Содержание

Введение

Глава 1. Теоретические основы развития математического мышления младших школьников с помощью нестандартных задач

1.1 Особенности математического мышления учащихся начальных классов и возможности его развития на уроках

1.2 Роль нестандартных задач в развитии математического мышления младших школьников

Глава 2. Методика применения нестандартных задач в развитии математического мышления младших школьников

2.1 Логические задачи как средство развития математического мышления

2.2 Использование различных способов решения нестандартных задач в развитии математического мышления младших школьников

2.3 Содержание и организация опытно-экспериментальной работы

Заключение

Список использованной литературы

Приложение 1

Приложение 2

Приложение 3

Приложение 4

Введение

Актуальность выбранной темы подтверждается тем, что новые подходы к совершенствованию учебно-воспитательного процесса с целью формирования всесторонне развитой и творчески мыслящей личности младшего школьника во многом зависит от умения ими решать нестандартные задачи. До сих пор в обучении математике не преодолены стереотипы, которые мешают достижению поставленной перед школой цели гармонического развития личности учащегося. К подобным недоработкам в сфере методики обучения решению задач относятся следующие:

Стандартизация содержания и методов решения задач, проявляющаяся в узком понимании учителями роли математической задачи в процессе обучения, в стремлении решать со школьниками возможно больше число задач в ущерб их обучающему качеству.

Несовершенство методики обучения решению задач, которое раскрывается в обучении решению задач по образцу, в отсутствии целенаправленной работы учителя по формированию у школьников умения критически оценивать ход решения задачи и проверить результат, в использовании задач преимущественно для закрепления готовых знаний или их повторения.

Несоответствие постановки задач и их решений закономерностям развивающегося математического мышления, проявляющееся в отсутствии в школьном курсе математики задач, решение которых подготавливало бы школьников к деятельности творческого характера, в недостатке задач, формирующих у школьников важнейшие мыслительные умения (обобщать, анализировать, моделировать), в однообразии типологии задач начального курса математики.

Наблюдается противоречие между требованиями науки к обучению и реальным воплощениям на практике. В результате возникает проблема: как повысить возможности уроков математики с точки зрения развития мышления школьников?

Наиболее доступным средством решения этой проблемы будет введение в курс начальной математики нестандартных задач. Нестандартные задачи формируют у школьников высокую математическую активность, качества, присущие творческой личности: гибкость, оригинальность, глубину, целенаправленность, критичность мышления. Нестандартные задачи всегда подаются в увлекательной форме, они прогоняют интеллектуальную лень, вырабатывают привычку к умственному труду, воспитывают настойчивость в преодолении трудностей.

Именно при решении нестандартных задач оттачивается, шлифуется мысль ребенка, мысль связанная, последовательная, доказательная. С начала и до конца обучения в школе математическая задача неизменно помогают ученику вырабатывать правильные математические понятия, глубже выяснить различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, дает возможность применять изучаемые теоретические положения, позволяет устанавливать разнообразные числовые соотношения в наблюдаемых явлениях. Решая задачи, представленные в продуманной математической системе, учащиеся не только активно овладевают содержанием курса математики, но и приобретают умения мыслить творчески. Учащиеся должны уметь решать не только стандартные задачи, но требующие известной независимости мышления, оригинальности, изобретательности. (Л.П.Терентьева Решение нестандартных задач уч.пособие Ч.2002 стр.3)

Все это подтверждает необходимость исследования методики обучения решению нестандартных задач на уроках математики и во внеурочное время, исследования их роли в развитии математического мышления младших школьников.

Исходя из этого, нами избрана следующая проблема проблема исследования – это выявление педагогических условий влияния нестандартных задач на развитие мышления младших школьников. Решение данной проблемы составляет цель исследования.

Объектом исследования является процесс обучения математике в начальных классах.

Предметом исследования – влияние нестандартных задач на развитие математического мышления учащихся начальных классов.

В качестве гипотезы было выдвинуто предположение, согласно которому нестандартные задачи благоприятно влияют на развитие математического мышления учащихся начальных классов, если:

- такие задачи регулярно будут предлагаться учащимся на уроках и во внеучебное время;

- при составлении их будут учтены возрастные особенности младших школьников.

В соответствии с проблемой, целью, объектом, предметом и гипотезой исследования были поставлены следующие задачи:

Изучить особенности математического мышления младших школьников и влияние нестандартных задач на его развитие.

Для организации опытно-экспериментальной работы провести классификацию нестандартных задач, доступных для младших школьников.

Составить методические рекомендации для решения основных видов нестандартных задач младшими школьниками.

Теоретическая ценность и научная новизна нашего исследования состоят в том, что в нём подробно произведено изучение роли нестандартных задач как средства развития математического мышления учащихся начальных классов.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что разработанная нами методика решения нестандартных задач на уроках и во внеурочное время может быть использована учителями начальных классов и студентами в период педпрактики.

Для решения поставленных задач и проверки исходных предположений был использован комплекс взаимосвязанных и дополняющих друг друга методов. Из организационных методов мы применили сравнительный метод с помощью поперечных срезов. Из эмпирических методов исследования, включающих все способы получения научных фактов, нами были использованы наблюдение, беседа и опрос, метод экспертной оценки, анализ продуктов деятельности учителя и учащихся.

Учитывая общий замысел и логику исследования, его объективные научные результаты обобщены в дипломной работе, состоящей из введения, двух глав, заключения, списка основной использованной литературы, приложений.

Глава I. Теоретические основы развития математического мышления младших школьников с помощью нестандартных задач

1.1 Особенности математического мышления учащихся начальных классов и возможности его развития на уроках

Под математическим развитием ребенка младшего школьного возраста будем понимать целенаправленное и методически организованное формирование и развитие совокупности взаимосвязанных основных (базовых) свойств и качеств математического мышления ребенка и его способностей к математическому познанию действительности.

Цель математического развития детей – это стимуляция и развитие математического мышления (соответствующих возрасту компонентов и качеств этого мышления).

Главным направлением организации математического развития является целенаправленное развитие конструктивного и пространственного мышления.

Модель изучаемого математического понятия или отношения играет роль универсального средства изучения свойств математических объектов. При таком подходе к формированию начальных математических представлений учитывается не только специфика математики (науки, изучающей количественные и пространственные характеристики реальных объектов и процессов), но и происходит обучение детей общим способом деятельности с математическими моделями реальной действительности и способом построения этих моделей.

Являясь общим приемом изучения действительности, моделирование позволяет эффективно формировать такие приемы умственной деятельности как классификация, сравнение, анализ и синтез, обобщение, абстрагирование, индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, что в свою очередь стимулирует в перспективе интенсивное развитие словесно-логического мышления.

Таким образом, можно считать, что данный подход будет обеспечивать формирование и развитие математического мышления ребенка, а, следовательно, будет обеспечивать его математическое развитие. (Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учеб.пособие для студентов высш. пед.учеб.заведений. –М. : Гуманитар. изд. Центр ВЛАДОС, 2005.- 455с.:ил. – (Вузовское образование) стр.43-47

Эффективность и качество обучения математике определяются не только глубиной и прочностью овладения школьниками системой математических знаний, умений и навыков, предусмотренных программой, но и уровнем их математического развития, степенью подготовки к самостоятельному овладению знаниями. Таким образом, у школьников должны быть сформированы определенные качества мышления, твердые навыки рационального учебного труда, развит познавательный интерес. Поэтому, естественно, что среди многих проблем совершенствования обучения математике в начальной школе большое значение имеет проблема формирования у учащихся математического мышления.

Накопление знаний играет в процессе обучения не малую, но отнюдь не решающую роль. Человек может забыть многие конкретные факты, на базе которых совершенствовались его качества. Но если они достигли высокого уровня, то человек справится со сложнейшими задачами, а это и означает, что он достиг высокого уровня мышления.

Поэтому практика школьного обучения требует от учителя проводить конкретную работу по развитию у учащихся математического мышления.

Математическое образование представляет собой сложный процесс, основными целевыми компонентами которого являются:

а) усвоение школьниками определёнными математическими умениями и навыками;

б) овладение школьниками определёнными математическими умениями и навыками;

в) развитие мышления учащихся.

Ещё не так давно считалось, что успешная реализация первой и второй из этих целей математического образования автоматически повлечёт за собой успешную реализацию и третьей цели, то есть считалось, что развитие математического мышления происходит в процессе обучения математике стихийно. Сейчас установлено, что это действительно развивает математическое мышление, но лишь незначительно.

Поэтому современное обучение стремится сделать развитие мышления школьников управляемым процессом.

В современной психологии мышление понимается как социально обусловленный, неразрывно связанный с речью психологический процесс поисков и открытия существенно нового, процесс опосредованного обобщённого отражения действительности в ходе её анализа и синтеза. Мышление возникает на основе практической деятельности из чувственного познания и далеко выходит за его пределы.

Чем же отличается математическое мышление от характеристики, которая присуща мышлению вообще?

Математическое мышление является одним из важнейших компонентов процесса познавательной деятельности учащихся, без целенаправленного развития которого невозможно достичь эффективных результатов в овладении школьниками системой математических знаний, умений и навыков. Формирование математического мышления младших школьников предполагает целенаправленное развитие на предмете математики всех качеств, присущих естественно-научному мышлению, комплекса мыслительных умений, лежащих в основе методов научного познания, в органическом единстве с формами проявления мышления, обусловленными спецификой самой математики, с постоянным акцентом на развитие научно-теоретического мышления. (Л.П.Терентьева Решение нестандартных задач уч.пособие Ч.2002 стр.5)

Вот какую концепцию предлагает коллектив авторов «Методики преподавания математики в средней школе» (В.А.Оганесян, Ю.М.Колягин, Г.Л.Луканкин, В.Я.Соннинский): « Под математическим мышлением будем понимать, во-первых, ту форму, в которой появляется диалектическое мышление в процессе познания человеком конкретной науки математики или в процессе применения математики в других науках, технике, народном хозяйстве и т.д.; во-вторых, ту специфику, которая обусловлена самой природой математической науки, применяемых ею методов познания явлений реальной действительности, а также теми общими приёмами мышления, которые при этом используются».

