**Задача 1**

***Решить систему линейных уравнений двумя способами: по формулам Крамера и методом Гаусса***



Решение:

1) решим неоднородную систему линейных алгебраических уравнений Ах = В методом Крамера



Определитель системы Δ не равен нулю. Найдем вспомогательные определители Δ1, Δ2, Δ3, если они не равны нулю, то решений нет, если равны, то решений бесконечное множество



Система 3 линейных уравнений с 3 неизвестными, определитель которой отличен от нуля, всегда совместна и имеет единственное решение, вычисляемое по формулам:



Ответ: получили решение:



2) решим неоднородную систему линейных алгебраических уравнений Ах = В методом Гаусса

Составим расширенную матрицу системы



Примем первую строку за направляющую, а элемент а11 = 1 – за направляющий. С помощью направляющей строки получим нули в первом столбце.



Матрице соответствует множество решений системы линейных уравнений



Ответ: получили решение:



**Задача 2**

***Даны координаты вершин треугольника АВС***

***Найти:***

1) длину стороны АВ;

2) уравнения сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты;

3) внутренний угол при вершине В в радианах с точностью до 0,01

4) уравнение медианы АЕ;

5) уравнение и длину высоты CD;

6) уравнение прямой, проходящей через точку Е параллельно стороне АВ и точку М ее пересечения с высотой CD;

7) уравнение окружности с центром в точке Е, проходящей через вершину В

Построить заданный треугольник и все линии в системе координат.

А(1; -1), В(4; 3). С(5; 1).

Решение

1) Расстояние между точками А(*х1; у1*) и В(*х2; у2*) определяется по формуле



воспользовавшись которой находим длину стороны АВ;



2) уравнения сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты;

Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки плоскости А(*х1; у1*) и В(*х2; у2*) имеет вид



Подставляя в (2) координаты точек А и В, получаем уравнение стороны АВ:



Угловой коэффициент kАВ прямой АВ найдем, преобразовав полученное уравнение к виду уравнения прямой с угловым коэффициентом *у = kx - b*.

У нас , то есть откуда



Аналогично получим уравнение прямой ВС и найдем ее угловой коэффициент.

Подставляя в (2) координаты точек В и С, получаем уравнение стороны ВС:



Угловой коэффициент kВС прямой ВС найдем, преобразовав полученное уравнение к виду уравнения прямой с угловым коэффициентом *у = kx - b*.

У нас , то есть



3) внутренний угол при вершине В в радианах с точностью до 0,01

Для нахождения внутреннего угла нашего треугольника воспользуемся формулой:



Отметим, что порядок вычисления разности угловых коэффициентов, стоящих в числителе этой дроби, зависит от взаимного расположения прямых АВ и ВС.

Подставив ранее вычисленные значения kВС и kАВ в (3), находим:



Теперь, воспользовавшись таблицами инженерным микрокалькулятором, получаем В ≈ 1,11 рад.

4) уравнение медианы АЕ;

Для составления уравнения медианы АЕ найдем сначала координаты точки Е, которая лежит на середине отрезка ВС



Подставив в уравнение (2) координаты точек А и Е, получаем уравнение медианы:



5) уравнение и длину высоты CD;

Для составления уравнения высоты CD воспользуемся уравнением прямой, проходящей через заданную точку М(*х0; у0*) с заданным угловым коэффициентом *k*, которое имеет вид



и условием перпендикулярности прямых АВ и CD, которое выражается соотношением kABkCD = -1, откуда kCD = -1/kAB = - 3/4

Подставив в (4) вместо k значение kСD = -3/4, а вместо *x0, y0* ответствующие координаты точки С, получим уравнение высоты CD



Для вычисления длины высоты СD воспользуемся формулой отыскания расстояния d от заданной точки М(*х0; у0*) до заданной прямой с уравнением Ax + By + С = 0 , которая имеет вид:



Подставив в (5) вместо *х0; у0* координаты точки С, а вместо А, В, С коэффициенты уравнения прямой АВ, получаем



6) уравнение прямой, проходящей через точку Е параллельно стороне АВ и точку М ее пересечения с высотой CD;

Так как искомая прямая EF параллельна прямой АВ, то kEF = kAB = 4/3. Подставив в уравнение (4) вместо *х0; у0* координаты точки Е, а вместо k значение kEF получаем уравнение прямой EF'.



Для отыскания координат точки М решаем совместно уравнения прямых EF и CD.



Таким образом, М(5,48; 0,64).

7) уравнение окружности с центром в точке Е, проходящей через вершину В

Поскольку окружность имеет центр в точке Е(4,5; 2) и проходит через вершину В(4; 3), то ее радиус



Каноническое уравнение окружности радиуса R с центром в точке М0(*х0; у0*) имеет вид



Имеем



Треугольник АВС, высота СD, медиана AE, прямая EF , точка M и окружность построенная в системе координат x0у на рис.1.



