Московский авиационный институт

**/государственный университет/**

**Филиал «Взлет».**

# Курсовая работа

**по Теории вероятности и математической статистике**

Выполнил: студент группы

Р 2/1 Костенко В.В.

Проверил: Егорова Т.П.

**г.Ахтубинск 2004 г.**

**Содержание**

Задание №1: Проверка теоремы Бернулли на примере моделирования электрической схемы. Распределение дискретной случайной величины по геометрическому закону распределения

Задание №2: Смоделируем случайную величину, имеющую геометрический закон распределения случайной величины

Задание №3: Проверка критерием Колмогорова: имеет ли данный массив соответствующий закон распределения

Список используемой литературы

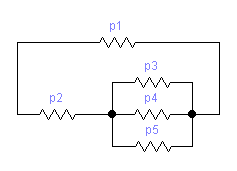
**Задание №1. Проверка теоремы Бернулли на примере моделирования электрической схемы**

**Определение:** При неограниченном увеличении числа опытов n частота события A сходится по вероятности к его вероятности p.

**План проверки:** Составить электрическую схему из последовательно и параллельно соединенных 5 элементов, рассчитать надежность схемы, если надежность каждого элемента: 0.6 < pi < 0.9. Расчет надежности схемы провести двумя способами. Составить программу в среде Turbo Pascal .

**Схема:**

Электрическая цепь, используемая для проверки теоремы Бернулли:



**Расчет:**

Чтобы доказать выполнимость теоремы Бернулли, необходимо чтобы значение частоты появления события в серии опытов в математическом моделировании равнялось значению вероятности работы цепи при теоретическом расчёте этой вероятности.

**Математическое моделирование в среде Turbo Pascal**

Program KURSOVIK;

Uses CRT;

Const c=5;

Var op,i,j,n,m:integer;

a,rab,pp,ppp,ppp1,ppp2:real;

p:array[1..c] of real;

x:array[1..c] of byte;

Begin

ClrScr;

Randomize;

p[1]:=0.7; p[2]:=0.8; p[3]:=0.9; p[4]:=0.7; p[5]:=0.8;

Writeln(' Опытов: Исходы: Вероятность:'); Writeln;

For op:=1 to 20 do Begin

n:=op\*100;m:=0;

Write(' n=',n:4);

For i:=1 to n do Begin

For j:=1 to c do Begin

x[j]:=0;

a:=random;

if a<p[j] then x[j]:=1;

End;

rab:=x[i]+x[2]\*(x[3]+x[4]+x[5]);

If rab>0 then m:=m+1;

End;

pp:=m/n;

writeln(' M= ',m:4,' P\*= ',pp:3:3);

End;

ppp1:=p[1]+p[2]\*(p[3]+p[4]+p[5]-p[3]\*p[4]-p[3]\*p[5]-p[4]\*p[5]+p[3]\*p[4]\*p[5]);

ppp2:=p[1]\*p[2]\*(p[3]+p[4]+p[5]-p[3]\*p[4]-p[3]\*p[5]-p[4]\*p[5]+p[3]\*p[4]\*p[5]);

ppp:=ppp1-ppp2;

Writeln; Writeln(' Вер. в опыте: p=',ppp:6:3);

Readln;

End.

**Результат работы программы**

Опытов: Исходы: Вероятность:

n= 100 M= 94 P\*= 0.940

n= 200 M= 163 P\*= 0.815

n= 300 M= 247 P\*= 0.823

n= 400 M= 337 P\*= 0.843

n= 500 M= 411 P\*= 0.822

n= 600 M= 518 P\*= 0.863

n= 700 M= 591 P\*= 0.844

n= 800 M= 695 P\*= 0.869

n= 900 M= 801 P\*= 0.890

n=1000 M= 908 P\*= 0.908

n=1100 M= 990 Р\*= 0.900

n=1200 M= 1102 P\*= 0.918

n=1300 M= 1196 P\*= 0.920

n=1400 M= 1303 P\*= 0.931

n=1500 M= 1399 P\*= 0.933

n=1600 M= 1487 P\*= 0.929

n=1700 M= 1576 P\*= 0.927

n=1800 M= 1691 P\*= 0.939

n=1900 M= 1782 P\*= 0.938

n=2000 M= 1877 P\*= 0.939

Вероятность в опыте: p= 0.939

**Теоретический расчёт вероятности работы цепи**:

**I способ**:



**II способ**:



**Вывод:** Из математического моделирования с помощью Turbo Pascal видно, что частота появления события в серии опытов сходится по вероятности к рассчитанной теоретически вероятности данного события P(A) = 0.939.