Математическое мышление имеет свои специфические черты и особенности, которые обусловлены спецификой изучаемых при этом объектов, а также спецификой методов их изучения. Математическое мышление характеризуют появлением определённых качеств мышления. К ним относятся: гибкость, оригинальность, глубина, целенаправленность, рациональность, широта, активность, критичность, доказательность мышления, организованность памяти, чёткость и лаконичность речи и записи.

Гибкость мышления проявляется в умении изменять способы решения задачи, выходить за границы привычного способа действия, находить новые способы решения проблем при изменении задаваемых условий. А.Эйнштейн указывал на гибкость мышления как на характерную черту творчества.

Антиподом гибкости мышления является шаблонность мышления. Это желание следовать известной системе правил в процессе решения задачи. Шаблонность мышления нередко является следствием «натаскивания» учащихся по определённым видам типовых задач. Часто, например, школьники начинают решать незнакомую им задачу тем способом, который им «первый пришёл в голову». Именно на преодоление этого качества мышления направлены нестандартные задачи. Другое качество математического мышления – активность Она характеризуется постоянством усилий, направленных на решение некоторой проблемы, желанием обязательно решить эту проблему, изучить различные подходы к её решению.

Развитию этого качества у учащихся способствует рассмотрение различных способов решения одной и той же задачи.

Следующее качество – целенаправленность мышления, которая включает стремление осуществлять разумный выбор действий при решении какой-либо проблемы, а также стремлением к поиску наикратчайших путей её решения.

Целенаправленность мышления даёт возможность более экономичного решения многих задач, которые обычным способом решаются если не сложно, то слишком долго.

Такова, например, задача о вычислении суммы 1+2+3+…+97+98+99+100. Поставив целью упростить вычисление посредством применения каких-либо законов сложения, школьник без труда установит известный способ вычисления этой суммы: 1+2+3+…+97+98+99+100= (1+99)+(2+98)+…+(49+51)+5+100=5050.

Целенаправленность мышления способствует проявлению рациональности мышления, которая характеризуется склонностью к экономии времени и средств для решения задачи, стремление отыскать оптимально простое в данных условиях решение, использовать в ходе решения схемы, условные обозначения.

Рациональность мышления часто проявляется при наличии широты мышления, которая характеризуется, как способность формировать обобщённые способы действий, имеющие широкий диапазон переноса и применения к частным, умение охватить проблему в целом, не упуская при этом имеющих значение деталей; обобщить проблему, расширить область приложения результатов, полученных в процессе её разрешения.

Это качество мышления проявляется в готовности школьников принять во внимание новые для них факты в процессе уже знакомой им деятельности. Так, например, изучив распределительный закон умножения относительно сложения, записанный в форме а\*(в+с)= ав+ас, учащиеся проявят широту мышления, если сразу сумеют применить этот закон в вычислении: 2,5 \*73,7 + 26,3 \* 2,5.

Глубина мышления характеризуется умением выявлять, сущность которого из изучаемых фактов в их взаимосвязи с другими фактами.

Известно, что познание происходит двояко: в сознании отражается не только сам объект познания, но и его фон, представляющий совокупность связанных с этим объектом различных свойств его самого и других, связанных с ним объектов.

Процесс отделения фона от самого объекта – сложный процесс. Величина фона зависит от умений изучить этот объект в его существенных свойствах достаточно глубоко.

Таким образом, глубина мышления проявляется, прежде всего, в умении отделить главное от второстепенного, обнаружить логическую структуру рассуждения, отделить то, что строго доказано, от того, что принято «на веру». Глубина мышления особенно ярко проявляется при решении такого вида нестандартных задач, как математические софизмы.

Все рассмотренные выше качества могут развиться лишь при наличии активности мышления, которая характеризуется постоянством усилий, направлены на решение некоторой задачи, желанием обязательно решить поставленную проблему, изучить различные подходы к её решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменения условий.

Активность мышления у учащихся проявляется также в желании рассмотреть различные способы решения одной и той же задачи, обратится к исследованию полученного результата.

Так, например, учащиеся проявят определенную активность мышления, если спросят учителя: «Почему на нуль делить нельзя?».

Учитель будет способствовать развитию у школьников активности мышления, если сумеет убедить их в том, что принятое в математике условие о невозможности деления на нуль разумно. В самом деле, проверка действия деления умножением говорит о том, что при делении на нуль мы не получаем никакого результата (пусть а = 0 и 0: 0 =n , где n – любое число, так как n \* 0 = 0).

Качество мышления, противоположное данному качеству, есть пассивность мышления. Оно возникает в результате формального усвоения математических знаний.

В числе качеств математического мышления важное место занимает критичность мышления, которая характеризуется умением оценить правильность выбранных путей решения поставленной проблемы, получаемые при этом результаты с точки зрения их достоверности, значимости.

В процессе обучения математике это качество мышления проявляется склонностью к различного вида проверкам, грубым прикидкам найденного результата, а также к проверке умозаключений, сделанных с помощью индукции, аналогии и интуиции.

Критичность мышления школьников проявляется также в умении найти и исправить собственную ошибку, проследить заново весь ход рассуждения, чтобы натолкнуться на противоречие.

С критичностью мышления тесно связана доказательность мышления, характеризуемая умением терпеливо и скрупулезно относиться к собиранию фактов, достаточных для вынесения какого- либо суждения; стремлением к обоснованию каждого шага решения задачи, умением отличать результаты достоверные от правдоподобных (раскрывается при решении математических софизмов); вскрывать подлинную причинность связи посылки и заключения.

Наконец, к числу важных качеств мышления относится организованность памяти. Память каждого школьника является необходимым звеном в его познавательной деятельности, зависит от её характера, целей, мотивов и конкретного содержания.

Организованность памяти означает способность к запоминанию, долговременному сохранению, быстрому и правильному воспроизведению основной учебной информации и упорядоченного опыта.

Понятно, что в обучении математике следует развивать у школьников как оперативную, так и долговременную память; обучать их запоминанию наиболее существенного, общих методов и приёмов решения задач; формировать умение систематизировать свои знания и опыт.

Организованность памяти даёт возможность соблюдать принцип экономии в мышлении. Поэтому нецелесообразно загружать память учащихся ненужной или незначительной информацией, не накапливать у них опыт учебной деятельности, бесполезной для дальнейшего. Так, например, до недавнего времени школьники «разучивали» решение типовых текстовых задач, не имеющих большого познавательного значения; это весьма отрицательно сказывалось и на развитии их памяти.

В процессе обучения математике развитию и укреплению памяти школьников способствуют:

а) мотивация изучения;

б) составление плана учебного материала, подлежащего запоминанию;

в) широкое использование в процессе запоминания сравнения, аналогии, классификации.

Все перечисленные качества математического мышления сильно взаимосвязаны и проявляются в учебной математической деятельности школьников не изолированно.

Специфика математического мышления проявляется не только в особых качествах мышления, но и в том, что для них характерны особые формы мышления: конкретное, абстрактное, функциональное, интуитивное мышление.

Конкретное (предметное) мышление – это мышление в тесном взаимодействии с конкретной моделью объекта. Различаются две формы конкретного мышления:

1) неоперативное (наблюдение, чувственное восприятие);

2) оперативное (непосредственные действия с конкретной моделью объекта).

Неоперативное, конкретное мышление чаще всего проявляется у дошкольников и младших школьников, которые мыслят лишь наглядными образами, воспринимая мир лишь на уровне представлений. То, что школьники на этом уровне развития не владеют понятиями, ярко иллюстрируется опытами психологов школы Ж. Пиаже. Рассмотрим один из них.

Детям демонстрируются два сосуда одинаковой формы и размеров, содержащие поровну тёмную жидкость. Дети легко устанавливают равенство жидкостей в первом и втором сосуде. Далее, на виду у детей жидкость из одного сосуда переливают в другой более высокий и узкий и предлагают сравнить количество жидкости в этом сосуде и оставшемся нетронутым. Дети утверждают, что в новом сосуде жидкости стало больше.

Дело в том, что неоперативное мышление детей ещё непосредственно и полностью подчинено их восприятию и потому они пока не могут отвлечься, абстрагироваться с помощью понятий от некоторых наиболее бросающихся в глаза свойств рассматриваемого предмета. В частности, думая о первом сосуде, дети смотрят на новый сосуд и им представляется, что жидкость в нём занимает больше места, чем раньше, так как уровень жидкости стал выше. Их мышление, протекающее в форме наглядных образов, приводит к выводу, следуя за восприятием, что жидкость в сосудах стало не поровну

Сам Пиаже объясняет ошибочные ответы детей отсутствием у них способностей к особым мыслительным операциям (постоянство целого, устойчивое отношение части к целому), без формирования которых невозможно овладение понятием натурального числа.

Вместе с тем Ж. Пиаже утверждает, что оперативное конкретное мышление является более действенным для подготовки детей к овладению абстрактными понятиями. Самостоятельная мыслительная деятельность выделяется именно по мере развития практической деятельности, лежащей в основе развивающейся психики ребёнка.

Конкретное мышление играет большую роль в образовании абстрактных понятий, в конструировании особых свойств математического мышления, развитие которых способствует познанию математических абстракций.

Абстрактное мышление тесно связано с мыслительной операцией, называемой абстрагированием. Абстрагирование имеет двойственный характер: негативный (отвлекаются от некоторых сторон или свойств изучаемого объекта) и позитивной (выделяют определённые стороны или свойства этого же объекта, подлежащие изучению).

Поэтому, «абстрактным мышлением называют мышление, которое характеризуется умением мысленно отвлечься от конкретного содержания изучаемого объекта в пользу его общих свойств, подлежащих изучению»[[1]](#footnote-1)

Абстрактное мышление может проявляться в процессе изучения математике:

а) в явном виде. Например, рассматривая в курсе геометрии понятие геометрического тела, мы отвлекаемся от всех свойств реальных тел, кроме формы, размеров;

б) в неявном виде. Например, при счёте предметов конкретного множества мы неявно отвлекаемся от свойств каждого отдельного предмета, полагая, что все предметы одинаковы.

Абстрактное мышление можно подразделить на:

аналитическое мышление;

логическое мышление;

пространственное мышление.

