### МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

# Чернігівський державний технологічний університет

# Кафедра вищої математики

# Контрольна робота

## з дисципліни: Математичне програмування

Варіант 06

Чернігів 2009

Зміст

Завдання №1

Завдання №2

Завдання №3

Завдання №4

Завдання №5

Список використаних джерел

# Завдання №1

Звести до канонічної форми задачу лінійного програмування:



Дана задача лінійного програмування задана в симетричній формі запису: умови, при яких функція F буде максимальною, задані у вигляді нерівностей. Для того, щоб отримати канонічну форму задачі лінійного програмування необхідно нерівності перетворити у рівності, використовуючи теорему, за якою нерівність



еквівалентна рівнянню

і нерівності



а нерівність вигляду



еквівалентна рівнянню

, в якому



Враховуючи наведене вище дану задачу запишемо у наступній канонічній формі:



# Завдання №2

Визначити оптимальний план задачі лінійного програмування графічним методом (знайти максимум і мінімум функції):



Для задач з двома змінними можна використовувати графічний спосіб розв’язку задач лінійного програмування. Побудуємо область допустимих розв’язків системи лінійних нерівностей. Для цього будуємо відповідні даним нерівностям граничні прямі:



Потім знаходимо напівплощини, в яких виконуються задані нерівності (рисунок1).



Рисунок1– Графічне визначення максимального і мінімального значення функції

Область допустимих рішень визначається як загальна частина напівплощин, відповідних даним нерівностям, які при цьому знаходяться в першій четвертині, тобто обмежуються прямими і . З малюнку 1 видно, що функція не має рішення, оскільки напівплощина, утворена прямими



не співпадає з площиною, утвореною обмеженнями

.



# Завдання №3

Побудувати двоїсту задачу. Симплексним методом знайти оптимальний план початкової задачі. Використовуючи першу теорему двоїстості, визначити план другої задачі.



Для перетворення нерівностей в рівності вводимо змінні одиничні матриці х3, х4 і х5. Для розв’язку задачі симплексним методом необхідно мати три одиничних матриці при невід’ємних правих частинах рівнянь. Для отримання одиничної матриці в першій і третій нерівностях вводимо введемо штучні змінну х6 і х7 та отримаємо одиничні матриці А6 і А7. Де

і



В результаті наведених перетворень отримаємо наступну задачу:



У виразі функції величину М вважаємо достатньо великим додатнім числом, оскільки задача розв’язується на знаходження мінімального значення функції.

Запишемо задачу у векторній формі:



де



В якості базису вибираємо одиничні вектори А6, А4, А7. Вільні невідомі прирівнюємо нулю . В результаті отримаємо початковий опорний план розширеної задачі



,



якому відповідає розкладення



Для перевірки початкового опорного плану складаємо першу симплексну таблицю (таблиця1) і підраховуємо значення функції і оцінок Маємо:



тобто оскільки М попередньо не фіксовано, то оцінки є лінійними функціями величини М, причому функція складається з двох доданків, одне з яких залежить від М, інше не залежить. Для зручності розрахунків в (F-C) рядок запишемо доданок, незалежний від М, а в (М) рядок – тільки коефіцієнти при М, які і дозволяють порівняти оцінки між собою. Для векторів базису оцінки дорівнюють нулю.



Таблиця1– Перша симплексна таблиця

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | С базису | А0 |  |  |  |  |  |  |  |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 | х6 | х7 |
| х6 | М | 8 | 1 |  | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| х4 | 0 | 20 | 3 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| х7 | М | 6 | 3 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F-C | – | 0 | -5 | -2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| М | – | 14 | 4 | 4 | -1 | 0 | -1 | 0 | 0 |

В (М) рядку є додатні оцінки, тому опорний план Х0 не є оптимальним і його можна покращити, включивши в базис вектор, якому відповідає . Оскільки у нас максимальне значення 4 належить двом векторам, то в базис включаємо вектор, якому відповідає мінімальне Сj. Розв’язувальним рядком вибирається той, в якому найменше відношення Серед коефіцієнтів розкладання векторів А1 і А2 по базису є додатні, тому хоча б один з векторів існує.. Знайдемо ці значення:



;



Таким чином підтвердилося, що розв’язувальним стовпчиком буде другий, і визначилося, що розв’язувальним рядком буде перший. Тобто розв’язувальний елемент – число 3. Тоді вектор А2 включаємо в базис, а вектор А6 виключаємо з нього.

