**ВВЕДЕНИЕ**

Простые числа с давних времен привлекают внимание математиков. Простые числа следует одно за другим по закону, который еще не найден. Но простые числа в математике играют важную роль. Среди натурального ряда выделяют простые числа.

В данной работе поставленная цель:

доказать, что простые числа играют большую роль в математике.

Задачи для этой работы следующие:

1. Показать способы нахождения простых чисел.
2. Назвать имена математиков, связанных с историей открытия простых чисел.
3. Составить задачи с использованием простых чисел.

**РОЛЬ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ В МАТЕМАТИКЕ**

Каждое натуральное число, больше единицы, делится по крайней мере на два числа: на 1 и на само себя. Если ни на какое другое натуральное число оно на целое не делится, то называется *простым*, а если у него имеются ещё какие- то целые делители, то *составным*. Не о всяком числе можно сразу сказать, простое оно или составное. Возьмем, например, число 1999. Если нет под рукой специальных справочных таблиц или помощника компьютера, то придется вспомнить о старом, но надежном решете Эратосфена. Старинный способ, придуманный еще в 3 в. До н. э. Эратосфеном Киренским, хранителем знаменитой Александрийской библиотеки.

Выпишем несколько подряд идущих чисел, начиная с 2. Двойку отберем в свою коллекцию, а остальные числа, кратные 2, зачеркнем. Ближайшим не зачеркнутым числом будет 3. Возьмем в коллекцию и его, а все остальные числа, кратные 3,зачеркнем. При этом окажется, что некоторые числа уже были вычеркнуты раньше, как, например, 6, 12 и другие. Следующее наименьшее не зачеркнутое число-это 5. Берем пятерку, а остальные числа, кратные 5, зачеркиваем. Повторяя эту процедуру снова и снова, мы в конце концов добьемся того, что не зачеркнутыми останутся одни лишь простые числа- они словно просеялись сквозь решето. Поэтому такой способ и получил название РЕШЕТО ЭРАТОСФЕНА. Можно ли, повторять поэту, сказать, что простых чисел столько, “ сколько звезд на небе, сколько рыб в воде”? Ответ находим в девятой книге знаменитого сочинения Евклида” Начала”- нетленного памятника Древнего мира. Двадцатая теорема в этой книге утверждает: ”Первых (простых) чисел существует больше любого указанного числа их”.

Вот доказательство этой теоремы. Предположим, что существует некое наибольшее простое число *P*. Тогда перемножим все простые числа, начиная с 2 и кончая *P*, и увеличим полученное произведение на единицу: 2 3 5 7\*… *P* + 1 = *M*. Если число *М* составное, то оно должно иметь по крайней мере один простой делитель. Но этим делителем не может быть ни одно из простых чисел 2, 3, 5, …, *Р*, поскольку при делении *М* на каждое из них получаем в остатке 1. Следовательно, число М либо само простое, либо делится на простое число, большее Р. Значит, предположение, что существует наибольшее простое число Р, наверно и множество простых чисел бесконечно.

Не о всяком числе можно сразу сказать, простое оно или составное. Возьмем, например, число 1999. Если нет под рукой специальных справочных таблиц или помощника-компьютера, то придется вспомнить о старом, но надежном решете Эратосфена.

Первую известную нам таблицу простых чисел составил итальянский математик Пьетро Антонио Катальди в 1603 г. Она захватывала все простые числа от 2 до 743

В 1770 г. Немецкий математик Иоганн Генрих Ламберт опубликовал таблицу наименьших делителей всех чисел, не превосходящих 102000 и не делящихся на 2, 3, 5. Вложив в этот труд поистине колоссальные усилия, Ламберт гарантировал бессмертие тому, кто доведет таблицу делителей до миллиона. На его призыв откликнулись многие вычислители.

К середине 19 века уже были составлены таблицы наименьших делителей не только первого миллиона, но и следующих, в плоть до 9. В это же время в прессе появились сообщения, которые представлялись абсолютно фантастическими: в Венскую академию поступило 7 больших томов рукописных таблиц “Великий канон делителей всех чисел, которые не делятся на 2, 3 и 5, и простых чисел между ними до 100330201”. Автором этого труда был Якуб Филипп Кулик, профессор высшей математики Пражского университета.

