Гомелькая научно-практическая конференция учащихся по естественно-научным направлениям "Поиск"

Государственное учреждение образования

"Гимназия имени Я. Купалы"

Учебно-исследовательская работа

**Фигуры постоянной ширины. Треугольник Рело**

Ученика 11 класса

Гимназии имени Я.Купалы

Кутуева Владимира Вячеславовича

Научный руководитель – учитель

математики высшей категории

Гимназии имени Я.Купалы

Чак Елена Николаевна

Мозырь

**Оглавление**

Введение

1. Диаметр фигуры

2. Фигуры постоянной ширины

3. Кривые постоянной ширины и их свойства

4. Треугольник Рело

4.1 Исторические сведения

4.2 Очертание четырёхугольника

4.3 Движение вершины и центра треугольника Рело

4.4 Площадь треугольника Рело

5. Применение треугольника Рело

5.1 Применение в некоторых механических устройствах

5.2 Применение в автомобильных двигателях

5.3 Применение альтернативных видов топлива РПД

5.4 Применение треугольника Рело в грейферном механизме в кинопроекторах

Заключение

Литература

**Введение**

Вопрос рассмотрения и исследования характерных точек и линий треугольников возникла, как из научного любопытства, так и из чисто практических целей. Если в древние времена наиболее широко применялся на практике прямоугольный треугольник Пифагора, то в наше время наибольший интерес вызывают необычные свойства треугольника Рело (Reuleaux Franz, 1829–1905).

Моя работа посвящена рассмотрению основных свойств фигур постоянной ширины. Вообще, мало кто знает, что такое диаметр, ширина фигуры. Может показаться, что круг является единственной выпуклой фигурой, у которой ширина в любом направлении одна и та же: она равна диаметру круга. Однако это не так: существует множество фигур постоянной ширины, т.е. таких выпуклых фигур, у которых во всех направлениях ширина одинакова. Простейшим примером является треугольник Рело. В своей работе я доказываю, что из всех фигур постоянной ширины треугольник Рело имеет наименьшую площадь.

**Цель моей работы -** изучить основные свойства фигур постоянной ширины, историю изобретения, рассмотреть области применения фигур постоянной ширины и изучить их свойства, доказать, что из всех фигур постоянной ширины треугольник Рело имеет наименьшую площадь.

Для этого поставлены следующие **задачи**.

* Познакомиться с историей изобретения;
* Рассмотреть и изучить свойства фигур постоянной ширины;
* Доказать, что из всех фигур постоянной ширины треугольник Рело имеет наименьшую площадь;
* Выявить и рассмотреть открытые проблемы и задачи, связанные с треугольником Рело;
* Выяснить области применения треугольника Рело.

Для реализации цели и задач исследования я использовал следующие методы: Теоретический анализ литературы по исследуемой теме. Доказательство, что из всех фигур постоянной ширины треугольник Рело имеет наименьшую площадь. Рассмотреть практическое техническое применение фигур постоянной ширины.

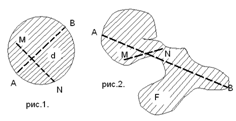
Теперь подробнее о треугольнике Рело. У этой фигуры есть общие свойства с кругом, но присутствуют и свои, например, очертание четырёхугольника. Траектории движения точки на окружности и точки на вершине треугольника Рело различны, хотя у обеих присутствует циклоида. Траектория геометрического центра треугольника также не прямая, а трохоида.

Треугольник Рело нашёл своё применение в сверле Уаттса, высверливающем квадратное отверстие, в грейферном механизме первого кинопроектора. На основе треугольника Рело Ф. Ванкель сконструировал роторно-поршневой двигатель. Этот двигатель обладает множеством преимуществ перед обычным двигателем внутреннего сгорания, хотя есть и свои минусы. Первый автомобиль с этим двигателем выпустили (NSU Prince) выпустили в середине 60-х годов, а сейчас роторно-поршневой двигатель устанавливают на некоторые модели Mazda. В СССР тоже разрабатывали роторно-поршневые двигатели, но у нас они не получили развития по многим причинам. В Англии имеет форму кривой постоянной ширины, построенной на семиугольнике.

# Диаметр фигуры

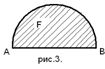
Рассмотрим круг диаметра *d*. Расстояние между любыми двумя точками ***М*** и ***N*** этого круга (рис.1) не превосходит *d*. В то же время можно найти две точки ***А*** и ***В*** нашего круга, удаленные друг от друга в точности на расстояние ***d***.

Рассмотрим теперь вместо круга какую-нибудь другую фигуру. Что можно назвать "диаметром" этой фигуры?



Сказанное выше наводит на мысль назвать диаметром фигуры наибольшее из расстояний между ее точками. Иначе говоря, диаметром фигуры **F** (рис. 2) называется такое расстояние ***d***, что, во-первых, расстояние между любыми двумя точками **М** и **N** фигуры не превосходит ***d***, и, во-вторых, можно отыскать в фигуре **F** хотя бы одну пару точек А, В, расстояние между которыми в точности равно ***d***.