Складаємо другу симплексну таблицю (таблиця2). При цьому елементи першого (розв’язувального) рядка ділимо на 3. Елементи інших рядків визначаємо використовуючи формули повного виключення Йордана-Гауса.

Таблиця2– Друга симплексна таблиця

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | С базису | А0 |  |  |  |  |  |  |  |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 | х6 | х7 |
| х2 | 2 | 2,67 | 0,33 | 1 | -0,33 | 0 | 0 | 0,33 | 0 |
| х4 | 0 | 9,33 | 1,67 | 0 | 1,33 | 1 | 0 | -1,33 | 0 |
| х7 | М | 3,33 |  | 0 | 0,33 | 0 | -1 | -0,33 | 1 |
| F-C | – | 5,33 | -4,33 | 0 | -0,67 | 0 | 0 | 0,67 | 0 |
| М | – | 3,33 | 2,67 | 0 | 0,33 | 0 | -1 | -1,33 | 0 |

В (М) рядку є додатні оцінки, тому план, зображений в таблиці2 не є оптимальним і його можна покращити, включивши в базис вектор, якому відповідає . Тобто за розв’язувальний стовпчик вибираємо перший. Мінімальне відношення



тому розв’язувальним рядком є третій. Таким чином розв’язувальний елемент – число 2,67. Тоді вектор А1 включаємо в базис, а вектор А7 виключаємо з нього.

Складаємо другу симплексну таблицю (таблиця3). При цьому елементи третього (розв’язувального) рядка ділимо на 2,67. Елементи інших рядків визначаємо використовуючи формули повного виключення Йордана-Гауса.

Таблиця3– Третя симплексна таблиця

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | С базису | А0 |  |  |  |  |  |  |  |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 | х6 | х7 |
| х2 | 2 | 2,25 | 0 | 1 | -0,375 | 0 | 0,125 | 0,375 | -0,125 |
| х4 | 0 | 7,25 | 0 | 0 | 1,125 | 1 | 0,625 | -1,125 | -0,625 |
| х1 | 5 | 1,25 | 1 | 0 | 0,125 | 0 | -0,375 | -0,125 | 0,375 |
| F-C | – | 10,75 | 0 | 0 | -0,125 | 0 | -1,625 | 0,125 | 1,625 |
| М | – | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 |

В результаті проведеної ітерації з базису виключено штучні елементи, тому в рядку (М) всі оцінки, крім оцінки штучного вектору, перетворилися на нуль. Оскільки в рядках (F-C) і (М) не має додатних значень, то знайдене рішення

()



є оптимальним. Функція при цьому



Перевірка



Кожній задачі лінійного програмування можна поставити у відповідність двоїсту задачу. Для цього першим кроком необхідно впорядкувати запис вихідної задачі. Оскільки у нас функція мінімізується, то всі умови-нерівності повинні бути вигляду . Виконання цієї умови досягаємо множенням відповідних умов на (1-). В результаті система обмежень матиме наступний вигляд:



Оскільки вихідна задача є задачею мінімізації, то двоїста буде задачею максимізації. Двоїста задача буде мати три змінні , оскільки вихідна задача має три обмеження. При цьому вектор, отриманий із коефіцієнтів при невідомих цільової функції вихідної задачі , співпадає з вектором констант у правих частинах обмежень двоїстої задачі. Аналогічно пов’язані між собою вектори, утворені з коефіцієнтів при невідомих цільової функції двоїстої задачі , і константи в правих частинах обмежень вихідної задачі. Кожній змінній двоїстої задачі відповідає і-те обмеження вихідної задачі, і, навпаки, кожній змінній прямої задачі відповідає j-те обмеження двоїстої задачі. Матриця з коефіцієнтів при невідомих двоїстої задачі утворюється транспортуванням матриці А, складеної з коефіцієнтів при невідомих вихідної задачі. Якщо на j-ту змінну вихідної задачі накладена умова невід’ємності, то j-те обмеження двоїстої задачі буде нерівністю, в іншому випадку j-те обмеження буде рівністю; аналогічно пов’язані між собою обмеження вихідної задачі і змінні двоїстої.