В дальнейшем поиске простых чисел уже не носили характера массовой охоты, с которой можно сравнить составление таблиц, а превратились в целенаправленный отбор отдельных представителей. У охотников за числами больше всего популярны простые числа Марсена. Они названы в честь французского ученого Марена Марсенна, Сыгравшего в 18в. Видную роль в становлении европейской науки.

Некоторые представления о распределения простых чисел имели уже древние греки. Из доказательства Евклида следует, например, что они не собраны вместе, а разбросаны по всей числовой оси. Но как часто?

В 1845 г французский математик Жозеф Бертан, исследуя таблицу простых чисел в промежутке от 1 до 6000000, обнаружил, что между числами *n* и *n2 – 2, где n* > 3, содержится по крайней мере одно простое число. В последствии это свойство получило название *постулата Бертрана, хотя* самому Бертану обосновать его так и не удалось. Доказал его в 1852 г русский математик Пафнутий Львович Чебышев. Из результата Чебышева следовала и более точная оценка. Таким образом, даже среди очень больших чисел простые числа не так уж редки.

С другой стороны, существуют промежутки, включающие тысячи, миллионы, миллиарды и вообще какое угодно большое количество подряд стоящих натуральных чисел, среди которых нельзя найти ни одного простого! В самом деле, задавшись произвольным большим натуральным числом *к*, построим ряд чисел *к*! +2, *к*! +3,…, *к*! + *к* (здесь *к*! = 1\*2\*3\*…\**к*). Каждое из этих чисел составное. Например, число *к*! + *м* делится на *м*, поскольку *к*! делится на *м* и само *м* делится на *м*.

Простые числа, делящихся только на единицу и на самих себя(2,3,5,7,11,13,17,…), с давних времен привлекают внимание математиков. Более двух тысяч лет назад великий древнегреческий математик Евклид доказал, что ряд простых чисел бесконечен. Простые числа следуют одно за другим по закону, который еще не найден. Эти числа то на долго исчезают из натурального ряда, то по являются в нем часто, а иногда и по соседству: 11,13,;5971847,5971849.

Профессор И.К. Андронов в книге <<Арифметика натуральных чисел>> приводит рассказ о воображаемом путешествии по бесконечной дороге простых чисел:<<Мысленно возьмем прямо линейный провод, выходящий из классной комнаты в мировое пространство, пробивающий земную атмосферу, уходящий туда, где Луна совершает вращение, и далее за огненный шар Солнце, в мировую бесконечность.

Мысленно подвесим на провод через каждый метр электрические лампочки, нумеруя их, начиная с ближней:1,2,3,…,1 000,…,1 000 000,…, включим ток с таким расчетом, чтобы загорелись все лампочки с простыми номерами, и полетим вблизи провода>>.

Вместе с автором этой книги мы начинаем движение с первой электрической лампочки, которая не осветила нам старта; она не горит, так как ее номер (единица) не является простым числом. Сразу за ней две лампочки с номерами 2 и 3 включены, эти числа простые . Оставим позади горящие лампочки 5 и 7. Они пронумерованы простыми числами. На нашем длинном пути очень редко будут попадаться числа-близнецы. Вот промелькнули следующие числа-близнецы: 11 и 13, 17 и 19. Мы быстро набираем скорость; оставляя позади лампочки 101 и 103, 827 и 829; теперь реже и реже встречаются освещенные островки из лампочек, пронумерованы простыми числами-близнецами. Вот на фоне темноты и мрака засверкали лампочки с номерами 10 016 957 и 10 016 959; это последняя пара известных простых чисел-близнецов. Возможно, где то в бесконечных просторах обрадуют наш взор еще пара светящихся лампочек, или такие близнецы исчезнут на всегда. Нам встречаются участки, довольно часто освещаемые лампочками, но чаще путь проходит в темноте. Из первого миллиона промелькнуло всего 78 498 горящих лампочек, 921 502 не горели.

Однако мы только начали движение, они еще встретятся, но в какой миг? Закономерности нет.

Как и пространство, множество простых чисел бесконечно. Бесконечный ряд чисел, который мы в результате счета предметов, называется НАТУРАЛЬНЫМ РЯДОМ ЧИСЕЛ: 1,2,3,4,5,… . Среди натурального ряда чисел мы выделяем простые числа. Простыми числами называются такие, которые делятся на 1 и на самих себя. Наименьшее простое число2.