Распределение дискретной случайной величины по геометрическому закону распределения

Моделирование случайной величины, имеющей геометрический закон распределения:

(X=xk) = p(1-p)k

где xk = k=0,1,2…, р – определяющий параметр, 0<p<1. Этот закон является дискретным. Составим теоретический ряд распределения, присваивая р=0,4 и k=0,1,2… и считая Р(Х=xk) получим теоретический многоугольник распределения, изображённый на рис.1.

По ряду распределения составим теоретическую функцию распределения F(x), изображённую на рис.2. Смоделируем дискретную случайную величину, имеющую геометрический закон распределения, методом Монте – Карло. Для этого надо:

1. Разбить интервал (0;1) оси ОК на k частичных интервалов:

Δ1 – (0;р1), Δ2 – (р1;р1+р2) … Δk – (p1+p2+…+pk-1;1)

1. Разбросать по этим интервалам случайные числа **rj** из массива, смоделированного датчиком случайных чисел в интервале (0;1). Если **rj** попало в частичный интервал **ΔI**, то разыгрываемая случайная величина приняла возможное значение **xi**.

По данным разыгрывания составим статистический ряд распределения Р\*(Х) и построим многоугольник распределения, изображенный на рис.1. Построим статистическую функцию распределения F\*(X), изображённую на рис.2. Теперь посчитаем теоретические и статистические характеристики дискретной случайной величины, имеющей геометрический закон распределения.



Рис.1.



Рис.2.

**Задание №2. Смоделируем случайную величину, имеющую геометрический закон распределения случайной величины**

**Программа в Turbo Pascal:**

Program kursovik;

Uses crt;

Const M=300;

Var

K,I:integer;

P,SI,SII,SP,DTX,DSX,MX,MSX,GT,GS:real;

X:array[1..300] of real;

PI,S,P1,MMX,MS,D,DS,PS,STA,STR:ARRAY[0..10] OF REAL;

BEGIN;

CLRSCR;

randomize;

{ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РЯД}

WRITELN('ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РЯД:');

P:=0.4; SI:=0;

FOR K:=0 TO 10 DO BEGIN

IF K=0 THEN PI[K]:=P ELSE

IF K=1 THEN PI[K]:=P\*(1-P) ELSE

IF K=2 THEN PI[K]:=P\*SQR(1-P) ELSE

IF K=3 THEN PI[K]:=P\*SQR(1-P)\*(1-P) ELSE

IF K=4 THEN PI[K]:=P\*SQR(SQR(1-P)) ELSE

IF K=5 THEN PI[K]:=P\*SQR(SQR(1-P))\*(1-P) ELSE

IF K=6 THEN PI[K]:=P\*SQR(SQR(1-P))\*SQR(1-P) ELSE

IF K=7 THEN PI[K]:=P\*SQR(SQR(1-P))\*SQR(1-P)\*(1-P) ELSE

IF K=8 THEN PI[K]:=P\*SQR(SQR(SQR(1-P))) ELSE

IF K=9 THEN PI[K]:=P\*SQR(SQR(SQR(1-P)))\*(1-P) ELSE

IF K=10 THEN PI[K]:=P\*SQR(SQR(SQR(1-P)))\*SQR(1-P) ELSE

SI:=SI+PI[K];

WRITELN(' P[',K,']=',PI[K]:6:5);

END;

READLN;

WRITELN('ИНТЕРВАЛЫ:');

P1[1]:=0.4;

FOR K:=1 TO 10 DO BEGIN

P1[K+1]:=PI[K]+P1[K];

WRITELN( 'PI[',K,']=',P1[K]:6:5);

END;

READLN;

{СТАТИСТИЧЕСКИЙ РЯД}

WRITELN;

WRITELN('СТАТИСТИЧЕСКИЙ РЯД:');

FOR I:=1 TO 9 DO BEGIN

X[I]:=RANDOM;

WRITE(X[I]:5:2);

END;

READLN;

FOR I:=10 TO 99 DO BEGIN

X[I]:=RANDOM;

WRITE(X[I]:5:2);

END;

READLN;

FOR I:=100 TO 200 DO BEGIN

X[I]:=RANDOM;

WRITE(X[I]:5:2);

END;

READLN;

FOR I:=201 TO 300 DO BEGIN

X[I]:=RANDOM;

WRITE(X[I]:5:2);

END;

READLN;

PS[K]:=0;