Складаємо матрицю при невідомих вихідної задачі:

,



тоді матриця при невідомих двоїстої задачі матиме наступний вигляд:



На накладено умову невід’ємності, тому обмеження двоїстої задачі матимуть вигляд нерівності, а не рівності. Оскільки в початковій задачі всі обмеження мають вигляд нерівності, то накладаємо умови



Враховуючи все наведене, двоїста задача матиме наступний вигляд:



Якщо розглянути першу симплексну таблицю з одиничним додатковим базисом, то можна помітити, що в стовбцях записана вихідна задача, а в рядках – двоїста. Причому оцінками плану вихідної задачі є , а оцінками плану двоїстої задачі – З таблиці3, отриманої в результаті рішення вихідної задачі знаходимо:



# Завдання №4

Визначити оптимальний план транспортної задачі:

а) побудувати початковий опорний план методом "північно-західного" напрямку;

б) побудувати оптимальний план методом потенціалів:



Нехай в матриці А міститься інформація про кількість продукту в кожному місці виробництва, який необхідно доставити споживачам в кількості записаній в матриці В. Транспортні витрати, пов’язані з перевезенням одиниці продукту із одного місця виробництва одному споживачеві, записані в матриці С. Задані матриці і сказане вище для спрощення сприйняття узагальнимо в таблиці4.

Таблиця4–Поставка продукту із різних місць виробництва різним споживачам і пов’язані з цим витрати

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | Запаси продукту |
|  |  |  |  |
|  | 8 | 3 | 3 | 4 | 60 |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 20 |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 30 |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 20 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 130  115 |

З таблиці4 видно, що запаси продукту у виробника на складах на 15 одиниць більші ніж необхідно споживачу, тобто маємо транспортну задачу з відкритою моделлю. Для розв’язку такої задачі введемо фіктивного споживача, якому необхідно отримати одиниць продукту. Всі тарифи на доставку продукту цьому споживачеві будемо вважати рівними нулю, і весь продукт потрібний цьому споживачеві залишаємо у місці виробництва. Для побудови початкового плану перевезень (таблиця5) використаємо метод "північно-західного" напрямку: заповнювати таблицю починаємо з лівого верхнього кута, рухаючись вниз по стовбцю або вправо по рядку (тарифи перевезень напишемо в правому верхньому куту кожної клітини, кількість продукту – в нижньому лівому). В першу клітину заносимо менше з чисел (min(40;60): 40. Тобто потреба в продукті першого споживача повністю задовільнено і інші клітини першого стовпця заповнювати не будемо. Рухаємося далі по першому рядку в другий стовпчик. В цю клітину записуємо менше з 30 і (60-40), тобто пишемо 20. Таким чином перший рядок заповнювати далі не будемо, оскільки запаси першого місця виробництва остаточно вичерпано: з нього ми повністю задовольняємо потребу у продукті першого споживача і частково (20 одиниць, а не 30) другого. Рухаємося по другому стовпчику на другий рядок. Сюди записуємо менше з (30-20) або 20: маємо 10, тобто другому споживачеві ми веземо 20одиниць продукту з першого місця виробництва і 10– з другого. Аналогічно заповнюємо інші клітини.