Пусть, например, фигура ***F*** представляет собой полукруг (рис.3).



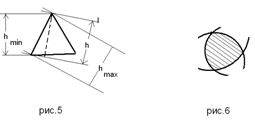
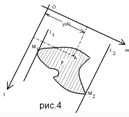
Обозначим через *А* и *В* концы ограничивающей его полуокружности. Тогда ясно, что диаметром фигуры ***F*** является длина отрезка ***АВ***. Вообще, если фигура ***F*** представляет собой сегмент, ограниченный дугой ***l*** и хордой а, то в случае, когда дуга ***l*** не превосходит полуокружности, диаметр фигуры ***F*** равен а (т.е. длине хорды); в случае же, когда дуга ***l*** больше полуокружности, диаметр фигуры ***F*** совпадает с диаметром всего круга.

Понятно, что если ***F*** представляет собой многоугольник, то его диаметром является наибольшее из расстояний между вершинами. В частности, диаметр любого треугольника равен длине его наибольшей стороны. Приведенное определение диаметра фигуры неявно предполагает, что каждая рассматриваемая "фигура" представляет собой замкнутое множество (т.е. к фигуре причисляются все ее граничные точки). Например, если ***F*** — открытый круг диаметра ***d*** (т.е. круг, к которому не причисляются точки ограничивающей его окружности), то точная верхняя грань расстояний между двумя точками фигуры ***F*** равна ***d***; однако в этом случае не существует двух точек фигуры ***F***, расстояние между которыми в точности равно ***d***. Если же мы причислим к фигуре ***F*** все граничные точки (т.е. будем рассматривать замкнутый круг), то эта верхняя грань будет достигаться: найдутся две точки *А* и *В*, расстояние между которыми равно ***d***.

# Фигуры постоянной ширины

Пусть ***F*** — ограниченная выпуклая фигура и ***l*** — некоторая прямая. Проведем к фигуре ***F*** две опорные прямые, параллельные ***l*** (опорная прямая — прямая, имеющая хотя бы одну общую точку с фигурой ***F*** и вся фигура ***F*** расположена по одну сторону от ***l***).

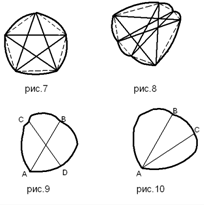
Расстояние ***h*** между этими двумя опорными прямыми называется *шириной* фигуры ***F*** в направлении ***l***.



Нетрудно заключить, что высота равностороннего треугольника является его наименьшей шириной, а его сторона — наибольшей шириной. У круга ширина в любом направлении одна и та же: она равна диаметру круга.

Существует бесконечное множество *фигур постоянной ширины*, т.е. таких выпуклых фигур, у которых во всех направлениях ширина одинакова. Простейшим примером такой фигуры является *треугольник Релло*, изображенный на рис.6. Он представляет собой пересечение трех кругов радиуса ***h***, центры которых находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной ***h***.

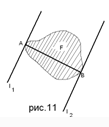
Вообще, если ***F*** — правильный многоугольник с нечетным числом вершин и ***h*** — длина наибольшей из его диагоналей, то, соединяя каждые две соседние его вершины дугой окружности радиуса ***h*** с центром в противоположной вершине, мы получаем фигуру постоянной ширины ***h*** (рис.7).



Это построение проходит и в том случае, если многоугольник диаметра ***h*** с нечетным числом сторон является правильным, но из каждой его вершины исходят две диагонали длины ***h*** (рис.8).

Прежде всего, отметим, что диаметр фигуры постоянной ширины равен ее ширине: ***d***=***h***. Через каждую граничную точку фигуры постоянной ширины ***d*** проходит хотя бы один диаметр этой фигуры (т.е. хорда, имеющая длину ***d***). Границу фигуры постоянной ширины ***d*** нельзя разбить на две части меньшего диаметра.

Всякие два диаметра фигуры постоянной ширины всегда пересекаются (либо внутри фигуры, либо на ее границе, рис.8, 9). При этом, если два диаметра ***АВ*** и ***АС*** имеют общую граничную точку ***А***, то дуга ***ВС*** радиуса ***d*** с центром в точке ***А*** целиком лежит на границе фигуры (рис.10).



Наконец, отметим, что если ***F*** — фигура постоянной ширины и ***АВ*** — ее диаметр, то прямые ***l1*** и ***l2***, проходящие через точки ***А*** и ***В*** и перпендикулярные к отрезку ***АВ***, являются опорными прямыми фигуры ***F*** (рис.11).