FOR I:=1 TO M DO BEGIN

FOR K:=0 TO 10 DO BEGIN

IF ((X[I]<P1[K]) AND (X[I]>=P1[K-1])) THEN BEGIN

PS[K]:=PS[K]+1;

END;

END;

END;

FOR K:=0 TO 10 DO BEGIN

STA[K]:=PS[K+1]/M;

WRITELN('P\*[',K,']=',STA[K]:6:5);

END;

WRITELN;

WRITELN('СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИНТЕРВАЛЫ:');

STR[1]:=STA[0];

FOR K:=1 TO 10 DO BEGIN

STR[K+1]:=STR[K]+STA[K];

WRITELN(' PS[',K,']=',STR[K]:6:5);

END;

READLN;

{ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И СТАТИСТИЧЕСКОЕ МАТОЖИДАНИЕ Mx}

MX:=0;

FOR K:=0 TO 10 DO BEGIN

MMX[K]:=K\*PI[K];

MX:=MX+MMX[K];

END;

WRITELN('ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ МАТОЖИДАНИЕ MX:',MX:6:5);

MSX:=0;

FOR K:=0 TO 10 DO BEGIN

MS[K]:=K\*STA[K];

MSX:=MSX+MS[K];

END;

WRITELN('СТАТИСТИЧЕСКОЕ МАТОЖИДАНИЕ Mx\*:',MSX:6:5);

WRITELN;

{ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДИСПЕРСИЯ Dx}

DTX:=0; DSX:=0;

FOR K:=0 TO 10 DO BEGIN

D[K]:=SQR(K-MX)\*PI[K];

DTX:=DTX+D[K];

DS[K]:=SQR(K-MSX)\*STA[K];

DSX:=DSX+DS[K];

END;

WRITELN('ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ДИСПЕРСИЯ Dx:',DTX:6:5);

WRITELN('СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДИСПЕРСИЯ Dx\*:',DSX:6:5);

WRITELN;

{ТЕОР И СТАТ СРЕДНЕ КВАДРАТИЧЕСКОЕ ОТКЛОНЕНИЕ G}

GT:=SQRT(DTX);

GS:=SQRT(DSX);

WRITELN('ТЕОР СРЕДНЕ КВАДРАТИЧЕСКОЕ ОТКЛОНЕНИЕ G:',GT:6:5);

WRITELN('СТАТ СРЕДНЕ КВАДРАТИЧЕСКОЕ ОТКЛОНЕНИЕ G\*:',GS:6:5);

WRITELN;

READLN;

END.

**Результаты:**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РЯД:

P[0]=0.40000

P[1]=0.24000

P[2]=0.14400

P[3]=0.08640

P[4]=0.05184

P[5]=0.03110

P[6]=0.01866

P[7]=0.01120

P[8]=0.00672

P[9]=0.00403

P[10]=0.00242

ИНТЕРВАЛЫ:

PI[1]=0.40000

PI[2]=0.64000

PI[3]=0.78400

PI[4]=0.87040

PI[5]=0.92224

PI[6]=0.95334

PI[7]=0.97201

PI[8]=0.98320

PI[9]=0.98992

PI[10]=0.99395

**Статистический ряд:**

0.57 0.86 0.58 0.11 0.81 0.26 0.17 0.14 0.51 0.53 0.80 0.57 0.17 0.14 0.30 0.58 0.80 0.55 0.86 0.81 0.80 0.18 0.39 0.02 0.74 0.67 0.57 0.32 0.30 0.92 0.64 0.95 0.96 0.25 0.10 0.87 0.44 0.76 0.87 0.43 0.84 0.58 0.62 0.87 0.90 0.70 0.20 0.62 0.08 0.54 0.53 0.47 0.08 0.40 0.30 0.09 0.26 0.54 0.29 0.60 0.95 0.52 0.27 0.99 0.54 0.84 0.75 0.74 0.03 0.42 0.98 0.92 0.32 0.07 0.06 0.49 0.36 0.15 0.03 0.75 0.05 0.17 0.20 0.03 0.54 0.76 0.28 0.16 0.09 0.58 0.96 0.29 0.92 0.88 0.92 0.03 0.57 0.78 0.61 0.05 0.71 0.67 0.10 0.62 0.39 0.10 0.01 0.72 0.27 0.09 0.14 0.60 0.24 0.88 0.40 0.07 0.43 0.39 0.28 0.84 0.68 0.93 0.66 0.65 0.81 0.02 0.02 0.05 0.32 0.29 0.17 0.10 0.34 0.81 0.02 0.26 0.02 0.34 0.23 0.28 0.66 0.43 0.52 0.00 0.16 0.17 0.07 0.11 0.75 0.21 0.37 0.45 1.00 0.29 0.35 0.37 0.54 0.28 0.63 0.25 0.08 0.67 0.30 0.17 0.58 0.93 0.64 0.25 0.68 0.06 0.39 0.35 0.79 0.43 0.80 0.99 0.36 0.64 0.52 0.65 0.29 0.02 0.81 0.01 0.53 0.98 0.89 0.61 0.25 0.32 0.44 0.99 0.14 0.30 0.28 0.44 0.83 0.97 0.01 0.72 0.36 0.09 0.03 0.57 0.21 0.66 0.26 0.80 0.39 0.95 0.48 0.10 0.59 0.39 0.94 0.25