Аналитическое мышление характеризуется чёткостью отдельных этапов в познании, полным осознанием, как его содержания, так и применяемых операций. Аналитическое мышление не выступает изолированно от других видов абстрактного мышления. Этот вид мышления тесно связан с мыслительной операцией анализа.

Логическое мышление характеризуется умением выводить следствия из данных предпосылок, умением вычленять частные случаи из некоторого общего положения, умением теоретически предсказывать конкретные результаты. Развитию логического мышления способствует решение логических нестандартных задач.

Пространственное мышление характеризуется умением мысленно конструировать пространственные образы или схематические конструкции изучаемых объектов и выполнять над ними операции, соответствующие тем, которые должны были быть выполнены над самими объектами.

С этим типом мышления тесно связано способность учащихся выразить при помощи схемы условие или решением текстовой задачи.

«Интуиция - особый способ познания, характеризующийся непосредственным постижением истины. К области интуиции принято относить внезапно найденное решение задачи, долго не поддававшейся логическим усилиям».

Функциональное мышление, характеризуемое осознанием динамики общих и частных соотношений между математическими объектами или их свойствами, ярко проявляется в связи с изучением функции. Сюда относится:

представление математических объектов в движении, изменении;

повышенное внимание к прикладным аспектам математики, к причинно-следственным связям.

В психологии до настоящего времени широко распространены представления о возрастных особенностях математического мышления школьника, исходящие из ранних исследований Ж. Пиаже. По мнению Пиаже, ребёнок до 12 лет мыслит наглядно-конкретным образом и только к 12 годам становится способным к абстрактному мышлению. Но исследования Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова, Л. В. Занкова, А. В. Скрипченко и других показали, что при изменении содержания и методики преподавания возможны серьёзные сдвиги особенностей развития математического мышления в более младший возраст.

Рассмотрим возрастные особенности математического мышления учащихся начальных классов.

Под влиянием обучения в школе у детей этого возраста возникает способность осматривать в конкретной математической задаче её формальную структуру. Учеников уже во втором классе начинают интересовать в задаче не просто отдельные величины, а именно отношения величин. Если менее способные ученики воспринимают отдельные, конкретные элементы задачи, как не связанные друг с другом, и сразу после чтения задачи начинают производить различные операции со всеми данными числами, не задумываясь над смыслом задачи и не пытаясь вычленить основные отношения, то у более способных проявляется своеобразная потребность при восприятии условий задачи вскрывать эти отношения, связывать отдельные показатели и величины. Сильные ученики часто не придают большого значения тому, о каких конкретных предметах идёт речь в задаче. Они порой даже путают названия предметов, о которых говорится в задаче. Менее способные ученики держатся за точное название предметов. В задаче они видят не какие-то математические отношения, а лишь конкретный перечень предметов, с которыми нужно что-то делать. Менее способные начинают составлять задачи предметного содержания («буду составлять задачу про яблоки»), а потом уж с трудом вводим отношения; более способные начинают с отношений («буду составлять задачу « больше – меньше »»), а потом уж «опредмечивали их».

Вычленяя отношения, более способные и многие средние учащиеся начинают дифференцировать данные – выделять именно те, которые необходимы для решения, осознавать, каких величин недостаёт, какие являются лишними.

Способность к обобщению математического материала как способность улавливать общее в задачах и соответственно видеть разное в общем начинает складываться раньше всех других компонентов математического мышления. В младшем школьном возрасте наблюдается такой вид обобщения - движения от частного к неизвестному общему, то есть умение подвести частный случай под общее правило.

Гибкость мыслительных процессов в ходе поисков других решений учащиеся демонстрируют уже в 3 классе. Но в этом возрасте есть учащиеся, менее способные к математике, которые с трудом переключаются с одной умственной операции на другую, они обычно очень скованы первоначально найденным способом решения, склонны к шаблонным и трафаретным ходам мысли. В подобных случаях дело заключается в том, что трудно переключиться с простого на более сложный способ решения. Зачастую трудно переключиться и с более трудного на более лёгкий способ, если первый является привычным, знакомым, а второй – новым и незнакомым. Один способ решения тормозится с другим. У более способных к математике учеников ломка и перестройка сложившихся способов мышления совершаются более быстро.

В младшем школьном возрасте уже проявляется тенденция к оценке ряда возможных способов решения и выбору из них наиболее ясного, простого и экономного, наиболее рационального решения. Учащиеся оценивают различные решения как «более простое» и «более сложное», «лучшее» и «худшее» исходя из количества производимых операций.

Как же развивается математическое мышление у школьников? Обеспечивается ли математическое развитие тренировкой в решении типовых задач, которые занимают, как правило, значительную долю школьных математических упражнений?

Попробуем ответить на эти вопросы с точки зрения психологии. Предположим, изучена некоторая группа правил. Изучение сопровождалось решением только типовых задач, то есть таких задач, решение которых основывается преимущественно на применении только что изученной теории. Приобретены знания, выработался навык в применении этих знаний к решению соответствующих задач, похожих на решаемые. В терминах психологии: «в коре головного мозга образовался куст ассоциаций, или иначе – система ассоциаций».

Положим, далее, что изучение другой группы теорем или правил сопровождалось опять-таки решением только относящихся к ней типовых задач. Образовался новый «куст ассоциаций».

В результате такого изучения программы вырабатывается некоторое многообразие ассоциаций у учащихся, но это многообразие носит «кустовой» характер и не образует цельной, единой «системы связей». Если знания и навыки ученика носят «кустовой» характер, то такой ученик развит недостаточно, и решение задач повышенной трудности ему недоступно.

Для успешного решения задач повышенной трудности нужна лёгкость перехода от ассоциаций одного «куста» к ассоциациям другого, то есть, нужны развитые «межкустовые» или «межсистемные ассоциации». Так называют ассоциации, соединяющие отдельные разделы программы, объединяющие разрозненные кусты ассоциаций в единое целое.

Если в практике математических упражнений преобладает решение типовых задач, то прочных межсистемных ассоциаций у учащихся при этом не образуется; учащиеся не замечают связей между отдельными знакомыми им теоремами или разделами программы, необходимых для решения сколь-нибудь не трафаретных задач.

Только систематическая работа по развитию межсистемных ассоциаций создаёт предпосылки для более лёгкой выработки новых межсистемных ассоциаций и одновременно является одним из важных процессов математического развития школьника.

С этой точки зрения становится очевидным один существенный недостаток школьных задачников: очень мало задач, предусматривающих взаимосвязь между разделами курса.

Таковы требования психологии, выполнение которых содействует развитию математического мышления школьника. Учитель начальных классов, естественно, должен учитывать их в практике организации урока, домашнего задания, а также в организации вне учебных занятий и досуга учащихся. Он должен не натаскивать детей на различных таблицах сложения, вычитания, умножения, на механическом запоминании различных правил, а, прежде всего, должен приучать охотно и сознательно мыслить. «Не надо мучить учеников длиннейшими и скучнейшими механическими вычислениями и упражнениями. Когда они понадобятся кому-либо в жизни, он их проделает сам, - да на это есть всевозможные вычислительные машины», - так писал Е. И. Игнатьев ещё в начале нашего века.

Ещё одна характерная особенность нестандартных математических задач состоит в том, что они способны вызвать интерес к результату решения, а заманчивость получения результата вдохновляет на преодоление трудностей процесса решения задач и тем самым содействует воспитанию умственной активности. Увлекательные упражнения гонят прочь интеллектуальную и волевую лень, тренируют мышления, вырабатывают привычку к умственному труду, потребность в нём, воспитывают настойчивость в преодолении трудностей, вызывают благотворно действующее на организм радостное сознание успеха в случае самостоятельно найденного решения.

Включая нестандартные задачи в арсенал развивающих средств, учитель приобретает прекрасное пособие не только для разумного заполнения досуга учащихся, для игры, но и для ежедневной умственной гимнастики.

1.2 Роль нестандартных задач в развитии математического мышления младших школьников

Решение задач является основным видом математической деятельности учащихся в школе.

Решение задач – вовсе не привилегия математики. Все человеческое познание есть не что иное, как не прекращающийся процесс постановки и разрешения все новых и новых задач, вопросов, проблем.

Именно в ходе решения математических задач самым естественным способом можно формировать у школьников элементы творческого математического мышления наряду с реализацией непосредственных целей обучения математики. (Л.П.Терентьева Решение нестандартных задач уч.пособие Ч.2002 стр.6)

Традиционное обучение математике имеет дело лишь с задачами, формирующими у школьников определённые операционные навыки по данному образу-стандарту. Встречаясь же с нестандартной задачей, учащиеся часто не знают, как её решать, не делая даже попыток отыскать это решение. И только участие в математических олимпиадах, понимание того факта, что нестандартная задача не означает её недоступность для решения; накопления опыта в общих приёмах решения задач позволяет школьникам решать их успешно.

Нестандартная задача - это задача, решение которой для данного ученика не является известной цепью известных действий. Поэтому понятие нестандартной задачи относительно. Успех в решении зависит не только от того, решались ли раньше подобные задачи, сколько от опыта их решения вообще, от числа полностью разобранных решений с помощью учителя с подробным анализом всех интересных аспектов задачи. Нерешённая задача подрывает у учащихся уверенность в своих силах и отрицательно влияет на развитие интереса к решению задач вообще, поэтому учитель должен проследить за тем, чтобы поставленные перед школьниками нестандартные задачи были решены. Но вместе с тем решение нестандартных задач с помощью учителя – это вовсе не то, чего следует добиваться. Цель постановки в школе нестандартных задач – научить школьников решать их самостоятельно.

Нестандартные задачи делятся на 2 категории:

1 категория. Задачи, примыкающие к школьному курсу математики, но повышенной трудности – типа задач математических олимпиад.

2 категория. Задачи типа математических развлечений.

Первая категория нестандартных задач предназначается в основном для школьников с определившимся интересом к математике; тематически эти задачи обычно связаны с тем или иным определённым разделом школьной программы. Относящиеся сюда упражнения углубляют учебный материал, дополняют и обобщают отдельные положения школьного курса, расширяют математический кругозор, развивают навыки в решении трудных задач.

Вторая категория нестандартных задач прямого отношения к школьной программе не имеет и, как правило, не предполагает большой математической подготовки. Это не значит, однако, что во вторую категорию задач входят только лёгкие упражнения. Здесь есть задачи с очень трудным решением и такие задачи, решение которых до сих пор не получено.

