### Московский Государственный Авиационный Институт

( технический университет )

**Филиал “**Взлёт**”**

# Курсовая работа

# по дисциплине "Теория вероятности и математическая статистика"

**“Теория вероятности”**

Выполнил студент группы ДР-2:

Архипов А.В.

Проверил преподаватель:

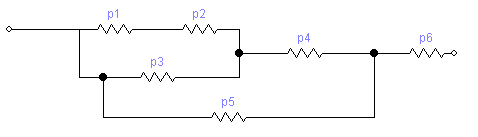
Егорова Т. П.

г. Ахтубинск 2004 г

**Задание 1**

Проверка выполнимости теоремы Бернулли на примере надёжности электрической схемы.

Формулировка теоремы Бернулли: “Частота появления события в серии опытов сходится по вероятности к вероятности данного события”.



p1 = 0.9

p2 = 0.8

p3 = 0.9

p4 = 0.8

p5 = 0.9

p6 = 0.9

Проверка теоремы с помощью программы:

Текст программы:

Program bernuli;

Uses CRT;

Var op,i,j,m,n:integer;

a,pp:real;

p:array[1..6] of real;

x:array[1..6] of byte;

Begin

ClrScr;

Randomize;

p[1]:=0.9; p[2]:=0.8; p[3]:=0.9; p[4]:=0.8; p[5]:=0.9; p[6]:=0.9;

for op:=1 to 20 do begin

n:=op\*100; m:=0;

write(' n=',n:4);

for i:=1 to n do begin

for j:=1 to 6 do begin

x[j]:=0;

a:=random;

if a<p[j] then x[j]:=1;

end;

if ((((((x[1]=1) and (x[2]=1)) or (x[3]=1)) and (x[4]=1)) or (x[5]=1)) and (x[6]=1)) then m:=m+1

end;

pp:=m/n;

writeln(' M=',m:4,' P\*=',pp:3:6);

End;

Readln;

end.

Результаты работы программы:

Опытов: Мсходы: Вер-ть:

n= 100 M= 89 P\*=0.89

n= 200 M= 173 P\*=0.86

n= 300 M= 263 P\*=0.88

n= 400 M= 360 P\*=0.90

n= 500 M= 434 P\*=0.87

n= 600 M= 530 P\*=0.88

n= 700 M= 612 P\*=0.87

n= 800 M= 704 P\*=0.88

n= 900 M= 784 P\*=0.87

n=1000 M= 865 P\*=0.86

n=1100 M= 985 P\*=0.90

n=1200 M=1062 P\*=0.89

n=1300 M=1165 P\*=0.90

n=1400 M=1238 P\*=0.88

n=1500 M=1330 P\*=0.89

n=1600 M=1418 P\*=0.89

n=1700 M=1471 P\*=0.87

n=1800 M=1581 P\*=0.88

n=1900 M=1670 P\*=0.88

n=2000 M=1768 P\*=0.88

Вер. в опыте: p= 0.88

Проверка вручную:

Первый способ:



Второй способ:



**Вывод:** Теорема Бернулли верна.

**Задание 2**

Методом кусочной аппроксимации смоделировать случайную величину, имеющую закон распределения Коши, заполнить массив из 300 точек.

**Теория:**

Метод кусочной аппроксимации заключается в том, что для формирования одного случайного числа из последовательности с заданным законом распределения необходимо дважды использовать датчик случайных чисел. Процедура получения случайного числа yi сводиться к:

1. Случайный выбор интервала (определение значения aj)
2. Случайный выбор «b» из этого интервала
3. Формирование случайного числа в соответствии с формулой



При выборе интервала на первом шаге процедуры должна учитываться плотность распределения. С этой целью ее кусочно-линейно аппроксимируют отрезками прямых, параллельных оси абсцисс (рис.1.)

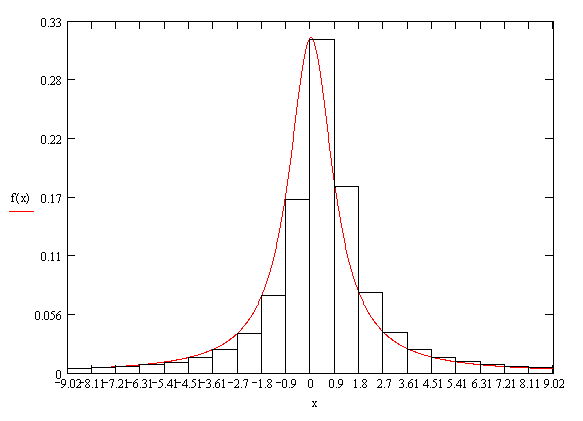


Рис.1. Кусочно-линейно аппроксимированный график плотности распределения по закону Коши.