Таблиця5– Розподіл продукту по споживачам

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |
|  |  |  |  |  |
|  | 8 | 3 | 3 | 4 | 0 | 60 |
| 40 | 20 |  |  |  |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 |
|  | 10 | 10 |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 |
|  |  | 20 | 10 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 |
|  |  |  | 5 | 15 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 |

Таким чином, в таблиці5 отримали початковий опорний план, транспортні витрати за яким складають:



Недоліком використаного методу знаходження опорного плану є ігнорування величини тарифів на перевезення продукту.

Для визначення оптимального плану перевезень використаємо метод потенціалів. Для цього кожному виробнику Аі (кожному рядку) ставимо у відповідність деяке число а кожному споживачу Ві (кожному стовпчику)– деяке число На основі таблиці5 складемо таблицю6, в якій додамо один стовпчик і один рядок для написання величини параметрів і . Їх знаходимо використовуючи першу умову оптимальності транспортної задачі: (для кожної зайнятої клітини сума потенціалів повинна дорівнювати вартості одиниці перевезення, що записана в цій клітині).



Таблиця6– Перевірка оптимальності опорного плану

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8 | 3 | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
| 40 | 20 |  |  |  |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -1 |
|  | 10 | 10 |  |  |
|  | 5 | 4 | 8  +  -  +  - | 2 | 0 | 30 | 0 |
|  |  | 20 | 10 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | 5 |
|  |  |  | 5 | 15 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 3 | 8 | 2 | -5 | × | × |

Систему потенціалів можна побудувати лише для невирожденого опорного плану. Такий план містить m+n-1 лінійно незалежних рівнянь виду з m+n невідомими (де m– кількість постачальників, n– кількість споживачів). Рівнянь на одне менше, ніж невідомих, тому система є невизначеною і для її розв’язку одному невідомому (нехай ним буде u1) придамо нульове значення.



Для того, щоб план був оптимальним, повинна виконуватись умова: для кожної незайнятої клітини сума потенціалів повинна бути менша або дорівнювати вартості одиниці перевезення, що стоїть в цій клітині: тобто Робимо перевірку для всіх вільних клітин:



З розрахунків бачимо, що умова оптимальності не виконується для клітин, А1В3, А2В1, А3В1, А4В1, А4В2, і А4В3. Клітину, в якій додатне число отримали максимальним (А2В3, оскільки max(5;2;3;6;7;8)=8) зробимо зайнятою, для цього побудуємо цикл і отримуємо таблицю7.

Таблиця7– Другий крок пошуку оптимального рішення

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8 | 3  +  -  +  - | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
| 40 | 20 |  |  |  |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -1 |
|  | 10 | 10 |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | 0 |
|  |  | 15 | 15 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | -3 |
|  |  | 5 |  | 15 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 3 | 8 | 2 | 3 | × | × |

Транспортні витрати при такому плані перевезення складають:



Перевірка всіх вільних клітин:



Отримали від’ємні значення у всіх клітинах окрім А1В3 (5), А1В5 (3), А2В1 (2), А2В5 (2), А3В1 (3) і А3В5 (3). Максимальне значення max(5;3;2;2;3;3)=5 в клітині А1В3, тому заповнюємо і цикл будуємо для неї (цикл показано в таблиці7, результат дій в таблиці8).

Таблиця8– Третій крок пошуку оптимального рішення

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
| -  -  +  + |  |  |  |  |
|  | 8 | 3 | 3 | 4 | 0 | 60 | - |
| 40 | 10 | 10 |  |  |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -1 |
|  | 20 |  |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | 5 |
|  |  | 15 | 15 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | 2 |
|  |  | 5 |  | 15 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 3 | 3 | -3 | -2 | × | × |

Транспортні витрати:



тобто при такому плані перевезення товару транспортні витрати знизилися на 50грн. в порівнянні з попереднім планом перевезення. Але, щоб визначити є отриманий план оптимальним чи ні, виконаємо перевірку.

Перевірку всіх вільних клітин зобразимо в таблиці9, в якій для всіх вільних клітин запишемо різницю між сумою потенціалів і транспортними витратами в клітині.