«Нестандартные задачи, поданные в увлекательной форме, вносят эмоциональный момент в умственные занятия. Но связанные с необходимостью всякий раз применять для их решение заученные правила и приёмы, они требуют мобилизации всех накопленных знаний, приучают к поискам своеобразных, не шаблонных способов решения, обогащают искусство решения красивыми примерами, заставляют восхищаться силой разума»[[2]](#footnote-2).

К рассматриваемому типу задач относятся:

разнообразные числовые ребусы и головоломки на смекалку;

логические задачи, решение которых не требует вычислений, но основывается на построении цепочки точных рассуждений;

задачи, решение которых основывается на соединении математического развития и практической смекалки: взвешивание и переливания при затруднительных условиях;

математические софизмы – это умышленное, ложное умозаключение, которое имеет видимость правильного;

задачи-шутки;

комбинаторные задачи, в которых рассматриваются различные комбинации из заданных объектов, удовлетворяющие определённым условиям.

Проводя опытно-экспериментальную работу в течение 4 лет с одним и тем же континентом учащихся, у нас появилась возможность проследить тенденцию развития способностей к решению нестандартных задач определённых видов. Эта тенденция наглядно демонстрируется в таблице 1.

Таблица 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Решили верно (в %)  Вид задачи | 1класс | 4класс |
| Логические  Ребусы, головоломки  Взвешивание, переливание  Софизмы  Задачи-шутки  Комбинаторные  В среднем | 17  3  9  0  30  8  11 | 63  21  36  6  69  33  38 |

Из этой таблицы можно сделать вывод о том, что учащиеся овладели на высоком уровне приёмами решения логических задач и задач-шуток. В то же время наблюдаются очень низкие результаты решения математических софизмов, что говорит о недостаточной сформированности таких качеств мышления, как гибкость и критичность и, может быть, ещё о том, что детям этого возраста пока не доступно решение задач подобной сложности. Не очень высокие данные о верном решении головоломок, задач на измерении (взвешивание, переливание) свидетельствуют не о неумении решать эти нестандартные задачи, а о том, что на их решение нужно затратить ребёнку больше времени, но такими возможностями располагает не всякий урок математики, поэтому число учеников, достигало от 2 до 12 человек. Итоги решения подобных задач дома во время выполнения домашнего задания, мы сочли недостаточно достоверными и потому не включили эти данные в общий результат.

Но всё же наблюдается общая тенденция к повышению уровня математического мышления школьников, овладению ими основными способами решения нестандартных задач разных видов, что свидетельствует о подтверждении нашей гипотезы о том, что нестандартные задачи развивают математическое мышление в целом.

Глава 2. Методика применения нестандартных задач в развитии математического мышления младших школьников

2.1 Логические задачи как средство развития математического мышления

Под логическими задачами обычно понимают такие задачи, которые решаются с помощью одних лишь логических операций. Логические задачи могут решаться фактически и фактически решаются обычными рассуждениями. Иногда решение их требует длительных рассуждений, необходимое направление которых заранее нельзя предугадать. Эти трудности преодолеваются, если для решения этих задач использовать аппарат алгебры, высказываний. Правда, в этом случае возникают другие трудности, связанные с переводом условий задач на язык алгебры высказываний и с использованием аппарата этой алгебры. Умение решать задачи средствами обычной алгебры (составление и решение уравнений) помогает им преодолевать эти трудности. (Л.П.Терентьева Решение нестандартных задач уч.пособие Ч.2002 стр.12)

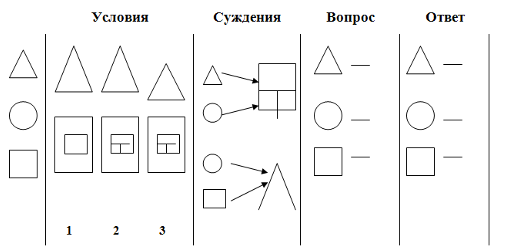
«Логическое мышление при решении задач проявляется в том, что ребёнок соотносит суждения о предметах, отвлекаясь от особенностей их наглядных образов, рассуждает, делает выводы. Умение мыслить логически, сопоставлять суждения по определённым правилам – необходимое условие усвоения учебного материала»[[3]](#footnote-3).

Современные исследования показали, что именно в начальной школе закладываются основы доказательного мышления. На данном этапе школьного обучения главная цель работы состоит в том, чтобы дети научились делать выводы из тех суждений, которые предлагаются им в качестве исходных, чтобы они смогли ограничиться содержанием этих суждений, не привлекая других знаний. Некоторые дети, например, рассуждая о том, кто из ребят самый сильный, если Вова сильнее Марины, а Марина слабее Кати, делают вывод, что Вова сильнее всех, потому что мальчики всегда сильнее девочек.

Развитию логического мышления могут способствовать следующие задачи.

Задача. Было три фигурки: треугольник, круг и квадрат (учитель одновременно изображает это в левой части доски). Каждая из них жила в одном из трёх домиков: первый домик был с высокой крышей и маленьким окном, второй с высокой крышей и большим окном, третий с низкой крышей и большим окном (говоря это, учитель рисует домики).

Треугольник и круг жили в домиках с большим окном, а круг и квадрат в домиках с высокой крышей (по мере рассказа учитель даёт схематическое изображение этих суждений справа от их изображения домиков). Нужно отгадать, в каком домике живёт каждая фигурка (изображение вопроса задачи ещё правее).



Разбор задачи осуществляется с помощью следующих вопросов.

Что нам известно про фигурки? (Нам известно, что треугольник и круг живут в домиках с большим окном, а круг и квадрат в домиках с высокой крышей).

Про какую фигурку известно больше всего? (Про круг).

Что известно? (Известно, что круг живёт в домике с высокой крышей и с большим окном).

Есть ли у нас такой домик? Да, это домик 2. Напишем цифру 2 в ответ рядом с кругом.

Что теперь можно узнать? (Можно узнать, где живёт треугольник. Он живёт в домике 3). Почему? (Потому что в задаче сказано, что треугольник живёт в домике с большим окном. А так как в одном таком домике живёт круг, то в другом живёт треугольник). Напишем в ответе рядом с треугольником цифру 3.

А где живёт квадрат? (Квадрат живёт в домике 1, потому что этот домик остался свободным). Напишем в ответе рядом с квадратом цифру 1.

Решение большинства логических задач можно подчинить следующему плану:

выделить в условии то, что относится к суждению о парах предметов;

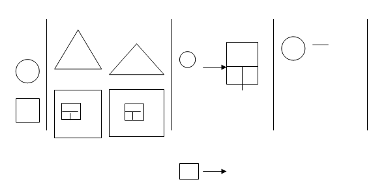
определить предмет, о котором известно больше всего;

сделать вывод об этом предмете;

сделать выводы об остальных предметах.

В тех случаях, когда дети испытывают затруднения при решении логических задач, с ними нужно проводить работу на материале упрощённых задач. Так, сначала нужно предложить задачу, на материале которой можно ясно представить смысл рассуждения при выборе признаков предметов.

Например: Было две фигурки: круг и квадрат и два домика с окном. Круг жил в домике с окном, квадрат жил в домике 2. Где жил круг?



На материале задач такого типа ребёнок учится решать более сложные задачи, а главное – делать альтернативный вывод, который выступает важным звеном в рассуждении при решении логических задач.

После решения задач на логическое мышление с опорой на наглядно представленное условие целесообразно проводить работу только с текстовой частью условий этих задач (то есть без изображения суждений), чтобы дети практиковались рассуждать. Наряду с этим полезно также предлагать детям самостоятельно составлять подобные задачи. Здесь возможны два этапа. На первом этапе учитель предлагает два звена условия, где говорится о предметах и их признаках, а суждения, характеризующие связи предметов и признаков, дети придумывают сами. На втором этапе дети сами сочиняют всю задачу.

Особенно нравятся учащимся начальных классов логические задачи со сказочным сюжетом. Являясь занимательным по форме, они усиливают интерес к самой задаче, побуждают ребёнка решать проблему, вызывают желание помочь полюбившимся героям. Красота решения, неожиданный поворот мысли, логика рассуждений, всё это усиливает эмоциональное восприятие детей.

Очень важно подобрать посильные для учеников задания, соответствующие их возможностям, развитию. Полезно и дать первый толчок для побуждения ребёнка заняться решением, а затем усилить его сопротивляемость перед встающими трудностями. Ведь часто бывает, что даже способный ученик не хочет просто прочитать задачу, не то что решать её, а поэтому целесообразно использовать внешнюю занимательность текстов. Цель может быть достигнута, если условие задачи будет похоже на сказку.

Казалось бы, сказка и математика – понятия несовместимые. Свежий сказочный образ и сухая абстрактная мысль! Однако нередко именно такая форма позволяет удачно ввести детей в мир математики, причём через посредство увлекательных ситуаций. Такое сочетание благоприятно для обучения, поскольку через сказочные элементы учитель может найти путь в сферу эмоций ребёнка. Желание помочь попавшему в беду любимому герою, стремление разобраться в сказочной ситуации – всё это стимулирует умственную деятельность ребёнка.

В то же время важна и обратная связь: в ряде случаев встреча со сказочными героями в мире математики побуждает ученика ещё раз прочитать литературное произведение, поразмышлять, глубже заглянуть в него.

При составлении задач надо добиваться, чтобы поведение сказочных героев соответствовало духу самой сказки: борьба за справедливость Ивана-царевича и коварство Кащея Бессмертного, верность дружбе неунывающего Буратино и желание поживиться за чужой счёт лисы Алисы и кота Базилио и т.д. Симпатии детей на стороне положительных героев. Добро торжествует, зло наказано, отрицательные качества высмеиваются. Сказки и через задачи продолжают воспитывать детей.

Условия задачи со сказочными сюжетами во многих случаях громоздки. Выбранная форма сказки влечёт за собой относительно большой её объём – ведь при составлении задачи приходится следовать литературному тексту сказки. Зато в таком случае дети с большим удовольствием читают условие, вникают в его смысл – а работа с текстом является существенной частью психологической подготовки школьника к решению задачи.