Выделение простых чисел является сложной задачей математики. Ученые на протяжении многих веков пытаются найти формулу, которая позволила бы из множества натуральных чисел выписать простые. Первый, кто занимался этой задачей, был великий математик древности Эратосфен, живший почти 2 300 лет назад. Эратосфен был главным библиотекарь знаменитой Александрийской библиотеки, математиком, географом, историком, астрономом, философом и поэтом. Эратосфен вычислил наклон эклиптики – большой окружности сферы, по которой проходит видимое годичное движение солнца, расстояние от солнца и луны, длину земного меридиана (измерив расстояние от Асуана до Александрии), составив карту мира с учетом шарообразности Земли и т. д.

Способ Эратосфена составления таблиц простых чисел чрезвычайно прост и не требует проверки чисел на делимость. Он воспользовался особым методом, который был назван в честь ученого <<Решето Эратосфена>>. Чтобы очистить зерно, мы его просеиваем. Подобно этому Эратосфен <<просеивал>> числа натурального ряда, пользуясь особым приёмом.

Допустим, что были выписаны ( в таблице из 10рядов ) все по следовательно от 1 до 100. Прежде всего надо <<выбросить>> все четные числа, кроме 2. Подчеркнув число2, остальные числа, делящиеся на 2, зачеркнем. После 2 в таблице идет простое число 3. Подчеркнем число 3 как простое, а все остальные, делящееся на 3, зачеркнем. ( Числа, кратные 3, стоят на местах через два на третье.) теперь следующее простое число 5,которое опять подчеркиваем; выбрасываем все числа, кратные 5, которые расположены на местах через четвертое на пятое, считая ранее зачеркнутые. Дальше подчеркиваем следующее число 7 и зачеркиваем числа, делящиеся на 7, и т. д. Заметьте, что из всех натуральных чисел не зачеркнутыми остаются простые числа. Эратосфен у каждого составного числа прокладывал отверстие, и получалось нечто вроде решета, через которое эти составные числа <<просеивались>>.

Древне греческих ученых заинтересовало: сколько может быть простых чисел в натуральном ряду? Ответил на этот вопрос Евклид, доказав, что простых чисел бесконечное множество.

Однако способ Эратосфена не смог удовлетворить ученых, и они пытались найти формулу простых чисел. На протяжении многих столетий это сделать не удавалось. В ряду простых чисел были найдены многие интересные закономерности, но поставленная задача оставалась без ответа. Первым приблизился к решению проблем простых чисел П.Л. Чебышев.

В 1750 г. Леонард Эйлер установил, что число 2³¹ - 1 является простым. Оно оставалось самым большим из известных простых чисел более ста лет. В 1876 г. Французский математик Лукас установил, что огромное число

2127 - 1 = 170 141 183 560 469 231 731 687 303 715 884 105 727  
также простое. Оно содержит 39 цифр. Для его вычисления были механические настольные счетные машины. В 1957 г. было найдено следующее простое число: 23217 – 1. А простое число 244 497 – 1 состоит из 13 000 цифр.

**УЗЫ ДРУЖБЫ В МИРЕ ЧИСЕЛ**

Два натуральных числа m и n называются *дружественными,* если сумма собственных делителей *m* равна *n,* а сумма собственных делителей *n* равна *m*.

История дружественных чисел теряется в глубине веков. По свидетельству античного философа Ямвлиха(III-IV вв.), великий Пифагор на вопрос, кого следует считать своим другом, ответил:<<Того, кто является моим вторым я, как числа 220 и 284>>. Проверьте, пожалуйста, что числа 220 и 284 дружественные.

Для нахождения дружественных чисел арабский ученый Сабит Ибн Курра (IX в. ) предложил хитроумный способ: задавшись натуральным числом n, подсчитать спамогательные величины *p*= 3\*2*n-1* – 1, q=3\*2n -1 и r= 9\*2 2n – 1`-1. Если окажется, что числа p, q, r простые, тогда числа А = 2n p q и В = 2nr дружественные.