# Кривые постоянной ширины и их свойства

Наши предки использовали колесо, круглые брёвна одинакового диаметра для перемещения огромных камней, плит, массивных скульптур, на которые ставили плоскую платформу с грузом. Такой способ возможен потому, что круг – фигура постоянной ширины. Но круг не единственная фигура постоянной ширины. Более того, таких фигур бесконечно много. Это могут быть симметричные фигуры, построенные на основе правильных многоугольников, так и несимметричные фигуры, одна из них – треугольник Рело.

Все кривые данной постоянной ширины имеют одинаковый периметр. Окружность и треугольник Рело выделяются из всего набора кривых данной ширины своими экстремальными свойствами. Окружность ограничивает максимальную площадь, а треугольник Рело — минимальную в классе кривых данной ширины.

Ещё одно из удивительных свойств состоит в том, что все кривые одной им той же ширины имеют одинаковые периметры. Поскольку окружность принадлежит к числу кривых постоянной ширины, периметр любой кривой постоянной ширины d равен длине окружности диаметра d, то есть величине d. Представим себе каток постоянной ширины d, который катится без проскальзывания между параллельными прямыми a и b. Будем считать прямую a неподвижной, а прямую b движущейся с постоянной скоростью v. Сделав один оборот, каток переместится на расстояние l, где l – длина кривой, которая ограничивает сечение катка, т.е. длина кривой постоянной ширины d. Время полного оборота катка обозначим буквой t. За это время прямая b переместится по отношению к катку также на расстояние l и, значит, по отношению к неподвижной прямой a - на расстояние 2l, поэтому 2l = vt. С другой стороны, в каждый момент времени движение катка можно рассматривать как вращение вокруг точки, в которой каток опирается на прямую a. Если угловая скорость вращения катка равна ω, то скорость v движения прямой b, равна ωd. Итак, 2l = ωdt. Но ωt представляет собой угол, на который повернулся каток за время t, т.е. ωt = 2. Таким образом, 2l = 2d,l = d.



Несимметричные кривые представляют собой почти произвольные фигуры. Рассмотрим какой-либо набор пересекающихся прямых. Рассмотрим один из секторов. Проведём дугу окружности произвольного радиуса с центром в точке пересечения прямых, определяющих этот сектор. Возьмём соседний сектор, и с центром в точке пересечения прямых, определяющих его, проведём окружность. Радиус подбирается такой, чтобы уже нарисованный кусок кривой непрерывно продолжался. Будем так делать дальше. Оказывается, при таком построении кривая замкнётся и будет иметь постоянную ширину.

Также существуют трёхмерные аналоги кривых постоянной ширины – тела постоянной ширины. Сфера — не единственное тело, которое может вращаться внутри куба, все время касаясь всех шести его граней. Этим же свойством обладают все тела постоянной ширины. Простейшим примером несферического тела постоянной ширины может служить тело, образующееся при вращении треугольника Рело вокруг одной из его осей симметрии. Существует бесконечно много и других тел постоянной ширины. Те из них, которые имеют наименьший объем при данной ширине, получаются из правильного тетраэдра, так же как треугольник Рело — из равностороннего треугольника (рис.7).



Рис.12 Тела постоянной ширины.

1. **Треугольник Рело**

**4.1 Исторические сведения**

Рассмотрим подробнее наиболее известную фигуру - треугольник Рело, названный по имени придумавшего его механика Франца Рело – немецкого учёного-инженера, жившего с1829 по 1905 г.г.. В 1852 он окончил политехникум в Карлсруэ, с 1856 профессор Политехнического института в Цюрихе, в 1864—96 профессор Промышленного института (позже — Высшая техническая школа) в Берлине. В 1875 впервые четко сформулировал и изложил основные вопросы структуры и кинематики механизмов, которые ранее содержались в неявной форме в работах П. Л. Чебышева и др.. Рело дал определение кинематической пары, кинематической цепи и механизма как кинематической цепи принуждённого движения; предложил способ преобразования механизмов путём изменения стойки и путём изменения конструкций кинематических пар. Связал теорию механизмов и машин с проблемами конструирования, например, впервые поставил и пытался решить проблему эстетичности технических объектов. Имея в виду это направление его работ, современники Рело называли его поэтом в технике. Творчество Рело оказало значительное влияние на последующие исследования по теории механизмов.

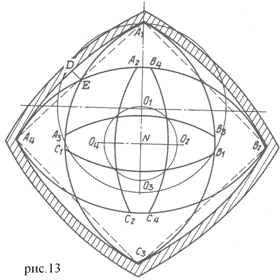
Эта фигура обладает частью важнейших свойств круга. Построить это треугольник просто. Начертим равносторонний треугольник. Заменим его стороны дугами окружностей, центрам которых являются вершины, а радиусами – стороны треугольника (на любом правильном нечётном n-угольнике можно построить кривую постоянной ширины по той же схеме, что и треугольник Рело). На самом деле эта фигура не является треугольником. Треугольник Рело имеет постоянную ширину, равную стороне исходного треугольника. Его также можно использовать в качестве катка при перемещении поверхности, но его гораздо сложнее изготовить, чем круг.