Чтобы не быть голословным, приведём пример подобной задачи.

Иван против Кащея Бессмертного.

Помогу тебе, Иван, вызволить Василису Прекрасную, - сказала Баба Яга.

По душе ты мне пришёлся. Да и от Кащеева коварства много я страдала, уж очень хочется его проучить.

Вот тебе, Иван, клубок. Приведёт он тебя прямо к Кащею Бессмертному. В одной из них томится Василиса Прекрасная, в другой находится Змей Горыныч, а третья темница – пустая. Учти, что все надписи на дверях темницы неверные.

Бросил Иван клубок на землю. Покатился клубок, а Иван – за ним. Долго ли, коротко ли, он дошёл до Кащея Бессмертного. Потребовал Иван у него Василису Прекрасную.

Повёл Кащей Ивана в подземелье. Показал там три темницы, на дверях которых написано:

темница 1 – “Здесь Василиса Прекрасная»;

темница 2 – «Темница 3 не пустая»;

темница 3 – «Здесь Змей Горыныч».

Отпущу, Иван, с тобой Василису Прекрасную, если угадаешь, в какой она темнице. Покажешь на дверь, за которой Змей Горыныч, - быть тебе им растерзанным. Покажешь на пустую темницу – быть тебе в ней узником до конца дней своих.

Задумался Иван … Ребята, посоветуйте Ивану, на какую дверь показать.

Ответ. Василиса Прекрасная во 2 темнице.

Надпись на двери темницы 2 неверная, то есть темница 3 пустая. Значит, 1 и 2 темницы не пустые. Надпись на двери 1 темницы тоже неверная. Значит, там Змей Горыныч. Тогда во 2 темнице Василиса Прекрасная.

Логические задачи являются к тому же хорошим индикатором математических способностей именно потому, что не требуют никаких математических знаний и навыков, кроме элементарных. Поэтому изначально логические задачи доступны уже первоклассникам, учителю лишь необходимо заинтересовать решением задачи, придать ей занимательность.

Доступность логической задачи не означает лёгкость её решения. Чтобы её решить, нужно приложить значительные умственные усилия. И тем весомее будет с точки зрения самооценки учащихся её правильное решение.

Таким образом, логические задачи являются прекрасным средством развития математического мышления. Они развивают умение логически рассуждать, выводить одно из другого, повышают активность мысли.

2.2 Использование различных способов решения нестандартных задач в развитии математического мышления младших школьников

Решение нестандартных задач составлением уравнения.

Для этого необходимо:

провести разбор задачи с целью выбора основного неизвестного и выявления зависимости между величинами, а также выражения этих зависимостей на математическом языке в форме двух алгебраических выражений;

найти основание для соединения этих выражений знаком «=»и составить уравнение;

найти решения полученного уравнения, организовать проверку решений уравнения.

Все эти этапы решения задачи логически связаны между собой. Например, о поисках основания для соединения двух алгебраических выражений знаком равенства мы упоминаем как об особом этапе, но ясно, что на предыдущем этапе указанные выражения образуются не произвольно, а с учётом возможности соединить их знаком «=».

Как выявление зависимостей между величинами, так и перевод этих зависимостей на математический язык требует напряжённой аналитико-синтетической мыслительной деятельности. Успех в этой деятельности зависит, в частности от того, знают ли учащиеся, в каких отношениях вообще могут находиться эти величины, и понимают ли они реальный смысл этих отношений (например, отношений, выраженных терминами «позже на…», «старше в…раз» и т.п.). Далее требуется понимание, каким именно математическим действием или, свойством действия или какой связью (зависимостью) между компонентами и результатом действия может быть описано то или иное конкретное отношение.

Приведём пример оформления записи разбора нестандартной задачи, решаемой составлением уравнения.

Задача. Рыбак поймал рыбу. Когда у него спросили: «Какова её масса?», он ответил: «Масса хвоста – 1кг, масса головы такая же, как масса хвоста и половины туловища. А масса туловища такая, как масса головы и хвоста вместе». Какова масса рыбы?

х кг – масса туловища;

(1+1/2х) кг – масса головы;

Так как по условию масса туловища равна сумме масс головы и хвоста, составляем уравнение:

Х=1+1/2х+1

Х – 1/2х=2

Х/2=2

Х=4

4 кг – масса туловища;

1+1/2\*4=3 (кг) – масса головы;

3+4+1=8 (кг) – масса всей рыбы;

Ответ: 8 кг.

Численное решение нестандартных задач можно получить графическим способом. Этот метод нагляден и достаточно прост. Рассмотрим методику его проведения на конкретном примере.

Задача. У двух рыбаков спросили: «Сколько рыбы в ваших корзинах?»

«В моей корзине половина того, что в корзине у него, да ещё 10», - ответил первый.

«А у меня в корзине столько, сколько у него, да ещё 20», - подсчитал второй.

Я сосчитал, а теперь посчитайте вы.

Решение:

Сколько рыбы в корзине первого рыбака? Как обозначим это условие на чертеже?

Отметим на чертеже, сколько рыбы было у 2 рыбака.

Можем ли мы узнать, сколько рыбы составляет половину корзины 2 рыбака? Откуда это следует?

Сколько всего было рыбы у 2 рыбака? А сколько у 1 рыбака?

Способы решения комбинаторных задач.

Включение комбинаторных задач в начальный курс математики оказывает положительное влияние на развитие младших школьников. «Целенаправленное обучение решению комбинаторных задач способствует развитию такого качества математического мышления, как вариативность. Под вариативностью мышления мы понимаем направленность мыслительной деятельности ученика на поиск различных решений задачи в случае, когда нет специальных указаний на это».

Комбинаторные задачи можно решать различными методами. Условно эти методы можно разделить на «формальные» и «неформальные». При «формальном» методе решения нужно определить характер выбора, выбрать соответствующую формулу или комбинаторное правило (существуют правила суммы и произведения), подставить числа и вычислить результат. Результат – это количество возможных вариантов, сами же варианты в этом случае не образовываются.

При «неформальном» же методе решения на первый план выходит сам процесс составления различных вариантов… И главное уже не сколько, а какие варианты могут получиться. К таким методам относится метод перебора. Этот метод не только доступен младшим школьникам, но и позволяет накапливать опыт практического решения комбинаторных задач, что служит основой для введения в дальнейшем комбинаторных принципов и формул. Кроме того, в жизни человеку приходится не только определять число возможных вариантов, но и непосредственно составлять все эти варианты, а, владея приёмами систематического перебора, это можно сделать более рационально.

Задачи по сложности осуществления перебора делятся на три группы:

Задачи, в которых нужно произвести полный перебор всех возможных вариантов.

Задачи, в которых использовать приём полного перебора не целесообразно и нужно сразу исключить некоторые варианты, не рассматривая их (то есть осуществить сокращённый перебор).

Задачи, в которых операция перебора производится несколько раз и по отношению к разного рода объектам.

Приведём соответствующие примеры задач:

Расставляя знаки «+» и « - « между данными числами 9…2…4, составь все возможные выражения.

Проводится полный перебор вариантов:

два знака в выражении могут быть одинаковыми, тогда получаем 9+2+4, 9-2-4;

два знака могут быть разными, тогда получаем 9+2-4, 9-2+4.

Учитель говорит, что он нарисовал в ряд 4 фигуры: большой и маленький квадраты, большой и маленький круги так, что на первом месте находится круг и одинаковые по форме фигуры не стоят рядом, и предлагает ученикам отгадать, в какой последовательности расставлены эти фигуры.

Всего существует 24 различных расположения этих фигур. И составлять их все, а потом выбирать соответствующие данному условию не целесообразно, поэтому проводится сокращённый перебор.

На первом месте может стоять большой круг, тогда маленький может быть только на третьем месте, при этом большой и маленький квадраты можно поставить двумя способами – на второе и четвёртое место.

Аналогичное рассуждение проводится, если на первом месте стоит маленький круг, и также составляются два варианта.

Три компаньона одной фирмы хранят ценные бумаги в сейфе, на котором 3 замка. Компаньоны хотят распределить между собой ключи от замков так, чтобы сейф мог открываться только в присутствии хотя бы двух компаньонов, но не одного. Как это можно сделать?

Сначала перебираются все возможные случаи распределения ключей. Каждому компаньону можно дать по одному ключу или по два разных ключа, или по три.

Предположим, что у каждого компаньона по три разных ключа. Тогда сейф сможет открыть один компаньон, а это не соответствует условию.

Предположим, что у каждого компаньона по одному ключу. Тогда, если придут двое из них, то они не смогут открыть сейф.

Дадим каждому компаньону по два разных ключа. Первому – 1 и 2 ключи, второму – 1 и 3 ключи, третьему – 2 и 3 ключи. Проверим, когда придут любые два компаньона, смогут ли они открыть сейф.

Могут прийти первый и второй компаньоны, у них будут все ключи (1 и 2, 1 и 3). Могут прийти первый и третий компаньоны, у них также будут все ключи (1 и 2, 2 и 3). Наконец, могут прийти второй и третий компаньоны, у них тоже будут все ключи (1 и 3, 2 и 3).

Таким образом, чтобы найти ответ в этой задаче, нужно выполнить операцию перебора несколько раз.

«При отборе комбинаторных задач нужно обращать внимание на тематику и форму представления этих задач. Мы старались, чтобы задачи не выглядели искусственным, а были понятны и интересны детям, вызывали у них положительные эмоции. Желательно, для составления задач использовать практический материал из жизни».

Способы решения математических софизмов.

Софизм – доказательство ложного утверждения, причём ошибка в доказательстве искусно замаскировано. Софизм в переводе с греческого означает хитроумную выдумку, ухищрение, головоломку.

Ошибки, допущенные в софизме обычно сводятся к следующим: выполнению «запрещённых» действий, использованию ошибочных чертежей, неверному словоупотреблению, неточности формулировок, «незаконным» обобщениям, неправильным применениям теорем.

Раскрыть софизм – это, значит, указать ошибку в рассуждении, основываясь на которой была создана внешняя видимость доказательства.

Разбор софизмов, прежде всего, развивает логическое мышление, прививает навыки правильного мышления.