Пифагорова пара 220 и 284 получаются по этому методу при n=2. Следующую пару чисел – 17 296 и 18 416 – обнаружили независимо друг от друга марокканский ученый Ибн Аль – Банна и три столетия спустя француз Пьер Ферма. В этом случае n=4. Третью пару – 9 363 584 и 9 437 056 (при n=7) – указал в 1638 г. Рене Декарт. Дальнейшие попытки найти дружественные пары при не больших значениях n к успеху не приводят. Более того способ Сабита ибн Курры не выявляется ни одной новой пары дружественных чисел, если n увеличивать до 20 000! Неужели дружественные числа – алмазы-самородки и для подсчета их пар многовато пальцев одной руки?

В 1747-1750 гг. Леонард Эйлер провел уникальные числовые раскопки. Он придумал оригинальные методы поиска и обнаружил сразу 61 новую пару дружественных чисел. Примечательно, что среди них оказались и не четные числа: 69 615 и 11 498 355; 87 633 и 12 024 045. Сейчас известно около 1100 пар дружественных чисел. Любопытно, что в 1866 г. итальянский школьник Н. Паганини (однофамилец известного скрипача) нашел пару дружественных чисел 1184 и 1210, которую все, в том числе и выдающееся математики, проглядели!

Вот пары дружественных чисел в пределе 100 000:

220 – 284

1184 – 1210

2620 – 2924

5020 – 5564

6232 – 6368

10744 – 10856

12285 – 14595

17296 – 18416

63020 – 76084

66928 – 66992

67095 – 71145

69615 – 87633

79750 – 88730

Дружественные числа продолжают скрывать множество тайн. Есть ли смешанные пары, у которых одно число четное, а другое не четное? Существует общая формула, описывающая все дружественные пары? На эти и другие вопросы ответы пока не найдены.

Из опыта вычисления люди знали, что каждое число является либо простым, либо произведением нескольких простых чисел. Но они не умели этого доказывать. Пифагор или кто-то из его последователей нашел доказательство этого утверждения.

Теперь легко объяснить роль простых чисел в математике: они являются теми кирпичиками, из которых с помощью умножения строят все остальные числа. Хорошо было бы, если все простые числа можно было сосчитать! Пусть их было бы хоть миллион – все равно мы знали бы, что, перемножая эти простые числа, можем получить все остальные. Но это оказалось не так. Через два столетия после Пифагора греческий геометр Евклид написал книгу <<Начала>>. И одними из утверждений этой книги было следующее: *самого большого простого числа не существует.*

Простые числа в натуральном ряде чисел, расположены очень причудливо. Иногда между ними есть только одно четное число (все простые числа, кроме числа 2, нечетные). Такими близнецами так их зовут в науке, являются: 11 и 13, 17 и 19, 29 и 31. До сих пор не известно, есть ли самые большие близнецы или нет. А иногда между соседними простыми числами лежит пропасть в миллионы и миллиарды чисел. Первым глубокие результаты о том, как разбросаны простые числа среди остальных натуральных чисел, получил великий русский математик Пафнутий Львович Чебышев, основатель и руководитель русских математических исследований в прошлом веке.

**ПРОБЛЕМА ГОЛЬДБАХА**

Из простых чисел можно получить любое число с помощью умножения. А что будет, если складывать простые числа? Конечно, если брать сколько угодно слагаемых, то можно получить любое число: четные числа получаются путем сложения двоек, а не четные путем сложения одной тройки и нескольких двоек. Но живший в России в XVIII веке математик Гольдбах решил складывать нечетные простые числа лишь попарно. Он обнаружил удивительную вещь: каждый раз ему удавалось представить четное число в виде суммы двух простых чисел. Вот эти разложения для двухзначных чисел (как это было во времена Гольдбаха, мы считаем 1 простым числом):

4=1+3, 6=1+5, 8=1+7, 10=3+7, 12=5+7, 14=3+11,

16=3+13, 18=5+13, 20=3+17, 22=11+11, 24=11+13,

26=13+13, 28=23+5, 30=23+7, 32=19+13, 34=17+17,

36=17+19, 38=19+19, 40=37+3, 42=37+5, 44=37+7,

46=23+23, 48=47+1, 50=47+3, 52=47+5, 54=47+7,

56=53+3, 58=53+5, 60=53+7, 62=31+31, 64=61+3,

66=61+5, 68=61+7, 70=67+3, 72=67+5, 74=37+37,

76=73+3, 78=73+5, 80=73+7, 82=41+41, 84=41=43,

86=43+43, 88=87+1, 90=87+3, 92=87+5,94=87+7,

96=89+7, 98=97+1.

