.



*Необходимость.* Если – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -специальная формация, то по теореме 1 имеет место , где – такая монолитическая -минимальная не -специальная группа с монолитом , что выполняется одно из следующих условий:



1) – группа простого порядка ;



2) – неабелева группа и , где – совокупность всех собственных -подгрупп группы ;



3) ,



где – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех , а либо группа простого порядка , либо такая монолитическая -минимальная не -группа с неабелевым монолитом , что , совпадает с -корадикалом группы и



где – совокупность всех собственных -подгрупп группы .



Поскольку , то случай 1) не имеет место и . Если – неабелева группа, то в силу леммы 2.1 имеем . Поэтому и . Пусть и . Тогда в силу леммы 2.1 имеет место включение. Противоречие. Поэтому невозможен и случай 2). Следовательно, – абелева -группа. Так как имеют место равенства , то , где – группа порядка . Таким образом, – не -специальная группа Шмидта.



*Достаточность.* Пусть , где – не -специальная группа Шмидта. Тогда . Поскольку – насыщенная формация, то без ограничения общности можно считать, что . Поэтому , где – минимальная нормальная -подгруппа , а – группа простого порядка . Ввиду того, что группа и любая собственная подгруппа из нильпотентны, а следовательно, и -специальны, то – -минимальная не -специальная группа и её -специальный корадикал. Привлекая теперь теорему 1 заключаем, что – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -специальная формация. Теорема доказана.



**Следствие 3.4.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -специальная формация, когда* , *где и – различные простые числа, .*



В случае, когда из теоремы 3.4 вытекает



**Следствие 3.4.2.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -специальная формация, когда* , *где – не -специальная группа Шмидта.*



**Следствие 3.4.3.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -специальная формация, когда* , *где – отличное от простое число.*



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -разложимые формации.**



Группа называется -разложимой, если она одновременно -специальна и -замкнута.



Класс всех -разложимых групп совпадает с пересечением и является наследственной тотально насыщенной формацией.



**Теорема 3.5.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разложимая формация, когда* , *где – не -разложимая группа Шмидта.*



*Доказательство.* Обозначим через формацию всех -разложимых групп.



*Необходимость.* Пусть – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разложимая формация. В силу теорем 3.3 и 3.4 имеем , где – такая группа Шмидта, что . Таким образом, – не - разложимая группа Шмидта.



*Достаточность.* Пусть , где – не -разложимая группа Шмидта. Поэтому . Ввиду насыщенности формации можно считать, что . Значит, , где – минимальная нормальная -подгруппа , а – группа простого порядка. Поскольку группа и любая собственная подгруппа из нильпотентны, а значит, и -разложимы, то – -минимальная не -разложимая группа и её -разложимый корадикал. В силу теоремы 1 имеем – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разложимая формация. Теорема доказана.



**Следствие 3.5.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разложимая формация, когда* , *где* .



В случае, когда из теоремы 3.24 вытекает



**Следствие 3.5.2.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разложимая формация, когда* , *где – не -разложимая группа Шмидта.*



**Следствие 3.5.3.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -разложимая формация, когда* , *где – отличное от простое число.*



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -формации.**



Класс всех разрешимых групп с нильпотентной длиной не превосходящей совпадает с произведением (число сомножителей равно ) и является наследственной тотально насыщенной формацией.



**Теорема 3.6.** *Тогда и только тогда – минимальная тотально насыщенная не -формация, когда* , *где – минимальная не -группа, – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех и – группа простого порядка.*



*Доказательство.* Обозначим через формацию .



*Необходимость.* Пусть – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -формация. По теореме 1 , где – такая монолитическая -минимальная не **-**группа с монолитом , что выполняется одно из следующих условий:



1) – группа простого порядка ;



2) – неабелева группа и , где – совокупность всех собственных -подгрупп группы ;



3) ,



где – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех , а либо группа простого порядка , либо такая монолитическая -минимальная не -группа с неабелевым монолитом , что , совпадает с -корадикалом группы и



где – совокупность всех собственных -подгрупп группы .



Поскольку , то случай 1) невозможен. Если группа неабелева, то по лемме 2.1 , что невозможно. Следовательно, имеет место случай 3). Поскольку группа разрешима, то , где – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех , а группа простого порядка . Таким образом, группа удовлетворяет условию теоремы.



*Достаточность* вытекает из теоремы 1. Теорема доказана.

