Контрольная работа

По дисциплине «Математические методы и модели»

1. **Математическое моделирование задач коммерческой деятельности**

Провести моделирование процесса выбора товара на основе следующих данных. Рассмотрим задачу выбора автомобиля. Составим таблицу множества показателей, по которым можно провести сравнение автомашин.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Модель  автомобиля | Снаряженная масса, кг | Длина,  мм | Мощность двигателя, л.с. | Максимальная скорость, км/ч | Рабочий объем двигателя,см3 | Расход топлива по смешанному циклу,л/100 км | Емкость топливного бака, л. | Цена, $. |
| HYUNDAI  Accent | 1 080 | 4 260 | 102 | 181 | 1 495 | 7,5 | 45 | 12 920 |
| HYUNDAI  Getz | 1 108 | 3 825 | 106 | 180 | 1 599 | 6,0 | 45 | 15 990 |
| HYUNDAI  Elantra | 1 340 | 4 520 | 105 | 182 | 1 599 | 7,4 | 55 | 18 690 |
| HYUNDAI  Sonata | 1 590 | 4 747 | 133 | 200 | 1 997 | 9,0 | 65 | 26 650 |
| HYUNDAI  Matrix | 1 223 | 4 025 | 103 | 170 | 1 599 | 8,0 | 55 | 19 190 |
| HYUNDAI  Trajet | 1 731 | 4 695 | 140 | 179 | 1 975 | 9,1 | 65 | 25 690 |

Теперь необходимо сформулировать множество показателей, по которым можно провести сравнение автомобилей. Выпишем из руководства по эксплуатации автомобилей наиболее существенные показатели ( табл. 2)

Таблица 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Показатели | Обозначение | Ед.измерения |
| Снаряженная масса | М | кг |
| Длина | Дл | мм |
| Мощность двигателя | МД | л.с |
| Максимальная скорость | Vmax | км/ч |
| Раб.объем двигателя | Ро | см3 |
| Расход топлива по смеш. циклу на 100 км | РТ | л |
| Емкость топливного бака | Еб | л |
| Цена | Ц | $ |

Сопоставим эти показатели с помощью метода парных сравнений, а результаты запишем в табл. 3, элемент которой определяется таким образом:



После заполнения матрицы элементами сравнения найдем по строкам суммы балов по каждому показателю:



где n – количество показателей, n=8

Правильность заполнения матрицы определяется равенством



Затем определяем коэффициенты весомости по формуле



Следует заметить, что



Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | М | Дл | МД | Vmax | Pо | РТ | Еб | Ц | Сумма | Мi | Ri |
| М | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 6 | 0,094 | 6 |
| Дл | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0,031 | 8 |
| МД | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 9 | 0,141 | 3 |
| Vmax | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 6 | 0,094 | 5 |
| Ро | 1 | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 2 | 0 | 8 | 0,125 | 4 |
| РТ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 13 | 0,203 | 2 |
| Еб | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 5 | 0,078 | 7 |
| Ц | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 15 | 0,234 | 1 |
| 64 | 1 |  |

Распределим коэффициент показателей по рангу Ri. На этом основании перечень потребительских характеристик будет иметь вид:

1. Ц – цена, $;
2. Рт – расход топлива на 100 км
3. МД – мощность двигателя, л.с.;
4. Ро – рабочий объем двигателя, л.;
5. V мах – максимальная скорость, км/ч.;
6. М – снаряженная масса, кг
7. Еб – емкость топливного бака, л.;
8. Дл – длина, мм

На основании полученных результатов составим таблицу бальных оценок первых четырех показателей.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Mi |
| Ц | 26 650 | 25 690 | 19 190 | 18 690 | 15 990 | 0,234 |
| Рт | 9,1 | 9,0 | 8,0 | 7,4 | 6,0 | 0,203 |
| МД | 103 | 105 | 106 | 133 | 140 | 0,141 |
| Ро | 1 599 | 1 599 | 1 599 | 1 975 | 1 997 | 0,125 |

На основании данных табл. 4 определим значения интегральных оценок для выбранных двух более нам подходящих автомобилей:

HYUNDAI Sonata и HYUNDAI Trajet

F (HYUNDAI Sonata) = 0,234·1+0,203·2+0,141·4+0,125·5=1,83

F (HYUNDAI Trajet) =0,234·2+0,203·1+0,141·5+0,125·4=1,88

Поскольку F (HYUNDAI Trajet)> F (HYUNDAI Sonata), следует покупать автомобиль HYUNDAI Trajet.

Вывод: Сравнив множество показателей по которым мы сравнивали автомашины, получили, что F (HYUNDAI Trajet)> F (HYUNDAI Sonata), следует покупать автомобиль HYUNDAI Trajet.