О своем наблюдении Гольдбах написал великому математику XVIII века Леонарду Эйлеру, который был членом Петербургской академии наук. Проверив еще много четных чисел, Эйлер убедился, что все они являются суммами двух простых чисел. Но четных чисел бесконечно много. По этому вычисления Эйлера давали надежду на то, что свойством, которое заметил Гольдбах, обладают все числа. Однако попытки доказать, что это всегда будет так, ни к чему не привели.

Двести лет математики размышляли над проблемой Гольдбаха. И только советскому ученому Ивану Матвеевичу Виноградову удалось сделать решающий шаг. Он установил, что любое достаточно большое натуральное число является суммой трех простых чисел. Но число, начиная с которого верно утверждение Виноградова, невообразимо велико. По этому пока что, к сожалению, нет надежды даже с помощью самых лучших ЭВМ проверить, верно ли это утверждение для всех остальных чисел.

**АЛГОРИТМ**

Для нахождения всех простых чисел не больше заданного числа n, следуя методу Эратосфена, нужно выполнить следующие шаги:

1) Выписать подряд все целые числа от 2 до n (2,3,4…,n)

2) Пусть переменная p изначально равна 2-первому простому числу.

3) Вычеркнуть из списка все числа от 2p до n, делящиеся на p (то есть, числа 2p,3p,4p,… .)

4) Найти первое невычеркнутое число, большее, чем р, и присвоить значению переменной p это число.

5) Повторять шаги 3 и 4 до тех пор, пока p не станет больше, чем n.

6) Все невычеркнутые числа в списке - простые числа.

На практике, алгоритм можно немного улучшить следующим образом.

На шаге №3, числа можно вычеркивать, начиная сразу с числа p2, потому что все составные числа меньше его уже будут вычеркнуты к этому времени.

И, соответственно, останавливать алгоритм можно, когда p2 станет больше, чем n.

# ЗАДАЧИ

# В некотором царстве, в некотором государстве жила принцесса. И однажды ей захотелось узнать ответ на свой вопрос о соседнем королевстве. В соседнем королевстве было 12 фей. За ночь всем феям надо было выполнить одинаковое количество желаний. Всего им надо было выполнить 144 желания. И принцессе захотелось узнать, сколько желаний должна выполнить одна фея за ночь. Но чтобы узнать ответ на вопрос, принцессе надо было слетать в соседнее королевство и спросить у фей. Долететь до королевства принцесса поручила дракону и дала ему на всю дорогу 6 часов. Расстояние до королевства 448,8 км. С какой скоростью должен лететь дракон, чтобы успеть слетать и туда, и обратно?

# Решение

# 1) 6:2=3 (часа)- за такое время дракон должен слетать туда или обратно.

# 2) 448,8:3=149,6 (км/ч)- с такой скоростью должен лететь дракон, что бы прилететь в своё королевство вовремя.

# ( Задачу придумала Сторожева Яна).

# Дракону надо лететь со скоростью 149,6 км/ч, что прилететь в своё королевство вовремя.

# Тем времен дракон прилетел в соседнее королевство. Решение вопроса принцессы оказалось очень простым:

# Решение

# 1) 144:12=12(желаний)- должна выполнить 1 фея за ночь.

# ( Задачу придумала Бордюгова Анастасия).

# 1 фея должна выполнить 12 желаний за ночь.

# Дракон прилетел обратно и получил за ответ на вопрос принцессы вознаграждение: 1,2 кг мороженого. Он решил поделиться мороженым с друзьями. Друзей у него было 7. Сколько мороженого досталось каждому другу и самому дракону?

# Решение

# 1) 7+1=8- друзья и сам дракон.

# 2) 1,2:8=0,15(кг)- досталось каждому другу и самому дракону.

# ( Задачу придумала Хисемятдинова Нейля).

# 0,15 кг мороженого досталось каждому другу и самому дракону.

# Принцесса решила позвать к себе на работу 7 гномов, чтобы они искали изумруды. И сказала им, что за неделю они должны найти 147 изумрудов. А сама принцесса решила узнать: сколько 7 гномов должны найти изумрудов за 1 день? Сколько 1 гном должен найти изумрудов за 1 день? Сколько 1 гном должен найти изумрудов за неделю?