Построим пару параллельных прямых, касающихся треугольника Рело. Проведём ещё пару касательных, перпендикулярных первой паре. Фигура окажется "запертой" в квадрате и будет касаться каждой из его сторон. При вращении фигуры в квадрате она будет постоянно прилегать ко всем сторонам квадрата.

## 

## 4.2 Очертание четырёхугольника

Наиболее известное свойство треугольника Рело – очертание четырёхугольника сложенным вращением этого треугольник (рис.8).



Если вращать треугольник А1В1С1 вокруг центра О1 описанной вокруг него окружности с радиусом О1А1, а центр треугольника О1 вращать в противоположную сторону в три раза быстрее по окружности с центром N, то треугольник очертит фигуру, которая незначительно отличается от четырёхугольника. А именно, за один оборот центра О1 направо по окружности с радиусом О1N два угла четырёхугольника будут оформлены вершиной А треугольника Рело и по одному – вершинами В и С, т.е. через каждую четверть оборота вокруг центра N треугольника Рело будет находиться в положении А2В2С2, А3В3С3 иА4В4С4.

Выполненные на рисунке построения показывают небольшую кривизну сторон четырёхугольника, о которой также указывают инженеры. По их данным, наибольшее отклонение стороны от идеальной прямой имеет место в середине стороны. Треугольник Рело при вращении контактирует с точкой D серединой своей стороны.

Обозначим через R- радиус, описанного около треугольника Рело круга, r=О1N. Тогда

А1В1=А2В2=А3В3=А4В4=R,



ND=rR+R



Из треугольника А1NА4 получаем

А1N=rR, NЕ=



Из равенства DE=ND=NE следует, что

DE= r – R + R,



DE=R(1)+r(1)0,025R+0,293r.



Вычислив кривизну, получаем:

DE ~ 0.025R + 0.293r

Таким образом, отклонение DE стороны квадрата от сделанной прямой зависит, в первую очередь, от радиуса r и не может быть устранено, потому что R и r не могут равняться нулю.

* 1. **Движение вершины и центра треугольника Рело**

Попробуем построить траектории движения двух характерных точек треугольника Рело при качении его по плоской горизонтальной поверхности. Такими точками будут одна из вершин треугольника и его геометрический центр. Моделирование одного полного оборота треугольника Рело показано на рисунке.

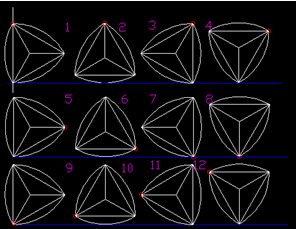


Рис.14

На фигурах 2, 6, 10 треугольник катится по поверхности окружности, на фигурах 4, 8, 12 треугольник переваливается через вершину, на остальных фигурах происходит смена характера движения треугольника с качения на переваливание и наоборот. Рассмотрим движение вершины треугольника. На фигурах 1, 2, 3 помеченная вершина движется линейно, по прямой (Рис. 10). Фактически помеченная вершина является центром вращения окружности, элементом которой является поверхность стороны треугольника Рело. На фигуре 3 помеченная вершина меняет траекторию движения с прямолинейной на траекторию движения по окружности с радиусом, равным длине стороны, по которой он движется на фигурах 3, 4, 5.

На фигуре 5 происходит смена траектории движения вершины. На фигурах 5, 6, 7 вершина движется по трохоиде точки, находящейся на поверхности окружности с радиусом, равным длине стороны треугольника.На фигурах 7, 8, 9 меченная вершина является точкой перевалатреугольника, она жестко лежит на поверхности. Фигуры 9, 10, 11 – опять трохоида и 11, 12, 1 – движение по окружности. По аналогии эти фигуры описаны выше. Меченая вершина возвращается в исходную точку. Треугольник Рело совершил полный оборот*.*

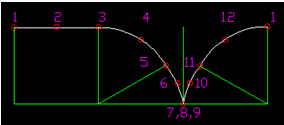


Рис.15 Движение вершины треугольника.

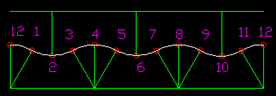


Рис.16 Движение центра треугольника.

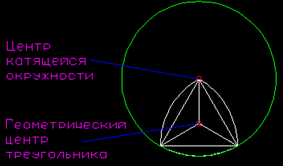


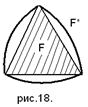
Рис.17

Очень важной является траектория движения геометрического центра треугольника. Если обозначить длину стороны треугольника через R, то расстояние от вершины до геометрического центра будет равно R/. На фигурах 3 – 4 – 5, 7 – 8 - 9, 11 – 12 – 1 (Рис.16) центр движется по дугам с радиусом именно R/. На фигурах же 1 – 2 – 3, 5 – 6 – 7, 9 – 10 – 11 центр движется по трохоиде, причем расстояние от центра катящейся окружности (не путать с геометрическим центром треугольника, Рис. 15) до траектории искомой точки опять же равно R/.