Обнаружить ошибку в софизме – это, значит, осознать её, а осознание ошибки предупреждает от повторения её в других математических рассуждениях.

Помимо критичности математического мышления этот вид нестандартных задач выявляет гибкость мышления. Сумеет ли ученик «вырваться из тисков» этого строго логичного на первый взгляд пути, разорвать цепь умозаключений в том самом звене, которое является ошибочным и делает ошибочным все дальнейшие рассуждения?

Разбор софизмов помогает также сознательному усвоению изучаемого материала, развивает наблюдательность и критическое отношение к тому, что изучается.

Вот, к примеру, софизм с неправильным применением теоремы.

Докажем, что 2\*2=5.

Возьмём в качестве исходного соотношения следующее очевидное равенство:

4:4=5:5 (1)

Перепишем его в таком виде:

1\*(1:1)=5\*(1:1) (2)

Числа в скобках равны, значит, 4=5 или 2\*2=5.

Решение: в рассуждении при переходе от равенства (1) к равенству (2) создана иллюзия правдоподобия на основе ложной аналогии с распределительным свойством умножения относительно сложения.

Или другой софизм с использованием «незаконных» обобщения.

Имеются две семьи – Ивановых и Петровых. Каждая состоит из 3 человек – отца, матери и сына. Отец Иванов не знает отца Петрова. Мать Иванова не знает матери Петровой. Единственный сын Ивановых не знает единственного сына Петровых. Вывод: ни один член семьи Ивановых не знает ни одного члена семьи Петровых. Верно ли это?

Решение: если член семьи Ивановых не знает равного себе по семейному статусу члена семьи Петровых, то это не значит, что он не знает всю семью. Например, отец Иванов может знать мать и сына Петровых (как заметил ученик экспериментального класса Морозов Саша).

Хотя общих правил для решения нестандартных задач нет ( по этому эти задачи и называются нестандартными ), однако мы постарались дать ряд общих указаний – рекомендаций, которыми следует руководствоваться при решении нестандартных задач разных видов.

Математические ребусы, кроссворды, шарады

Ребус – это загадка, но загадка не совсем обычная. Слова и числа в математических ребусах изображены при помощи рисунков, звездочек, цифр и различных знаков. Чтобы прочесть то, что зашифровано в ребусе, надо правильно назвать все изображенные предметы и понять, какой знак что изображает. Ребусами люди пользовались еще тогда, когда не умели писать. Свои письма они составляли из предметов. Например, вожди одного племени послали однажды своим соседям вместо письма птицу, мышь, лягушку и пять стрел. Это означало: «Умеете ли летать как птицы и прятаться в земле как мышь, прыгать по болотам как лягушки? Если не умеете, то не пробуйте воевать с нами. Мы осыпям вас стрелами, как только вы вступите в нашу страну».

Числовые ребусы – это примеры, в которых все или некоторые цифры заменены звездочками или буквами. При этом одинаковые буквы заменены звездочками или буквами. При этом одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры. (Л.П.Терентьева Решение нестандартных задач уч.пособие Ч.2002 стр.19)

2.3 Содержание и организация опытно-экспериментальной работы

В ходе исследовательской работы нами были выдвинуты следующие задачи:

определить возможности нестандартных задач в процессе развития математического мышления младших школьников;

изучить, как используются подобные задачи в практике работы учителей;

разработать на основе опыта работы передовых учителей методику обучения учащихся поисковой деятельности при решении нестандартных задач.

Руководствуясь перечисленными задачами, наше исследование проходило в несколько этапов.

Первый этап был посвящён изучению психолого-педагогической, математической, методической литературы по данной теме с целью сравнения возможностей нестандартных и типичных задач в качестве средства развития математического мышления.

На втором этапе анализировался опыт учителей МОУ «Смышляевская СОШ №3» Волжского района Самарской области по практическому применению нестандартных задач на уроках математики в начальных классах.

На третьем этапе проводилась разработка и апробация методики обучения учащихся решению нестандартных задач.

У них накоплен определенный опыт в составлении и использовании миниатюрных книг по занимательной математике. Первую из них – «Десять задач» - можно было сделать из материала книги В.Н.Русанова

« Математические олимпиады младших школьников». Эксперимент оказался плодотворным. Когда стали собирать и составлять свои книги, то некоторые из них имели вкладыши, из которых можно было сделать мини-книги. Так из «математических сундучков» появились книжечки: «Подарок для смекалистых», «Лакомство для ума» и др.

Такие книги предназначены для увлекательной самостоятельной работы индивидуального характера. Вот почему они снабжены ответами к задачам, решениями и указаниями к ним.

Книги из этой серии используются во фронтальной внеклассной работе, например. На занятиях кружка, посвященных знакомству с математической литературой.

В практике современного обучения математике на решение задач отводится большая часть времени как на уроках, так и при выполнении школьниками домашних заданий. Но из-за использования только типовых задач это учебное время используется неэффективно, что отрицательно сказывается на качестве обучения математике в целом.

Известный педагог-математик Д. Пойа так высказался по этому поводу: «Что значит владение математикой? Это есть умение решать задачи, причём не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности».

Общепризнанна связь мышления и процесса решения задач: «мышление психологически выступает как деятельность по решению задач». И хотя мышление не отождествляется процессу решения задачи, можно утверждать, что формирование мышления эффективнее всего осуществляется через решение задач. Учитывая, что «задача - это осело, на котором оттачивается, шлифуется мысль ребёнка, мысль связанная, последовательная, доказательная», в ходе решения математической задачи можно формировать у школьников элементы творческого математического мышления вместе с реализации основных целей обучения математике. Но осуществить это можно в том случае, если в школьном курсе математики будет содержаться методическая система нестандартных задач, процесс решения которых формирует у учащихся познавательный интерес, и самостоятельность, развивает математические способности.

Для настоящего времени характерна тенденция к повышению роли проблемного обучения, поэтому решение нестандартных задач занимает всё более ведущее место в обучении математике, в котором основной акцент ставится на самостоятельное и творческое усвоение школьниками учебного материала, на формирование их математического развития.

Такой огромный и ещё до конца не изученный потенциал нестандартных задач уже используется многими учителями МОУ «Смышляевская СОШ №3» Волжского района Самарской области . Но чаще всего в своей деятельности они применяют логические задачи и задачи-шутки не замечая развивающих свойств других видов нестандартных задач: числовых ребусов, головоломок на смекалку, задач на взвешивание и переливание, математических софизмов, комбинаторных задач.

Одной из особенностей нестандартных задач является то, что в их решении нельзя «натаскать» учеников, заучить с ними последовательность операций, которая лежит в основе решения определённых видов нестандартных задач, что не исключается при решении задач типовых. Каждая нестандартная задача оригинальна и неповторима в своём решении. В связи с этим разработанная нами методика обучения поисковой деятельности при решении нестандартных задач не формирует навыки решения нестандартных задач, речь может идти лишь об отработке определённых умений:

умения понимать задачу, выделять главные (опорные) слова;

умения выявлять условие и вопрос, известное и неизвестное в задаче;

умения находить связь между данным и искомым, то есть проводить анализ текста задачи, результатом которого является выбор арифметического действия или логической операции для решения нестандартной задачи;

умения записывать ход решения и ответ задачи;

умения проводить дополнительную работу над задачей;

умение отбирать полезную информацию, содержащуюся в самой задаче, в процессе её решения, систематизировать эту информацию, соотнося с уже имеющимися знаниями.

Сформированность у учащихся этих умений обеспечивает их продуктивную работу в ходе решения нестандартных задач и тем самым влияет на развитие уровня математического мышления.

«Уровень мышления – это сложное понятие, включающее определённый уровень общности, абстракции и строгости обоснования и изучаемого материала, определённые логические структуры».

А. А. Столяр выделил уровни математического мышления.

1 уровень. Число неотделимо от множества конкретных предметов, которое оно характеризует, а операции проводятся непосредственно над множествами предметов.

2 уровень. Числа определены от конкретных объектов, которые они характеризуют; при этом оперируют с числами, записанными в определённой системе счисления, а свойства операций устанавливаются индуктивно.

3 уровень. Переход от конкретных чисел, выражаемых цифрами, к абстрактным буквенным выражениям. Осуществляется «локальное» логическое упорядочение свойств чисел и операций.

4 уровень. Выясняется, возможность дедуктивного построения всей математики.

5 уровень. Отвлекаются от конкретной природы объектов исчисления, от конкретного смысла операций и строят математику как абстрактную дедуктивную систему.

Раньше считалось, что учащимся начальных классов доступны только два первых уровня развития математического мышления. Но современные исследования показали, что «дети этого возраста обладают значительно более широкими возможностями в усвоении знаний, нежели это предполагалось ранее, что у них можно сформировать более высокий уровень абстракции и обобщения, чем тот, на который ориентировалось традиционное преподавание»[[4]](#footnote-4).

Следовательно, традиционные формы обучения не в состоянии поднять математическое мышление младших школьников на более высокий уровень. Как же решает эту проблему нетрадиционное обучение? Какие свойства математического мышления развивает решение нестандартных задач?

Во-первых, развивается гибкость мышления. Ученик учится ориентироваться в новых условиях, перестраивать систему усвоенных знаний. Например, необходима гибкость мышления при решении следующей задачи: «В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки по три кошки. На хвосте каждой кошки по одной кошке. Сколько же всего кошек в комнате?».

Ученик, который мыслит косно и шаблонно будет вычислять так: 4 кошки в углах, по 3 кошки против каждой – это ещё 12 кошек, да на хвосте каждой кошки по кошке, значит, ещё 16 кошек. Всего 32 кошки. Выходит, что пока мысль движется в привычной колее, решение будет неправильным.

Влияют нестандартные задачи и на глубину мышления, то есть на умение выделять существенное в задаче, её скрытые особенности.

Чтобы решить следующую задачу: Дедушка Коли празднует каждый свой день рождения. В 1988 году он отпраздновал 17-й раз день своего рождения. Когда родился дедушка Коли? – нужно догадаться, что дедушка родился 29 февраля високосного года и только потом выполнять вычисления.

В ходе решения нестандартных задач формируется рациональность мышления, потому что само условие нестандартной задачи заставляет искать оптимально простое решение. Вот подобная задача: На сковороде помещается 2 кусочка хлеба. На поджаривание кусочка с одной стороны требуется 1 минута. Как поджарить за 3 минуты три кусочка хлеба с обеих сторон?