**Следствие 3.6.1 [2, с. 94].** *Пусть – разрешимая формация.* *Тогда и только тогда – минимальная тотально насыщенная не -формация, когда* , *где – минимальная не -группа, – самоцентрализуемая минимальная нормальная подгруппа в при всех и – группа простого порядка.*



**Следствие 3.6.2.** *Тогда и только тогда – минимальная тотально насыщенная не -формация, когда для некоторой последовательности из .*



**Следствие 3.6.3 [2, с. 94].** *Пусть – разрешимая формация.* *Тогда и только тогда – минимальная тотально насыщенная не -формация, когда для некоторой последовательности из .*



Отметим, что полученные результаты могут быть использованы для описания -критических формаций и в случаях, когда формация не является тотально насыщенной.



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -формации.**



Класс всех групп с нильпотентным коммутантом, очевидно, совпадает с произведением , где – класс всех нильпотентных, а – класс всех абелевых групп. Формация не является тотально насыщенной, но содержит единственную максимальную наследственную тотально насыщенную подформацию . Следовательно, любая минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -формация является минимальной -замкнутой тотально насыщенной не -формацией. Таким образом, привлекая следствия 3.2.4 и 3.2.5, получим



**Теорема 3.7.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -формация, когда* , *где – некоторая группа Шмидта.*



**Следствие 3.7.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная не -формация, когда* , *где и – различные простые числа.*



**Минимальные -замкнутые тотально насыщенные несверхразрешимые формации.**



Пусть формация всех сверхразрешимых групп. Как известно (см., например, [2, с. 28]), формация не является тотально насыщенной. Однако содержит единственную максимальную наследственную тотально насыщенную подформацию . Поэтому любая минимальная -замкнутая тотально насыщенная несверхразрешимая формация является минимальной -замкнутой тотально насыщенной ненильпотентной формацией. Значит, в силу следствий 3.2.4 и 3.2.5, имеют место



**Теорема 3.8.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная несверхразрешимая формация, когда* , *где – некоторая группа Шмидта.*



**Следствие 3.8.1.** *Тогда и только тогда – минимальная -замкнутая тотально насыщенная несверхразрешимая формация, когда* , *где и – различные простые числа.*



Заключение

В работе изучаются минимальные -замкнутые тотально насыщенные не -формации конечных групп. При этом -замкнутую тотально насыщенную формацию называют минимальной -замкнутой тотально насыщенной не -формацией или -критической, если , но все собственные -замкнутые тотально насыщенные подформации из содержатся в классе групп . Получено описание -критических формаций для таких классов групп , как классы всех -разрешимых, -нильпотентных, -замкнутых, -специальных, -разложимых групп ( – некоторое непустое подмножество множества всех простых чисел), класс разрешимых групп нильпотентной длины не превосходящей ( – некоторое натуральное число), класс всех групп с нильпотентным коммутантом, класс всех сверхразрешимых групп.



Литература

1. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л. А. Шеметков, А. Н. Скиба // М.: Наука, 1989.

2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А. Н. Скиба // Мн.: Беларуская навука, 1997.

3. Шеметков, Л.А. Экраны ступенчатых формаций / Л. А. Шеметков // Тр. VI Всесоюзн. симпозиум по теории групп. – Киев: Наукова думка, 1980. – С. 37-50.

4. Скиба, А.Н. О критических формациях / А. Н. Скиба // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1980. – № 4. – С. 27-33.

5. Скиба, А.Н. О критических формациях / А. Н. Скиба // В кн.: Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры. Киев: Ин-т математики АН Украины, 1993. – С. 258-268.

6. Сафонов, В.Г. О тотально насыщенных формациях конечной длины / В. Г. Сафонов // Известия Гомельского госуниверситета, 2004. – № 6. – С. 150-155.

7. Сафонов, В.Г. О двух задачах теории тотально насыщенных формаций / В. Г. Сафонов // Докл. НАН Беларуси, 2005. – Т. 49, № 5, – C. 16-20.

8. Сафонов, В.Г. О приводимых тотально насыщенных формациях нильпотентного дефекта 3 / В. Г. Сафонов // Известия Гомельского госуниверситета, 2005. № 4 (31). – С. 157-162.

9. Сафонов, В.Г. Характеризация разрешимых однопорожденных тотально насыщенных формаций конечных групп / В.Г. Сафонов // Сибирский матем. журнал, 2007 – Т. 48, № 1. – С. 185-191.

10. Сафонов, В.Г. -критические формации / В. Г. Сафонов // Известия Гомельского госуниверситета, 2008. № 2 (47). – С. 169-176.