Таблиця9– Перевірка плану отриманого в результаті третього кроку пошуку оптимального рішення задачі

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | - | - | - | -7 | -2 |
|  | 2 | - | -5 | -9 | -3 |
|  | 8 | 4 | - | - | 3 |
|  | 3 | 4 | - | -8 | - |

З таблиці9 видно, що додатне значення отримали для клітин А2В1 (2), А3В1 (8), А3В2 (4), А3В5 (3), А4В1 (3) і А4В2 (4). Максимальне значення max(2;8;4;3;3;4)=8 в клітині А3В1, тому заповнюємо і цикл будуємо для неї (цикл показано в таблиці8, результат дій в таблиці10).

Таблиця1– Четвертий крок пошуку оптимального рішення задачі

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8 | 3  +  -  +  - | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
| 25 | 10 | 25 |  |  |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -1 |
|  | 20 |  |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | -3 |
| 15 |  |  | 15 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | 2 |
|  |  | 5 |  | 15 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 3 | 3 | 5 | -2 | × | × |

Транспортні витрати:



що на 120грн. економніше попереднього варіанту розвезення продукції від постачальників до споживачів.

Перевірка всіх вільних клітин наведена в таблиці11.

Таблиця11– Різниця між сумою потенціалів і транспортними витратами для вільних клітин

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | - | - | - | 1 | -2 |
|  | 2 | - | -5 | -1 | -3 |
|  | - | -4 | -8 | - | -5 |
|  | 3 | 4 | - | 0 | - |

План, зображений в таблиці10 не є оптимальним, оскільки отримали додатні значення в клітинах А1В4 (1), А2В1 (2), А4В1 (3), А4В2 (4). Заповнюємо клітину А4В2 і будуємо опорний план (таблиця12).

Таблиця12– П’ятий крок пошуку оптимального рішення задачі

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8 | 3  -  +  +  - | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
| 25 | 5 | 30 |  |  |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -1 |
|  | 20 |  |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | -3 |
| 15 |  |  | 15 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | -2 |
|  | 5 |  |  | 15 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 3 | 3 | 5 | 2 | × | × |

Транспортні витрати за отриманим планом перевезень складають:



що на 20грн. економніше попереднього варіанту розвезення продукції від постачальників до споживачів.

Перевірка всіх вільних клітин здійснена в таблиці 13.

Таблиця13– Різниця між сумою потенціалів і транспортними витратами для вільних клітин

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | - | - | - | 1 | 2 |
|  | 2 | - | -5 | -1 | 1 |
|  | - | -4 | -8 | - | -1 |
|  | -1 | - | -4 | -4 | - |

Оскільки в результаті розрахунків отримали додатні значення, то знову будуємо цикл і заповнюємо необхідну клітину. В даному випадку це буде або клітина А2В1 або клітина А1В5. Вибираємо останню, оскільки транспортні витрати на перевезення в ній менші. На від’ємних кутах циклу об’єм перевезень становить 10 і 0. Оскільки min(10;0)=0, то всі клітини залишаються незмінними і лише клітина з нульовим перевезенням переходить з А4В5 на А1В5.

Новий план зображено в таблиці14.

Таблиця14– Шостий крок пошуку оптимального рішення задачі

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8  +  -  +  -  +  - | 3 | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
| 25 |  | 30 |  | 5 |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -1 |
|  | 20 |  |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | -3 |
| 15 |  |  | 15 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | 0 |
|  | 10 |  |  | 10 |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 1 | 3 | 5 | 0 | × | × |

Транспортні витрати за отриманим планом перевезень складають:



Розрахунки для перевірка всіх вільних клітин здійснені в таблиці 15:

Таблиця15– Різниця між сумою потенціалів і транспортними витратами для вільних клітин

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | - | -2 | - | 1 | - |
|  | 4 | - | -3 | 1 | 1 |
|  | - | -6 | -8 | - | -3 |
|  | 1 | - | -2 | -2 | - |

З таблиці15 видно, що максимальне додатне значення отримали для клітини А2В1, тому заповнюємо її будуючи для неї цикл, який показано в таблиці14. Результат дій в таблиці16.