* 1. **Площадь треугольника Рело**

Одна из задач моей работы: доказать, что из всех фигур постоянной ширины d треугольник Рело имеет наименьшую площадь.



Для начала найдем площадь треугольника Рело:



;



;



Следовательно, площадь треугольника Рело равна



Попробуем доказать, что треугольник Рело имеет наименьшую площадь. Обозначим через n количество сторон многоугольника.

Пусть дан какой-то правильный n–угольник (с нечетным числом сторон), следовательно, его шириной будет наибольшая из диагоналей (в данном случае их две).



(при n), .



Оценим и площадь треугольника Релло:



, >



Следовательно, больше площади треугольника Рело, а равносторонний, треугольник является многоугольником с наименьшим числом вершин (сторон). Значит, с увеличением числа вершин многоугольника площадь фигуры постоянной ширины, в которую вписан этот многоугольник, будет увеличиваться.



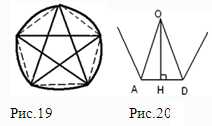
Попробуем доказать, что треугольник Рело имеет наименьшую площадь через n— количество сторон многоугольника.

Доказательство.

Итак, площадь треугольника Рело равна .



Пусть дан правильный многоугольник со стороной а. О — центр вписанной и описанной окружности. ОА=ОD; ОНАD;АОD= (n-число сторон), т.к. треугольник равнобедренный, ОН –биссектриса угла АОD.



Следовательно,

АОН=НОD; АОН: АОН=; АН=, то .



.



Диаметром многоугольника является его наибольшая диагональ (в данном случае их две). Рассмотрим центральный угол АОВ и вписанный в окружность угол АМВ (рис. 21), то АОВ=2АМВ, АМВ=. AM=MB, то по теореме косинусов



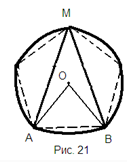
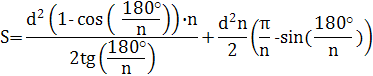
, то



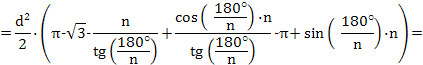
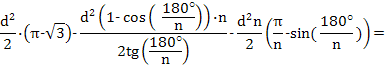
Площадь фигуры, в которую вписан правильный многоугольник состоит из площади многоугольника и суммы площадей равных сегментов. Площадь сегмента равна



(Sсегмента=Sсектора Sтреугольника АМВ).



Остается доказать, что это выражение будет всегда больше площади треугольника Рело, т.е. больше чем. Для этого вычтем из площади треугольника Рело площадь фигуры постоянного диаметра, в которую вписан правильный многоугольник и докажем, что эта разность при n>3 всегда будет отрицательной:



Итак, при любом n>3



Следовательно, разность площади треугольника Рело и площади фигуры постоянного диаметра, в которую вписан правильный многоугольник, отрицательна.Из всех фигур постоянной ширины треугольник Рело имеет наименьшую площадь.

1. **Применение треугольника Рело**

**5.1 Применение в некоторых механических устройствах**

Треугольник Рело находит применение во многих механических устройствах, но ни в одном из них не используется его свойство кривой постоянной ширины. Лишь в 1914 году английский инженер Гарри Джеймс Уаттс изобрёл инструмент для сверления квадратных отверстий (рис.22). С 1916 года одна из фирм приступила к производству свёрл Уаттса. Сверло Уаттса представляет собой просто-напросто треугольник Рело, в котором прорезаны углубления для отвода стружки и заточены ржущие кромки.

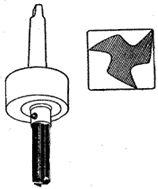


Рис.22 Сверло Уаттса

## 

## 5.2 Применение в автомобильных двигателях

Треугольник Рело используется и в автомобильных двигателях (рис.23, 24). Сконструировал этот роторно-поршневой двигатель в 1957 году немецкий инженер Ф. Ванкель, немецкий инженер и изобретатель(1902-1988). Внутри примерно цилиндрической камеры по сложной траектории движется трёхгранный ротор-поршень – треугольник Рело. Он вращается так, что три его вершины находятся в постоянном контакте с внутренней стенкой корпуса, образуя три замкнутых объёма, или камеры сгорания.

Фактически каждая из трёх боковых поверхностей ротора действует как поршень.