1. **Методы и модели линейного программирования.**

Фирма производит два безалкогольных широко популярных напитка " Колокольчик" и "Буратино". Для производства 1 л. " Колокольчика требуется 0, 002 ч работы оборудования, а для " Буратино" – 0,04 ч, а расход специального ингредиента на них составляет 0,01 кг и 0, 04 кг на 1 л соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы 16 кг специального ингредиента и 24 ч работы оборудования. Доход от продажи 1 л

" Колокольчика" составляет 0,25 руб., а " Буратино" – 0,35 руб.

Определите ежедневный план производства напитков каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от их продажи.

Решение:

1. Составим математическую модель данной задачи:

Пусть X1 – количество " Колокольчиков";

Х2 – количество " Буратино", тогда как необходимо определить ежедневный план производства напитков каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от их продажи, то целевая функция:

F(Х1,Х2) = 0,25Х1+ 0,35Х2 мах



Система ограничений:



xj



1. Графическое решение задачи:

Представим каждое неравенство в виде равенства, т.е имеем уравнения прямых. Построим их, тогда система ограничений запишется в виде:

1. 0,02х1+0,04х2=24
2. 0,01х1+0,04х2=16
3. х1=0
4. х2=0

Преобразуем систему неравенств ( выразим Х2 через Х1)



Построим на плоскости ( х1,х2) область допустимых значений согласно системе неравенств

x2=24-0,5x1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| х1 | 0 | 20 |
| х2 | 24 | 14 |

х2=16-4х1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| х1 | 0 | 4 |
| х2 | 16 | 0 |

Многоугольником допустимых решений является треугольник АВС. Построим вектор N =



Перемещаем линию уровня перпендикулярно вектору N в направлении вектора N до опорного положения.

Вершина в которой целевая функция принимает максимальное значение это вершина

С (20;13). Следовательно, ежедневный план производства напитков каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от продажи составляет:

f(х1;х2)= 0,25\*20+0,35\*13=9,55

1. Классификация математической модели:
   * По общему целевому назначению: прикладная модель;
   * По степени агрегирования объектов: микроэкономическая модель;
   * По конкретному предназначению: оптимизированная модель;
   * По типу информации: идентифицированная модель;
   * По учету фактора времени: статистическая модель;
   * По учету фактора неопределенности: детерминированная модель;
   * По типам математического аппарата: линейная модель;
   * По типу подхода к изучаемым социально- экономическим системам: нормативная модель.

Вывод: Ежедневный план производства напитков каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от продажи составляет 9,55 л.

**3. Методы и модели теории игр**

Определите максимальные стратегии игроков и седловую точку игры

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Игрок | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 5 | 8 | 7 | 6 | 3 |
| А2 | 10 | 12 | 4 | 7 | 2 |
| А3 | 15 | 10 | 8 | 7 | 4 |
| А4 | 10 | 7 | 8 | 12 | 6 |
| А5 | 7 | 10 | 11 | 3 | 5 |
| А6 | 7 | 2 | 3 | 12 | 4 |

Решение: Строки матрицы соответствуют стратегиям Аi (i=1,2,…,m), то есть стратегиям, которые выбирает игрок А. Столбцы – стратегии Вi,то есть стратегии, которые выбирает игрок В.

* Игрок А выбирает такую стратегию, чтобы максимизировать свой минимальный выигрыш :



,



где *а* – нижняя цена игры (гарантированный выигрыш игрока А)

* Игрок В выбирает такую стратегию, при которой его максимальный проигрыш

- минимизируется:



,



где - верхняя цена игры.



Составим расчетную таблицу.

коммерческий математический моделирование линейный программирование

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 2 | | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |  |
| А1 | | 5 | 8 | 7 | 6 | 3 | 3 |
| А2 | | 10 | 12 | 4 | 7 | 2 | 2 |
| А3 | | 15 | 10 | 8 | 7 | 4 | 4 |
| А4 | | 10 | 7 | 8 | 12 | **6** | 6 |
| А5 | | 7 | 10 | 11 | 3 | 5 | 3 |
| А6 | | 7 | 2 | 3 | 12 | 4 | 2 |
|  |  | | 12 | 11 | 12 | 6 | 6  6 |



Этот выигрыш гарантирован игроку 1, как бы ни играл второй игрок.



Нижняя цена игры составляет 6



Минимальный проигрыш второго игрока



Получили, что первый игрок (А) должен выбрать пятую (А4) стратегию, а второй игрок (В) должен выбрать четвертую (В5) стратегию.

Итак, нижняя цена игры, или максимальный выигрыш: , верхняя цена игры, или минимальный выигрыш:



Нижняя и верхняя цена игры равны и достигаются на одной и той же паре стратегий

(А4;В5). Следовательно, игра имеет седловую точку (А4;В5).

Вывод: Игрок А должен выбрать четвертую стратегию, а игрок В пятую стратегию при этом выигрыш первого игрока будет максимальным из максимальных как бы ни играл второй игрок, а второй игрок минимально проиграет. Игра имеет седловую точку (А4;В5).