Таблиця16– Сьомий крок пошуку оптимального рішення задачі

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8  +  -  +  - | 3 | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
| 15 |  | 30 |  | 15 |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -3 |
| 10 | 10 |  |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | -3 |
| 15 |  |  | 15 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | -4 |
|  | 20 |  |  |  |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 5 | 3 | 5 | 0 | × | × |

Транспортні витрати:



що на 40грн. економніше попереднього варіанту розвезення продукції від постачальників до споживачів.

Перевірка всіх вільних клітин наведена в таблиці17.

Таблиця17– Різниця між сумою потенціалів і транспортними витратами для вільних клітин

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | - | 2 | - | 1 | - |
|  | - | - | -7 | -3 | -3 |
|  | - | -2 | -8 | - | -3 |
|  | -3 | - | -6 | -6 | -4 |

План, зображений в таблиці8 не є оптимальним, оскільки отримали додатні значення в клітинах А1В2 (2) і А1В4 (1). Заповнюємо клітину А1В2 і будуємо опорний план (таблиця18).

Таблиця18– Восьмий крок пошуку оптимального рішення задачі

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8  -  +  -  + | 3 | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
| 5 | 10 | 30 |  | 15 |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -3 |
| 20 |  |  |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | -3 |
| 15 |  |  | 15 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | -2 |
|  | 20 |  |  |  |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 8 | 3 | 3 | 5 | 0 | × | × |

Транспортні витрати за отриманим планом перевезень складають:



що на 20грн. економніше попереднього варіанту розвезення продукції від постачальників до споживачів. Перевірка всіх вільних клітин здійснена в таблиці 19.

Таблиця19– Різниця між сумою потенціалів і транспортними витратами для вільних клітин

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | - | - | - | 1 | - |
|  | - | -2 | -7 | -3 | -3 |
|  | - | -4 | -8 | - | -3 |
|  | -1 | - | -4 | -4 | -2 |

Оскільки в результаті розрахунків отримали додатне значення в єдиній клітині А1В4, то будуємо цикл і заповнюємо її. Новий план зображено в таблиці20.

Таблиця20– Дев’ятий крок пошуку оптимального рішення задачі

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виробник | Споживач | | | | | Запаси продукту |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 8 | 3 | 3 | 4 | 0 | 60 | 0 |
|  | 10 | 30 | 5 | 15 |
|  | 5 | 2 | 7 | 5 | 0 | 20 | -2 |
| 20 |  |  |  |  |
|  | 5 | 4 | 8 | 2 | 0 | 30 | -2 |
| 20 |  |  | 10 |  |
|  | 7 | 1 | 5 | 7 | 0 | 20 | -2 |
|  | 20 |  |  |  |
| Потреба в продукті | 40 | 30 | 30 | 15 | 15 | 130 | × |
|  | 7 | 3 | 3 | 4 | 0 | × | × |

Розрахунки для перевірка всіх вільних клітин здійснені в таблиці 21:

Таблиця21– Різниця між сумою потенціалів і транспортними витратами для вільних клітин

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | -1 | - | - | - | - |
|  | - | -1 | -6 | -3 | -2 |
|  | - | -3 | -7 | - | -2 |
|  | -2 | - | -4 | -5 | -2 |

Рішення, зображене в таблиці20 є оптимальним, оскільки для кожної незайнятої клітини сума потенціалів менша вартості перевезень, що знаходиться у відповідній клітинці. Транспортні витрати по оптимальному плану перевезень становлять:



Знайдений оптимальний план покращив результат діяльності у порівнянні з початковим (зменшив транспортні витрати) на 685-380=305гривень.

# 

# Список використаних джерел

1. Кузнецов Ю.Н. Математическое программирование. Учебное пособие для вузов– М.: Высшая школа, 1976.– 352с.
2. Кузнецов А.В., Холод Н.И., Костевич Л.С. Руководство к решению задач по математическому программированию.– Мн.: Высш. школа, 1978.– 256с.