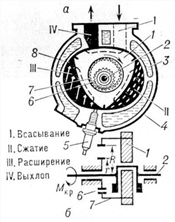


Рис.23 Схема двигателя

При вращении ротор внутри корпуса объём трёх боковых создаваемых им рабочих камер постоянно изменяется, действуя как насос. Ротор–поршень установлен свободно на эксцентрике вала и соединён с зубчатым колесом с внутренними зубьями, обкатывающимися вокруг неподвижной шестерни с наружными зубьями, ось которой совпадает с осью эксцентрикового вала. Двигатель Ванкеля имеет множество преимуществ перед обычным ДВС: РПД значительно компактней и легче, поэтому, при установке его на автомашину, центр тяжести оказывается значительно ниже, а устойчивость автомобиля – выше. В традиционном четырёхтактном поршневом двигателе один и тот же цилиндр используется для разных процессов – впуска, сжатия, сгорания и впуска. Но роторный двигатель позволят осуществлять каждый из этих процессов в разных частях корпуса. Каждый процесс как бы происходит в отдельном цилиндре. В поршневом двигателе давление расширения, возникающее при сгорании топливовоздушной смеси, заставляет поршни двигаться вверх-вниз внутри цилиндров.

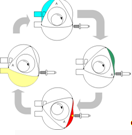


Рис. 24

Шатуны и коленвал преобразуют это возвратно-поступательное движение во вращательное движение, необходимое для перемещения автомобиля. В роторном двигателе отсутствует преобразуемое возвратно-поступательное движение. Давление образуется в камерах, создаваемых различными. Каждое отдельное сгорание происходит в течение 90-градусной фазы вращения ротора, т.е. в течение 270-градусной фазы вращения выходного вала.

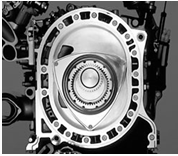


Рис. 25 Двигатель Ванкеля

Одноцилиндровый поршневой двигатель выдает мощность только в течение одной четверти каждого оборота выходного вала. Роторный двигатель имеет меньшее количество движущихся частей по сравнению с аналогичным четырехтактным поршневым двигателем. Двухроторный двигатель имеет три основные движущиеся части: два ротора и выходной вал. Даже самый простой четырехцилиндровый поршневой двигатель имеет как минимум 40 движущихся частей, включая поршни, шатуны, распредвал, клапаны, пружины клапанов, качалки, ремень ГРМ, распределительные шестерни и коленвал.

В середине 60-го РПД был впервые смонтирован на серийную малолитражку NSU Prince. После доводки конструкции, осенью 1963 года, свет увидела первая серийная машина с двигателем Ванкеля - NSU Prince Spyder. Но выпускалась она не долго. Сначала фирму NSU поглотила более крупная компания, а затем и сам РПД не выдержал жесткой конкуренции с "поршневиками".

В СССР в 1974 году тогдашний генеральный директор ВАЗа В.Н. Поляков поставил задачу создать собственный РПД. Решение было поручено специальному конструкторскому бюро (СКБ РПД), которое возглавил Б.С. Поспелов.

При всех достоинствах РПД - компактности, приемистости, отсутствии кривошипно-шатунного и газораспределительного механизмов, а так же значительно меньших габаритов и массе при одинаковой с поршневыми двигателями внутреннего сгорания мощности, он имел и ряд серьезных недостатков.

Основными на тот период были часто выходящие из строя уплотнительные элементы, плохая приспосабливаемость к изменениям внешней нагрузки, повышенный расход топлива и неудовлетворительные показатели по выбросам в отработавших газах. С таким набором плюсов и минусов и предстояло работать коллективу СКБ РПД Тольятти. Заметим, что отечественным разработчикам, в отличие от зарубежных, не пришлось воспользоваться наработками господина Ванкеля: денег на покупку лицензии или патента не было. Пошли проверенным "российским" путем - достали серийный РПД фирмы NSU, разобрали, скопировали, где было не ясно - додумали и сделали свой односекционный роторно-поршневой двигатель.

Его появление датировано 1976 годом. Тогда первенец СКБ - ВАЗ-311 мощностью 70 л.с. - худо-бедно завращался, принеся надежду на будущее. Последующие пять лет ушли на доработку конструкции и борьбу с недостатками. В 1982 году на выставке НТТМ-82 вазовцы впервые продемонстрировали ВАЗ-21018 - автомобиль с роторно-поршневым двигателем. Машина представляла собой ВАЗ-21011 с силовым агрегатом ВАЗ-311. (Было выпущено 50 автомобилей для опробования в реальных условиях эксплуатации). Но первый блин оказался комом. Не поддержав машины необходимым сервисом и не подготовив соответствующим образом рядового покупателя, разработчики чуть было не загубили начатое дело. За пол года на 49 автомобилях заменили РПД на поршневые двигатели внутреннего сгорания. Основными неисправностями были выход из строя уплотнителей и подшипниковых узлов, появились также недостаточная сбалансированность роторно-эксцентрикового механизма (РЭМ) и плохая топливная экономичность. Взвесив все "за" и "против", решили отказаться от односекционного варианта РПД и бросить силы на разработку двухсекционного. При этом конструкторская мысль сосредоточилась на искоренении дефектов, выявленных в результате опытной эксплуатации.