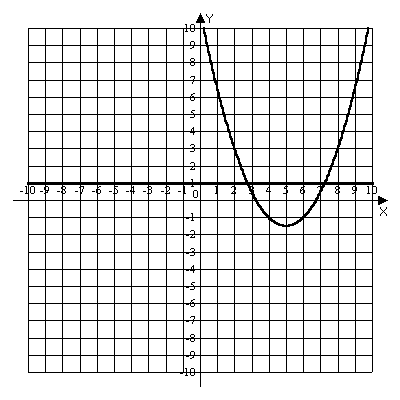
Рис. 1

**Задача 3**

***Составить уравнение линии, для каждой точки которой ее расстояние до точки А (2; 5) равно расстоянию до прямой у = 1. Полученную кривую построить в системе координат***

# Решение

Пусть М (*x, у*) - текущая точка искомой кривой. Опустим из точки М перпендикуляр MB на прямую у = 1 (рис.2). Тогда В(х; 1). Так как МА = MB , то



Pиc. 2



Полученное уравнение определяет параболу с вершиной в точке С(5; -1,5) и ветвями, направленными вверх (см. рис 2).

**Задача 4**

***Найти указанные пределы:***

**а)**



Ответ:



**б)**



Ответ:



**Задача 5**

***Найти производные dy/dx, пользуясь правилами и формулами дифференцирования***

Решение:

**а)**



Ответ:



**б)**



Ответ:



**в)**



Ответ:



# **Задача 6**

***Исследовать заданные функции методами дифференциального исчисления, начертить их графики.***

**а) ; б)**



# Решение

а)



1) Областью определения данной функции являются все действительные значения аргумента х, то есть D(y) = {х: х∈(−∞, +∞)}, а это значит, что функция непрерывна на всей числовой прямой и ее график не имеет вертикальных асимптот.

2) Исследуем функцию на экстремумы и интервалы монотонности. С этой целью найдем ее производную и приравняем к нулю:



Решая полученное квадратное уравнение, делаем вывод о том, что функция имеет две критические точки первого рода х1 = 1, х2 = 2.

Разбиваем область определения этими точками на части и по изменению в них знака производной функции выявляем промежутки ее монотонности и наличие экстремумов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | (-∞; 1) | 1 | (1; 2) | 2 | (2; ∞) |
| f ’(x) | + | 0 | - | 0 | + |
| f(x) |  | max |  | min |  |



3) Определим точки перегиба графика функции и интервалы его выпуклости и вогнутости. Для этого найдем вторую производную заданной функции и приравняем ее к нулю:



Итак, функция имеет одну критическую точку второго рода х = -1,5. Разобьем область определения полученной точкой на части, в каждой из которых установим знак второй производной:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | (-∞; 1,5) | 1,5 | (1,5; ∞) |
| f ‘’(x) | - | 0 | + |
| f(x) | ∩ | т. п. | ∪ |

Значение х = 1,5 является абсциссой точки перегиба графика функции, а ордината этой точки:

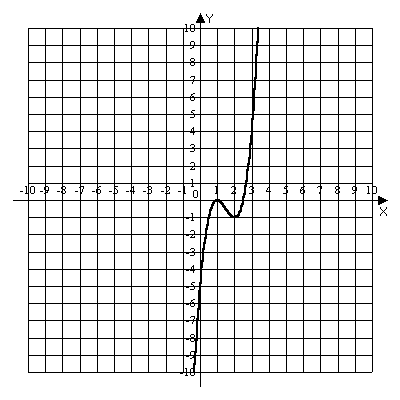


4) Выясним наличие у графика заданной функции асимптот. Для определения параметров уравнения асимптоты y = kx – b воспользуемся формулами



Таким образом, у графика заданной функции наклонных асимптот нет.

5) построим график функции



**б)**



1) Областью определения данной функции являются значения аргумента х

D(y) = х∈(−∞, 0) ∪ (0, +∞).

2) Исследование на непрерывность и классификация точек разрыва

Заданная функция непрерывна всюду, кроме точки х = 0. Вычислим ее односторонние пределы в этой точке:



Итак точка х = 0 – точка разрыва второго рода, а прямая х = 0 – вертикальная асимптота.

3) Исследуем функцию на экстремумы и интервалы монотонности. С этой целью найдем ее производную и приравняем к нулю:



Следовательно, функция не имеет критических точек первого рода.

Так как y’ < 0 для всех х, то функция убывает во всей области определения

4) Определим точки перегиба графика функции и интервалы его выпуклости и вогнутости. Для этого найдем вторую производную заданной функции и приравняем ее к нулю:



Итак функция не имеет точек перегиба. Разобьем область определения точкой х = 1 в каждой из которых установим знак второй производной:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | (-∞; 0) | 0 | (0; ∞) |
| f ‘’(x) | - | не существует | + |
| f(x) | ∩ | не существует | ∪ |

5) Выясним наличие у графика заданной функции асимптот. Для определения параметров уравнения асимптоты y = kx + b воспользуемся формулами



Таким образом, у графика заданной функции есть наклонная асимптота

y = 0\*x + 1 = 1.

6) построим график функции