0.28 0.86 0.03 0.98 0.36 0.13 0.80 0.88 0.82 0.64 0.76 0.08 0.28 0.70 0.31 0.49 0.58 0.84 0.60 0.03 0.72 0.04 0.81 0.86 0.84 0.85 0.03 0.87 0.96 0.77 0.28 0.59 0.75 0.38 0.40 0.55 0.57 0.04 0.70 0.70 0.46 0.21 0.79 0.21 0.88 0.70 0.89 0.10 0.35 0.30 0.44 0.25 0.40 0.80 1.00 0.84 0.29 0.16 0.68 0.28 0.48 0.41 0.49 0.17 0.98 0.58 0.53 0.83 0.84 0.70 0.76 0.44 0.40 0.64 0.81 0.89 0.32 0.39 0.21 0.77 0.22 0.05 0.76 0.24

P\*[0]=0.44333

P\*[1]=0.21000

P\*[2]=0.12667

P\*[3]=0.11000

P\*[4]=0.04000

P\*[5]=0.02333

P\*[6]=0.01667

P\*[7]=0.01000

P\*[8]=0.01000

P\*[9]=0.00333

P\*[10]=0.00148

**Статистические интервалы:**

PS[1]=0.44333

PS[2]=0.65333

PS[3]=0.78000

PS[4]=0.89000

PS[5]=0.93000

PS[6]=0.95333

PS[7]=0.97000

PS[8]=0.98000

PS[9]=0.99000

PS[10]=0.99333

**Числовые характеристики:**

MX:1.45465

Mx\*:1.36478

Dx:3.29584

Dx\*:3.20549

G:1.81544

G\*:1.79039

**Задание №3. Проверка критерием Колмогорова: имеет ли данный массив соответствующий закон распределения**

Воспользуемся критерием Колмогорова. В качестве меры расхождения между теоретическим и статистическим распределениями рассматривается максимальное значение модуля разности между статистической функцией распределения F\*(x) и соответствующей теоретической функцией распределения F(x).

D = max | F\*(x)- F(x)|

D = 0.04

Далее определяем величину λ по формуле:

λ = D\| n ,

где n – число независимых наблюдений.

λ = D\| n =0,04\*\/ 300 = 0,693

и по таблице значений вероятности P(λ) находим вероятность P(λ).

P(λ) = 0,711.

Это есть вероятность того, что (если величина х действительно распределена по закону F(x)) за счёт чисто случайных причин максимальное расхождение между F\*(x) и F(x) будет не меньше, чем наблюдаемое.

Нет оснований отвергать гипотезу о том, что наш закон распределения является геометрическим законом распределения.

Воспользуемся критерием Колмогорова. В качестве меры расхождения между теоретическим и статистическим распределениями рассматривается максимальное значение модуля разности между статистической функцией распределения F\*(x) и соответствующей теоретической функцией распределения F(x).

D = max | F\*(x)- F(x)|

D = 0.04

Далее определяем величину λ по формуле:

λ = D\| n ,

где n – число независимых наблюдений.

λ = D\| n =0,04\*\/ 300 = 0,693

и по таблице значений вероятности P(λ) находим вероятность P(λ).

P(λ) = 0,711.

Это есть вероятность того, что (если величина х действительно распределена по закону F(x)) за счёт чисто случайных причин максимальное расхождение между F\*(x) и F(x) будет не меньше, чем наблюдаемое.

Нет оснований отвергать гипотезу о том, что наш закон распределения является геометрическим законом распределения.

**Список используемой литературы**

1. «Теория вероятностей» В. С. Вентцель.
2. «Теория вероятностей (Задачи и Упражнения)» В.С. Вентцель, Л. А. Овчаров.
3. «Справочник по вероятностным расчётам».
4. «Теория вероятностей и математическая статистика» В.Е.Гмурман.
5. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике» В. Е. Гмурман.