В итоге в 1982-83 гг. появились новые двигатели ВАЗ-411 (мощность 110-120 л.с., ширина ротора 70 мм) и ВАЗ 413 (140 л.с., ширина ротора 80 мм). Одновременно подыскивается сфера приложения "ротора". Конструкторы получают добро на применение разработок на практике от руководства МВД, ГАИ и КГБ - благо динамические и мощностные показатели моторы выдавали довольно неплохие, располагая при этом необходимым ресурсом, а топливная экономичность была тогда не столь важна. Лишь в 1992 году автомобильная тематика приобретает второе дыхание: появляется РПД для переднеприводных моделей (ВАЗ-414). С опозданием на целых 8 лет! Но, как говориться, лучше поздно чем никогда. Три года на доводку, и вот в конце 97 года базовый двигатель автомобильного направления - ВАЗ-415 - получил сертификат на право установки его на автомобиль общего назначения. До этого РПД устанавливался только на спецтехнику. ВАЗ-415 отличается от своих предшественников универсальностью. Его установка возможна на любую ВАЗовскую машину - "классику", передне- и полноприводные. Кроме того, РПД можно ставить на "Москвич", а в трехсекционном варианте (ВАЗ-425) - и на "Волгу".

**5.3 Применение альтернативных видов топлива** **РПД**

Поиски альтернативных видов топлива для автомобилей заставил вновь обратить внимание на роторно-поршневой двигатель Ванкеля. Разработчики Mazda уверяют, что по природе своей роторно-поршневой агрегат гораздо лучше приспособлен для работы на водороде, нежели традиционные моторы.

В отличие от многих автопроизводителей, приступивших к своим водородным опытам на базе топливных элементов, Mazda начала колдовать с водородом, рассчитывая на свой РПД. Первый образец появился еще в 1991 году — автомобиль носил индекс HR-X. Однако по сути своей, это был бутафорский концепт. Через два года появилась модифицированная версия — HR-X2. Тогда же были проведены работы по адаптации модели МХ-5 к водородному РПД. В 1995 году Mazda Capella Cargo уже проходила дорожные испытания. В 2003 году появилась привычная нам RX-8 с водородным РПД. Но лишь 15 февраля 2006 года японские власти дали разрешение на реализацию таких машин корпоративным клиентам в лизинг. Наконец, 23 марта того же года первые лизинговые Mazda RX-8 Hydrogen RE нашли своих владельцев.

Водородная RX-8, естественно, может ездить и на бензине, причем с гораздо большим успехом. Удельная мощность ее мотора на водороде составляет лишь 61,2 кВт/л. Однако этот результат выглядит скромным только в сравнении с аналогичным показателем работы РПД на бензине. Если взглянуть на бензиновые двигатели, оснащенные впрыском во впускные коллекторы, выяснится, что это совершенно стандартная цифра.

На двухроторном (или, как его еще называют, двухсекционном) двигателе Renesis, которым оснащен RX-8 Hydrogen RE, впрыск водорода происходит непосредственно в камеру сгорания, а точнее в тот сектор, где происходит образование горючей смеси. Благо, что в отличие от плотной компоновки головок цилиндров кривошипно-шатунных моторов места для установки форсунок под водород в РПД предостаточно.

Куда же разработчики спрятали емкость под газ? Два баллона находятся в багажном отделении. Заправочная горловина под водород расположена правому борту, на другой стороне — I новая горловина. Бензобак размещу сиденьями второго ряда.

На сегодняшний день конструкторы используют два варианта хранения водорода в автомобиле. В первом случае водород хранится в жидком состоянии при относительно небольшом давлении. Такое решение требует постоянно поддержания очень низкой температуры, близкой к абсолютному нулю (по шкале Кельвина). Этот вариант требует дополнительных устройств, обеспечивающих теплоизоляцию.

По прогнозам специалистов, более двух недель держать в баке водород не представляется возможным, поскольку он неизбежно начнет нагреваться и давление в баке будет подниматься. При этом во избежание аварийной ситуации сработает предохранительный клапан, стравливая водород в атмосферу.

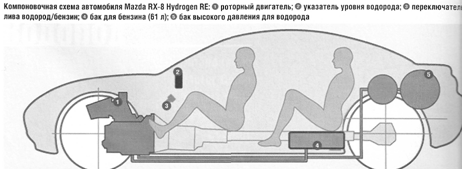


Рис. 26

Японские конструкторы остановились на втором варианте хранения — в газообразном состоянии и под большим давлением. Комплекс конструкторских мер, направленных на поддержание необходимых 350 бар (35 МПа), обходится гораздо дешевле, несмотря на то, что потенциальная опасность такой конструкции выше.