Нестандартные задачи развивают пространственное мышление, которое выражается в способности воссоздавать в уме пространственные образы объектов и выполнять над ними операции. Пространственное мышление проявляется при решении задач типа: Сверху на кромке круглого торта поставили 5 точек из крема на одинаковом расстоянии друг от друга. Через все пары точек сделали разрезы. Сколько всего получилось кусочков торта?

Логическое мышление, а это умение выводить следствия из посылок, которое крайне необходимо для успешного овладения математикой, активизируется при решении логических задач. Вот одна из них: Говорят, что Тортила отдала золотой ключик Буратино не так просто, как рассказал А. Н. Толстой, а совсем иначе. Она вынесла три коробочки: красную, синюю и зелённую. На красной коробочке было написано: «Здесь лежит золотой ключик», а на синей – «Зелёная коробочка пуста», а на зелёной – «Здесь сидит змея».

Тортила прочла надписи и сказала: «Действительно в одной коробочке лежит золотой ключик, в другой – змея, а третья – пуста, но все надписи неверны. Если отгадаешь, в какой коробочке лежит золотой ключик, он твой». Где лежит золотой ключик?

За четыре года экспериментальной работы нами были изучены способности школьников разных возрастов и уровней подготовки к решению нестандартных задач (с 1 по 4 классы). Можно с уверенностью сделать следующий вывод: детям, начиная с 6 лет уже доступно решение нестандартных задач, конечно, немного упрощённых. В первом классе лучше воспринимаются учениками задачи-шутки. Например: На груше росло 10 груш, а на иве на 2 меньше. Сколько груш росло на иве?

Но не следует считать, что такие задачи носят лишь развлекательный характер, несмотря на свою занимательность, они ещё и развивают гибкость мышления, внимание, память.

Кроме задач-шуток в первом классе можно вводить и другие виды нестандартных задач, но несколько упрощённые к примеру, комбинаторные задачи: Расставить знаки «+» и «-« между числами 9…2…4 и составить все возможные соотношения. Или логические задачи типа: Ребята кидали мяч. Володя кинул дальше Димы, а Серёжа – ближе Димы. Кто кинул мяч дальше – Володя или Серёжа?

В последующих классах данные типы нестандартных задач следует усложнять и вводить новые виды – числовые ребусы, головоломки на смекалку, задачи на взвешивание и переливание, математические софизмы.

Во время исследовательской работы нами были выделены экспериментальный и контрольный классы. С учениками экспериментального класса регулярно решались нестандартные задачи. Учащиеся контрольного класса занимались по типовой программе, без использования нестандартных задач. В итоге наметилась следующая тенденция. Если в течении первого месяца эксперимента заметных различий между этими двумя группами учащихся не наблюдалось, а именно: с решением нестандартных задач справились лишь отдельные учащиеся, то к концу года, а тем более к концу курса начальных классов расхождения заметно усиливаются. В качестве контрольного материала здесь давали нестандартные задачи (см. приложение 1).

Таблица 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Справились с заданием (в%)  Учебный год | Контрольный класс | | Экспериментальный класс | |
| Начало года | Конец года | Начало года | Конец года |
| 2000-2001, 1 класс  2001-2002, 2 класс  2002-2003, 3 класс  2003-2004, 4 класс  В среднем | 17  20  29  41  27 | 20  26  35  44  31 | 17  35  47  56  39 | 32  44  56  62  48 |

Ещё одним непосредственным доказательством того, что решение нестандартных задач влияет на развитие математического мышления, является оценки за итоговые годовые контрольные работы (см. приложение 2), проведённые в экспериментальном и контрольном классах.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Класс и оценки (в%)  Учебный год | Контрольный класс | | | Экспериментальный класс | | |
| 5 | 4 | 3 | 5 | 4 | 3 |
| 2000-2001, 1 класс  2001-2002, 2 класс  2002-2003, 3 класс  2003-2004, 4 класс  В среднем | 26  26  29  32  28,3 | 57  55  59  62  58,7 | 17  19  12  6  13 | 19  32  36  44  32,8 | 60  62  64  56  60,5 | 21  6  -  -  6,7 |

Таким образом, проведённая нами экспериментальная работа подтверждает необходимость введения в курс начальной математики нестандартных задач, их влияние на увеличение числа успевающих по этому предмету учащихся, на общее развитие математического мышления школьников.

Заключение

Проведённое исследование по изучению нестандартных задач как средства развития математического мышления младших школьников поставленных целей и задач достигло.

Нами было проанализировано современное состояние изучения этой проблемы, был обобщён опыт решения нестандартных задач с младшими школьниками в русле соответствующей методики. Кроме анализа уже достигнутого в этой области, мы внесли и свой вклад в теоретическую разработку данной темы – составили классификацию нестандартных задач.

Предположение о том, что нестандартные задачи развивают математическое мышление школьников было проверено в ходе опытно-экспериментальной работы. Это исследование проводилось с учащимися МОУ «Смышляевская СОШ №3» Волжского района Самарской области . Нами были выделены экспериментальный и контрольный классы, математическое мышление учеников которых мы изучали в течение четырёх лет. Оба класса занимались по типовой программе начального обучения, единственным отличием было то, что учащиеся экспериментального класса регулярно на уроках математики решали задачи нестандартного содержания.

Результаты исследования выявлялись в двух направлениях:

как влияет решение задач на развитие математического мышления школьников, которое отражается в итогах годовых контрольных работ. Здесь сложилась следующая ситуация: если в конце первого класса ученики экспериментального класса отразили в контрольной работе знания гораздо слабее, чем учащиеся контрольного класса, то уже к концу второго класса экспериментальный класс показал лучшие результаты, чем контрольный. А в третьем классе в экспериментальной группе не было даже ни одной оценки «удовлетворительно» за итоговую контрольную работу;

второе направление, по которому мы делали контрольные срезы – это развитие умений решать нестандартные задачи. Приобретаются ли эти умения школьниками, которые решают нестандартные задачи регулярно, и теми школьниками, которые подобной деятельностью не занимаются? Результаты проведённых срезов показали, что, оказывается, при постоянной тренировке и с течением времени у школьников накапливается опыт решения нестандартных задач и учащиеся начальных классов уже способны овладеть приёмами решения нестандартных задач при соответствующем обучении. Тогда как контрольный класс подобными приёмами не овладел и к концу четвёртого класса показал те же результаты, что класс экспериментальный, но на втором году обучения.

Проведённые исследования позволяют сделать вывод о том, что нестандартные задачи благоприятно влияют на развитие математического мышления младших школьников.

Кроме того, занимательная форма данных задач содействует развитию интереса учащихся начальных классов к математике, повышению их активности на уроке, предотвращает психическую усталость однообразной деятельностью.