Количество интервалов разбиения области определения случайной величины обычно выбирается достаточно большим (именно поэтому в данной Курсовой работе было использовано разбиение на 400 интервалов).

**Решение:**

Построим график плотности распределения по закону Коши ():

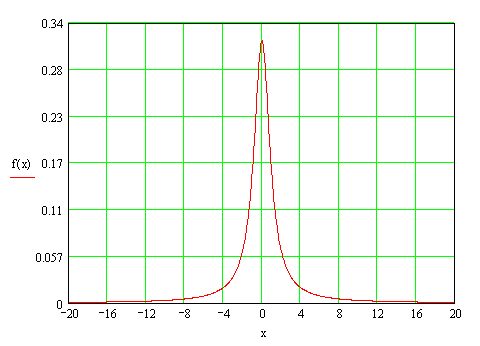


Рис.2. График распределения Коши.

Необходимо разбить интервал от –20 до 20 на n подинтервалов (в данном случае n=40) и вычислить вероятность попадания на каждый из этих подинтервалов. После этого составить массив [a1,aj], так чтобы a1=0, a , случайно сгенерировать значение числа «b» из промежутка от 0 до 1, найти номер интервала в который она попадет и второй раз используя датчик случайных чисел сгенерировать случайную добавку «b». Для выполнения этих действий составим программу в среде Turbo Pascal 7.1.



Программа позволяющая смоделировать СВ, имеющую закон распределения Коши:

Program tvmslab2;

Uses CRT,GRAPH;

Type mas=array[1..40] of real;

label 10;

const a:mas=(0.0008,0.0009,0.001,0.0011,0.0013,0.0015,0.0017,0.002,0.0024,

0.00287,0.0035,0.0043,0.0056,0.0074,0.01,0.015,0.024,0.045,0.102,0.25,0.25,

0.102, 0.045,0.024,0.015,0.01,0.0074,0.0056,0.0043,0.0035,0.00287,0.0024,0.002

0.0017,0.0015,0.0013,0.0011,0.001,0.0009,0.0008);

Xmax=20; Xmin=-20;

n=300; k=40; xn=70; xm=550; yn=180; ym=140;

Var i,j:integer;

q:boolean;

a1,y,x,e,dh,t,Mmax,hmax,t1,t2,b,Mxx,Dxx,Skx,Qxx,Exx:real;

r,d,x1,x2,y1,y2:integer;

m,xi,pix,hi,h:array[1..300] of real;

o,l:array[1..41] of real;

b1:array[0..300] of real;

st:string;

Begin

clrscr;

randomize;

o[1]:=0;

for i:=1 to 41 do begin

o[i+1]:=o[i]+a[i];

end;

x:=-20;

for i:=1 to 41 do begin

l[i]:=x;

x:=x+1;

end;

writeln(' Массив имеющий закон распределения Коши:')

writeln;

for j:=1 to 300 do begin

a1:=random;

for i:=1 to 41 do begin

if (a1>o[i]) and (a1<o[i+1]) then goto 10;

end;

10: b1[j]:=random+l[i];

write(' ',b1[j]:1:2);

if j mod 10= 0 then writeln;

if j mod 210= 0 then readln;

end;

readln;

end.

Результат работы программы:

Массив имеющий закон распределения Коши:

3.83 -9.36 0.79 0.22 -0.32 0.46 -0.73 20.98 -0.44 -1.74 0.02 0.70 -1.98 0.77 -9.79 3.24 0.36 -1.04 -4.28 2.71 -1.82 -0.92 -3.36 -0.65 0.37 -0.15 0.36 -0.61 0.76 20.56 -1.81 -8.94 0.26 0.40 1.62 0.59 -0.41 1.69 -0.02 0.29 0.61 0.32 0.86 -1.24 -1.87 -0.84 2.95 0.04 -0.63 1.54 0.53 -1.07 -0.08 -2.15 3.43 -0.66 -2.70 -0.87 0.64 0.65 0.04 3.76 -2.54 -3.80 2.40 1.22 -0.84 8.86 0.54 3.91 -0.70 -5.46 -1.64 -0.01 -0.52 -1.08 -2.16 -0.66 0.83 -1.88 1.97 0.55 3.84 -0.51 0.22 20.98 -3.00 0.46 -0.40 -2.10 0.78 20.46 -4.76 -0.36 1.30 3.85 -0.41 19.88 0.55 -1.05 0.14 -15.07 -0.87 0.18 -3.28 1.10 -0.42 -3.83 1.35 -3.82 -0.72 -1.02 -0.35 -0.13 -0.10 0.40 0.85 0.40 -0.62 1.28 -2.68 -1.88 -2.43 0.94 1.67 20.21 -0.70 -0.39 -3.56 -0.60 -3.86 -0.99 -6.71 0.79 1.62 -1.11 2.87 0.74 1.08 -0.29 -0.90 -0.22 0.04 -6.63 0.13 -0.36 -10.82 -3.04 2.81 -0.73 -0.16 0.61 -0.25 4.00 -0.93 -7.58 -0.09 0.69 0.30 2.38 0.79 11.03 -0.44 -0.56 11.12 -1.22 1.17 0.60 -1.78 -2.78 -0.85 -0.98 -1.21 3.51 0.05 0.29 -8.62 0.26 -0.56 1.68 -1.65 13.02 -0.11 0.50 -0.58 4.98 0.57 -0.51 0.78 -0.43 -1.62 0.27 0.75 0.29 20.65 0.91 0.01 3.46 -0.58 -0.50 9.42 -0.88 -1.78 0.81 1.35 -0.03 3.53 11.99 0.63 -1.65 20.66 0.36 -0.01 -0.68 0.31 0.28 16.13 -1.24 -0.36 0.99 -1.65 0.58 1.88 -0.35 0.66 0.94 1.56 0.31 0.58 0.61 -0.73 1.04 -0.61 -1.73 -1.02 -7.95 21.00 -0.98 20.94 -0.03 0.36 0.82 -2.91 1.03 0.47 -0.91 6.13 1.49 0.91 6.30 -0.93 1.03 -1.07 1.70 -0.63 -8.84 -1.87 0.01 2.63 -1.20 1.73 -1.71 -12.13 0.89 3.30 -0.24 0.36 18.97 9.16 0.77 -0.02 -0.03 -2.71 -1.20 -0.79 0.95 -0.18 0.50 5.61 -0.04 0.05 0.81 0.93 20.94 -0.91 20.17 1.70 1.66 -0.99 -0.25 -0.51 0.79 20.58 1.78 2.62 0.99 -1.45 0.89 -0.48 -0.98

**Вывод**: Используя данный метод можно формировать случайные величины со сколь угодно сложным законом распределения. Недостаток – необходимость некоторой подготовительной работы перед непосредственным применением процедуры и двукратное применение датчика случайных чисел для розыгрыша одного значения случайного числа Y.

**Задание 3**

Критерием Пирсона проверить, что данный массив имеет соответствующий закон распределения.

Для построения гистограммы и нахождения числовых характеристик, необходимо составить статистический ряд:

Статистический ряд

m[1]=0.00 x[1]=-19.5 pi[1]=0.0000 hi[1]=0.0000

m[2]=0.00 x[2]=-18.5 pi[2]=0.0000 hi[2]=0.0000

m[3]=0.00 x[3]=-17.5 pi[3]=0.0000 hi[3]=0.0000

m[4]=0.00 x[4]=-16.5 pi[4]=0.0000 hi[4]=0.0000

m[5]=1.00 x[5]=-15.5 pi[5]=0.0033 hi[5]=0.0033

m[6]=0.00 x[6]=-14.5 pi[6]=0.0000 hi[6]=0.0000

m[7]=0.00 x[7]=-13.5 pi[7]=0.0000 hi[7]=0.0000

m[8]=1.00 x[8]=-12.5 pi[8]=0.0033 hi[8]=0.0033

m[9]=0.00 x[9]=-11.5 pi[9]=0.0000 hi[9]=0.0000

m[10]=1.00 x[10]=-10.5 pi[10]=0.0033 hi[10]=0.0033

m[11]=2.00 x[11]=-9.5 pi[11]=0.0067 hi[11]=0.0067

m[12]=3.00 x[12]=-8.5 pi[12]=0.0100 hi[12]=0.0100

m[13]=2.00 x[13]=-7.5 pi[13]=0.0067 hi[13]=0.0067

m[14]=2.00 x[14]=-6.5 pi[14]=0.0067 hi[14]=0.0067

m[15]=1.00 x[15]=-5.5 pi[15]=0.0033 hi[15]=0.0033

m[16]=2.00 x[16]=-4.5 pi[16]=0.0067 hi[16]=0.0067

m[17]=8.00 x[17]=-3.5 pi[17]=0.0267 hi[17]=0.0267

m[18]=11.00 x[18]=-2.5 pi[18]=0.0367 hi[18]=0.0367

m[19]=32.00 x[19]=-1.5 pi[19]=0.1067 hi[19]=0.1067

m[20]=79.00 x[20]=-0.5 pi[20]=0.2633 hi[20]=0.2633

m[21]=83.00 x[21]=0.5 pi[21]=0.2767 hi[21]=0.2767

m[22]=26.00 x[22]=1.5 pi[22]=0.0867 hi[22]=0.0867

m[23]=8.00 x[23]=2.5 pi[23]=0.0267 hi[23]=0.0267

m[24]=12.00 x[24]=3.5 pi[24]=0.0400 hi[24]=0.0400

m[25]=1.00 x[25]=4.5 pi[25]=0.0033 hi[25]=0.0033

m[26]=1.00 x[26]=5.5 pi[26]=0.0033 hi[26]=0.0033

m[27]=2.00 x[27]=6.5 pi[27]=0.0067 hi[27]=0.0067

m[28]=0.00 x[28]=7.5 pi[28]=0.0000 hi[28]=0.0000

m[29]=1.00 x[29]=8.5 pi[29]=0.0033 hi[29]=0.0033

m[30]=2.00 x[30]=9.5 pi[30]=0.0067 hi[30]=0.0067

m[31]=0.00 x[31]=10.5 pi[31]=0.0000 hi[31]=0.0000

m[32]=3.00 x[32]=11.5 pi[32]=0.0100 hi[32]=0.0100

m[33]=0.00 x[33]=12.5 pi[33]=0.0000 hi[33]=0.0000

m[34]=1.00 x[34]=13.5 pi[34]=0.0033 hi[34]=0.0033

m[35]=0.00 x[35]=14.5 pi[35]=0.0000 hi[35]=0.0000

m[36]=0.00 x[36]=15.5 pi[36]=0.0000 hi[36]=0.0000

m[37]=1.00 x[37]=16.5 pi[37]=0.0033 hi[37]=0.0033

m[38]=0.00 x[38]=17.5 pi[38]=0.0000 hi[38]=0.0000

m[39]=1.00 x[39]=18.5 pi[39]=0.0033 hi[39]=0.0033

m[40]=1.00 x[40]=19.5 pi[40]=0.0033 hi[40]=0.0033

Построим гистограмму:

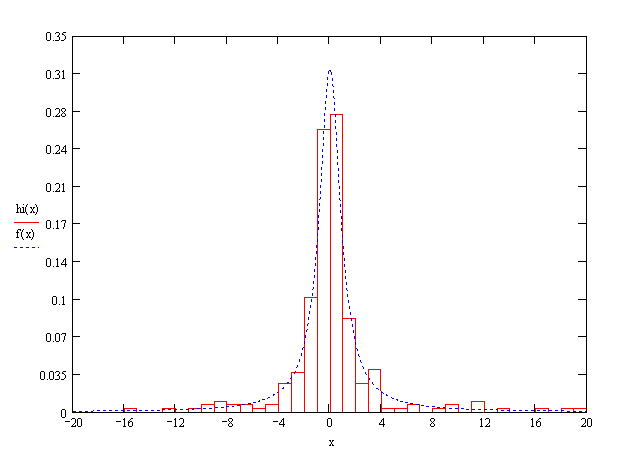


Рис.3. Гистограмма распределения по закону Коши.

По данным статистического ряда вычислим числовые характеристики:

Числовые характеристики:

- статистическое математическое ожидание



- статистическая дисперсия



- статистическое среднеквадратическое отклонение



- скошенность



- эксцесс



Для нахождения необходимо вычислить Pi (вероятности попадания на каждый из интервалов). Вероятность попадания может быть найдена как площадь криволинейной трапеции, ограниченной концами этого интервала слева и справа, и графиком плотности распределения сверху:



По найденной частоте и вероятности, вычислим значение :



Т.к. число степеней свободы r = 7, а уровень значимости p = 0.1, следовательно значение будет равным 12.02.



**Вывод:** Таким образом, сравнив значения и получим, что , а, следовательно, нет оснований отвергнуть гипотезу о распределении случайной величины по закону Коши.



**Литература**

1. Е. С. Венцель “Теория вероятности”
2. Г.М. Погодина “Лабораторные работы по курсу Теория вероятностей и статистических решений”
3. Курс лекций по Теории вероятности