Не окажется ли роторно-поршневой двигатель всего лишь промежуточной стадией освоения водорода как топлива для автомобилей? Акихиро Кашиваги — руководитель проекта уверен в его перспективности: "Водородный РПД "загрязняет" атмосферу только водой. Renesis, конечно, проигрывает в эффективности приводу на базе топливных элементов, однако возможность совместного использования традиционного бензина и водорода дают потребителю массу преимуществ. Но самый большой плюс подобной конструкции, с точки зрения г-на Кашиваги, заключается в сравнительной дешевизне производства водородного РПД. Тем не менее в соревновании с обычным автомобилем Mazda RX-8 Hydrogen RE пока проигрывает. Даже если отвлечься от проблем, связанных с добычей дешевого водорода (в чистом виде этот газ в природе не встречается), тот факт, что машина до сих пор не дошла до массового потребителя, говорит о многом. Предполагаемые розничные цены и стоимость обслуживания при повседневной эксплуатации на сегодняшний день настолько высоки, что продажи RX-8 Hydrogen RE совершенно бессмысленны. Действительно, в пересчете на европейскую валюту ежемесячный лизинговый платеж составляет около трех тысяч евро, что за 30-месячный период составит 90000 евро. Для сравнения, самая дешевая версия бензиновой RX-8 обходится российскому покупателю чуть дороже $45 000.

Впрочем, по прогнозам специалистов, уже к 2025 году более четверти мирового автопарка будет использовать в качестве топлива водород. Сколько из этого количества придется на традиционные ДВС и как будет меняться пропорция по мере удешевления себестоимости производства компонентов привода на топливных элементах? Увидим в ближайшие годы.

**5.4 Применение треугольника Рело в грейферном механизме в кинопроекторах**

Также треугольник использовался в грейферном механизме в кинопроекторах. Двигатели дают равномерное вращение оси, а чтобы на экране было четкое изображение, пленку мимо объектива надо протянуть на один кадр, дать ей постоять, потом опять резко протянуть и так 18 раз в секунду. Именно эту задачу решает грейферный механизм. Он основан на треугольнике Рело, вписанном в квадрат и двойном параллелограмме, который не дает квадрату наклоняться в стороны. Действительно, т.к. длины противоположных сторон равны, то среднее звено при всех движениях остается параллельным основанию, а сторона квадрата всегда параллельной среднему звену. Чем ближе ось крепления к вершине треугольника Рело, тем более близкую к квадрату фигуру описывает зубчик грейфера.

# 

# Заключение

Колесо, изобретенное несколько тысяч лет назад, произвело переворот в жизни человека. Постоянство ширины явилось для колеса определяющим свойством, следствием которого явилось техническое завоевание мира. Я в своей работе попытался распространить это свойство на другие фигуры этого семейства, семейства фигур постоянной ширины.

Систематизируя и углубляя теоретические знания, я в треугольнике Рело (самой известной после круга фигуры постоянной ширины) обозначил его сильные и слабые стороны. Изучил основные свойства фигур постоянной ширины, историю изобретения, рассмотрел области применения фигур постоянной ширины и изучить их свойства, пытался доказать, что из всех фигур постоянной ширины треугольник Рело имеет наименьшую площадь.

Рассмотрел применение треугольника Рело в некоторых механических устройствах, в автомобильных двигателях. Поиски альтернативных видов топлива для автомобилей заставил вновь обратить внимание на роторно-поршневой двигатель Ванкеля. Разработчики Mazda уверяют, что по природе своей роторно-поршневой агрегат гораздо лучше приспособлен для работы на водороде, нежели традиционные моторы. По прогнозам специалистов, уже к 2025 году более четверти мирового автопарка будет использовать в качестве топлива водород. Сколько из этого количества придется на традиционные ДВС и как будет меняться пропорция по мере удешевления себестоимости производства компонентов привода на топливных элементах? Увидим в ближайшие годы.

Отличительные свойства треугольника Рело находят множество применений. Это доказывает, что мы должны более тщательно изучить свойства фигур постоянной ширины и находить им ещё больше применений.

# 

# Литература

1. Сайт в Интернете: http://aurahome.narod.ru
2. Сайт в Интернете: http://passagen.se
3. Бронштейн, И.Н., Семендяев, К.А., Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. – М.:Просвещение,1962.
4. Дорофеев, Г.В., Шарыгин, И.Ф., Суворова, С.Б. Математика. – М.:Просвещение,1987.
5. Коксетер, С.М., Грейтцер, С.Л., Новые встречи с геометрией. – М., Наука, 1978.-223с.
6. Конфорович, А.Г., Некоторые математические задачи. – Киев, Родная школа, 1981.-189с.
7. Кушнир, И.А., Треугольник в задачах. – Киев, Лебедь, 1994.-104с.
8. Спецвыпуск "За Рулем", 2007, с. 96-101
9. Техника и наука, 1982, №7, с.14-15.
10. Техника и наука, 1983, №10, с.19-21.
11. Учебно-методическая газета "Математика".