# Решение

# 1) 147:7=21(изумруд)- должны найти 7 гномов за 1 день.

# 2) 21:7=3(изумруда)- должен найти 1 гном за 1 день.

# 3) 3\*7=21(изумруд)- должен найти 1 гном за неделю.

# ( Задачу придумала Сторожева Яна).

# 21 изумруд должны найти 7 гномов за 1 день, 3 изумруда должен найти 1 гном за 1 день, 21 изумруд должен найти 1 гном за неделю. Гномам надо было где-то жить. Принцесса решила отдать им подвал. В подвале было 476м2. Сколько каждому гному должно достаться м2, чтобы каждому гному досталось одинаковое количество м2?

# Решение

# 1) 476:7=68(м2)- достанется каждому гному.

# ( Задачу придумала Бордюгова Анастасия).

# Каждому гному достанется по 68м2.

# Как-то раз к принцессе пришла Красная шапочка и сказала, что не умеет делить. Она приготовила 381 пирожок и должна раздать его 3 своим бабушкам. Но она не знает, сколько пирожков должно достаться каждой бабушке. Принцесса стала считать:

# Решение

# 1) 381:3=127 (пирожков)- достанется каждой бабушке.

# ( Задачу придумала Хисемятдинова Нейля).

# Принцесса сказала Красной шапочке, что каждой бабушке достанется по 127 пирожков. Красная шапочка п

# Индийские математики нашли уникальный алгоритм поиска простых чисел

# Индийские математики и специалисты в области компьютерного обеспечения заявляют, что разработали метод, позволяющий безошибочно и быстро определять, простым ли является то или иное число. Проблема быстрого определения простых чисел, над которой исследователи бились в течение более чем 2200 лет, является важнейшей в улучшении современной компьютерной техники.

# Простые числа - это ключ к разрешению многих математических проблем, они также играют большую роль в криптографии (шифровании), благодаря чему интересуют не только математиков, но и военных, разведку и контрразведку. Простое число - то, которое делится без остатка только на единицу и на само себя. Так, к простым числам относятся 2, 3, 5, 7, 11, 13 и так далее по возрастающей.

# Первым проблему определения простых чисел поставил древнегреческий ученый Эратосфен примерно в 220 году до нашей эры, предложив один из путей определения простых чисел. С тех пор ученые постепенно продвигались вперед, а в последние десятилетия им на помощь в проверке делимости огромных чисел пришли компьютеры. Математики, а позже и специалисты по компьютерному программированию разработали много способов решения этой проблемы, однако все они несут небольшую потенциальную возможность ошибки.

# "Наш алгоритм исключает вероятность любой ошибки", - заявил основной разработчик нового метода Маниндра Агравал. Результаты вычислений уже разосланы ведущим компьютерным специалистам и математикам во всем мире. Ученые еже получили несколько отзывов. Никто не высказывает сомнений в новом алгоритме, и все выражают удовлетворение достигнутым результатом, сообщает NTVRU.com.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данной работе рассмотрены вопросы:

История возникновения простых чисел.

Рассмотрен алгоритм нахождения простых чисел.

Названы имена ученых, которые занимались изучениям простых чисел.

А также подобраны задачи на простые числа.

Данную работу можно использовать на уроках математики, и в кружковой работе, что бы не казалось, что наука математика это сухая, сухая неинтересная наука.

**БИБЛИОГРАФИЯ**

1. Шейнина О.С., Соловьева Г.М. Математика. Занятия школьного кружка 5 6 кл. М.: изд во нц энас, 2005 208с (портфель учителя)

2. Агеева И.Д. Занимательные материалы по информатике и математике. Методическое пособие. М.: Ту. Сфера, 2006 240с (игровые методы обучения).

3. Математика: Учеб. Для 5 кл. общеобразовательное учреждений / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин. С.Б. Суворова и др.; Под редакцией Г.В. дорофеева, И.Ф. Шарыгина. М.: Просвещения, 1998. 368с.: ил. ISBN 5 09 008059 3

4. Занимательные дидактические материалы по математике. Сборник заданий. Выпуск 2 В.В. Трошин М.: Глобус, 2008 282с. (учение с увлечением).