Список использованной литературы

1. Алексеев М. Н. Логика и педагогика. – Народное образование.- 1970. - № 6. – С.133 – 142.
2. Альперович С. А. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики // Начальная школа. – 1979. - № 5. – С.30 – 33.
3. Акимова С. Занимательная математика. – Санкт-Петербург, «Тригон», 1997. – 608 с.
4. Арбатская Л. Ф. Решение задач жизненного содержания // Начальная школа. – 1977. - № 1. – С. 42.
5. Артемов А. К. О развитии математического мышления // Начальная школа. – 1979. - № 5. – С.36 – 38.
6. Байрамукова П. У. Внеклассная работа по математике в начальных классах. – М.: Издат.-школа, «Райл», 1997.
7. Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах. – М.- 1976.
8. Белокурова Е. Е. Характеристика комбинаторных задач // Начальная школа. – 1994. - № 1. – С.34 – 38.
9. Белокурова Е. Е. Некоторые комбинаторные задачи в начальном курсе математики // Начальная школа. – 1992. - № 1. – С.20 – 23.
10. Брадис В. М. и др. Ошибки в математических рассуждениях. Пособие для учителей. Изд. 3-е. – М.: Просвещение.- 1967. – 191с.
11. Волинова В. Праздник числа. – М.: АСТ-ПРЕСС.- 1994. – 304с.
12. Возлинская М. В. Задачник. Нестандартная математика в школе. – М.: Лайда.- 1993. – 96с.
13. Возрастные возможности усвоения знаний (младшие классы школы) / Под ред. Д.Б.Эльконина, В.В.Давыдова. – М.: Просвещение.- 1966.
14. Губанова О.В. Олимпийские игры в обучении младших школьников // Начальная школа. – 1995. - №5. – С. 22.
15. Гоноблин Ф.Н., Лезендова Т.Е. О подготовке к уроку по математике. – Л.- 1935.
16. Дедюхин А.М, Сухомлинский В.А. О развитии мышления младших школьников // Начальная школа. – 1984. - №1. – С. 70 – 72.
17. Депман И.Я. Рассказы о математике. – Л.- 1954.
18. Детская домашняя энциклопедия / Под ред. Т.В. Нилова. – М.: Знание.- 1995. – С. 320 – Т. 2.
19. Дышинский Е.А. Игротека математического кружка. – М.: Просвещение.- 1972.
20. Дьюдени Г.Э. 520 головоломок. – М.: Мир.- 1975.
21. Еленский Щ. По следам Пифагора. – М.: Детгиз.- 1961.
22. Жикалкина Т.К., Бредихина Э.М. Математика. Учебник-тетрадь / №№ 1 – 4 / . – М.: Просвещение.- 1995.
23. Занимательная математика / Сост. Л.М. Кубашина. – Чебоксары.- 1995.
24. Задачник. Нестандартная математика в школе. – М.: Лайда.- 1993.
25. Зак А.З. Задачи для развития логического мышления // Начальная школа. – 1989. - №6. – С. 32 – 33.
26. Игнатьев Е.И. В царстве смекалки. – М.: Наука.- 1982.
27. Истомина Н.Б. Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах. Пособия для учителя. – М.: Просвещение.- 1985.
28. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки: Задачи для математического кружка. – М.: МИРОС.- 1994. – 128 с.
29. Колягин Ю.М., Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. – М.- 1980.
30. Комар О. Активизация познавательной деятельности учащихся при изучении мер времени // Начальная школа. – 1994. - №6. – С. 43.
31. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – 3-е изд. – М.: Гостехиздат.- 1956. – 575 с.
32. Кордемский Б.А. Очерки о математических задачах на смекалку. – М.: Учпедгиз, 1958.
33. Король А.Я., Хаперская А.А. Приёмы активизации на уроках математики // Начальная школа. – 1979. - №10. – С. 28.
34. Крутецкий В.А. Психология обучения и воспитания школьников. – М.: Просвещение, 1976.
35. Лаврова Н.Н. Логические ошибки младших школьников и некоторые причины их возникновения. – В кн.: Дидактика начального обучения. – М.,1977. – С. 66 – 71.
36. Лебедева Л.Л. Для развития познавательной активности. Задачи для 2 – 3 класса // Начальная школа. – 1988. - №6. – С.37 – 40.
37. Левенберг Л.Ш. Рисунки, схемы и чертежи в начальном курсе математики. – М.: Просвещение, 1978.
38. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики в первом классе // Приложение к газете «Первое сентября».– 2001. - №4.
39. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики во втором классе // Приложение к газете «Первое сентября». – 2002. - №12.
40. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики в третьем классе // Приложение к газете «Первое сентября». - 2002. - №22.
41. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики в четвёртом классе // Приложение к газете «Первое сентября». - 2002. - №39,44
42. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: Политиздат.- 1977.
43. Мазаник А.А. Реши сам. – Минск: Народная асвета.- 1980.
44. Махмутов М.И. Проблемное обучение. – М.: Педагогика.-1975.
45. Махров В.П. Решение логических задач // Начальная школа. – 1979. - №2. – С.56.
46. Мельник Н. Б. Развитие логического мышления при изучении математики // Начальная школа. – 1997. - №5. – С.63.
47. Михайлов И.И. Занимательные задачи // Начальная школа. – 1986. - №6. – С.32 – 33.
48. Моро М.И, Пышкало А.М. Методика обучения математике в 1 – 3 классах. – М.: Просвещение.- 1988.
49. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся. – 5-е изд. – М.: Просвещение.- 1988. – 180с.
50. Николау Л.Л. Логические упражнения // Начальная школа. – 1996. - №6. – С. 25 – 26.
51. Основы методики начального обучения математике / Под ред. А.С. Пчелко. – М.: Просвещение, 1965.
52. Павлов Ю.В. Статистическая обработка результатов педагогического эксперимента. – М., 1972.
53. Педагогическая энциклопедия, Т. 2. – М.- 1965. – С.266.
54. Перельман Я.И. Весёлые задачи. – М.: Пилигрим, 1997
55. Перельман Я.И. Живая математика. – Чебоксары: РИО тип. №1 по заказу ТОО «Арта», 1994. – 200с.
56. Пойа Д. Как решать задачу. Пер. с англ.: Пособие для учителей / Под ред. Ю.М.Гайдука. – М.: Учпедгиз, 1959.
57. Поляк Г.Б. Занимательные задачи. – М., 1953.
58. Психологические возможности младших школьников в усвоении математики / Под ред. В.В. Давыдова. – М., 1969.
59. Русанов В.Н. Математические олимпиады младших школьников: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 77с.
60. Русанов В.Н. Занимательные задачи сказочного характера // Начальная школа. – 1989. - №5. – С.33 – 36.
61. Свечников А.А. Решение математических задач в 1 – 3 классах. – М.: Просвещение, 1976.
62. Столяр А.А. Как мы рассуждаем? – Минск, 1968.
63. Терентьева Л.П. Час интеллектуального развития младшего школьника: Спецкурс. – Чебоксары: ЧГПУ им. И.Я. Яковлева, 2000
64. Труднев В.П. Методика проведения внеклассной работы по математике. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1975. – 175с.
65. Считай, смекай, отгадывай / для учащихся начальной школы / - СПб.: Лань, МИК, 1996. – 208с.
66. Шамова Т. И. Активизация учения школьников. – М.: Знание, 1979.

Приложение 1

Примерная контрольная работа с использованием нестандартных задач за 4 класс, применённая нами в ходе исследования.

Задача 1

Три брата (Иван, Дмитрий и Сергей) преподают различные дисциплины (химию, биологию и историю) в университетах Москвы, Санкт-Петербурга, Киева.

Иван работает не в Москве, а Дмитрий не в Санкт-Петербурге.

Москвич преподаёт не историю.

Тот, кто работает в Санкт-Петербурге, преподаёт химию.

Дмитрий преподаёт не биологию.

Способ решения, предложенный учеником экспериментального класса Соловьёвым Дмитрием.

Москва Иван химия

Санкт-Петербург Дмитрий биология

Киев Сергей история

Иван работает не в Москве, а Дмитрий не в Санкт-Петербурге (стрелки зачёркиваю).

Москвич преподаёт не историю.

Тот, кто работает в Санкт-Петербурге, преподаёт химию.

Дмитрий преподаёт не биологию.

Москвич преподаёт не историю, следовательно, он преподаёт биологию, т.к. петербуржец преподаёт химию. Тогда киевлянин преподаёт историю.

Дмитрий не проживает в Санкт- Петербурге и не преподаёт биологию, а петербуржец преподает химию. Следовательно, Дмитрий преподаёт историю в университете Киева.

Иван работает не в Москве. Следовательно, он работает в Санкт-

Петербурге и преподает химию.

8) Тогда Сергей преподаёт биологию в Москве, в университете.

Задача 2

Три товарища, Алёша, Коля и Саша, сели на скамейку в один ряд. Сколькими способами они могут это сделать?

Способ решения, предложенный ученицей экспериментального класса Пинариной Надеждой.

Пусть А – Алёша, К – Коля, С – Саша. Тогда возможны варианты: А,К,С; А,С,К; К,А,С; К,С,А; С,А,К; С,К,А.

Алёша, Коля и Саша могут расположиться на скамейке 6 способами.

Задача 3

У Марины было целое яблоко, две половинки и четыре четвертинки. Сколько было у неё яблок?

Ответ: 3 яблока.

Приложение 2

Примерная годовая контрольная работа для 4 класса, проведённая нами во время опытно-экспериментальной работы

1 вариант

Задание 1.Решить пример:

100520-470\*50+13980

Задание 2.

Из двух городов выехали одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста. Один двигался со скоростью 60 км/ч и проехал до встречи 120 км, а другой со скоростью 75 км/ч. Найти расстояние между городами.

Задание 3.

7825:100 320\*200

9256:1000 4500:500

3340:20 20760:60

Задание 4.

Длина прямоугольника 120 мм, ширина в 2 раза меньше. Найти периметр и площадь.

2 вариант

Задание 1. Решить пример:

14110+810000:900-7604

Задание 2.

Из двух городов выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Один из них двигался со скоростью 25 км/ч и проехал до встречи 75км, а другой двигался со скоростью 20 км/ч. Найти расстояние между городами.

Задание 3.

6927:100 240\*300

8758:1000 4200:700

6020:70 47360:80

Задание 4.

Длина прямоугольника 140 мм, ширина на 30 мм меньше. Найти периметр и площадь прямоугольника.

Приложение 3

Условия и решения отдельных задач на межрайонной математической олимпиаде младших школьников из книжки «Занимательный винегрет для любознательных»

Три брата делили наследство – два одинаковых дома. Чтобы все получили поровну в денежном выражении, братья сделали так: два старших взяли себе по дому, а младшему они заплатили деньги – по 600 рублей каждый. Много ли стоит каждый дом?

Решение: Младший брат получил 600\* 2= 1200(р). Такова доля каждого брата. Значит, все наследство составляет 1200 \* 3= 3600 (р).

Каждый дом стоит 3600:2= 1800 (р).

Ответ: 1800 р. стоит каждый дом.

Расшифруй пример на сложение трех двузначных чисел:

1А + 2А + 3А=7А. Все четыре буквы А означают одну и ту же цифру.

Ответ: 15+25+35=75

В магазине было шесть разных ящиков с гвоздями, массы которых 6, 7, 8, 9. 10, 11 кг

Пять из них приобрели два покупателя, причем каждому гвоздей по массе досталось поровну.

Какой ящик остался в магазине? Сколько решений имеет задача?

Решение: рассмотрим шесть случаев.

Пусть остался 1-й ящик. Тогда масса гвоздей в остальных ящиках 7+8+9+10+11= 45 (кг). Но 45 не делится на 2. Значит, оставшиеся гвозди нельзя разделить пополам, не вскрывая ящики. Рассуждая аналогично, устанавливаем, что не могут остаться 3-й или 5-й ящики.

Пусть остался 2-й ящик. Тогда в остальных ящиках гвоздей 6+8+9+10+11= 44(кг). 44:2=22(кг). Однако среди чисел 6,8, 9, 10, 11 нельзя подобрать такие, чтобы их сумма была ровна 22.

Таким жерассуждением устанавливаем, что не может остаться последний ящик.

Пусть останется 4-й ящик. Тогда масса гвоздей в остальных: 6+7+8+10+11=42(кг). 42:2=21(кг; 21=10+11=6+7+8(кг).)

Ответ: остался 4 ящик. Задача имеет единственное решение.

Примечание. Достаточно, если дети решат эту задачу подбором.

Приложение 4

Нестандартный урок математики по теме «Решение задач разными способами. Закрепление» 2 класс (на кануне Дня защитника Отечества)

Урок проходит в игровой форме. Ученики на время урока становятся курсантами. А учитель руководителем учебных сборов., которые проводятся на уроке математики.

На доске обозначен замаскированный маршрут следования, этапы которого соответствовали этапам урока.

Цель:1. закрепить умение решать задачи разными способами;

2.отработать вычислительные навыки сложения и вычитания в пределах 100;

3. развивать логическое мышление;

4. осуществлять дифференцированный подход к обучению учащихся;

5. воспитывать интерес к истории нашей Родины, любовь, уважение к защитникам Отечества, гордость за них;

6. повторить правила дорожного движения.

Ход урока.

Организационный момент.

Учитель обращается к «курсантам»:

-Рота, смирно! Товарищи курсанты, накануне Дня защитника Отечества мы проводим учебные сборы.

Цель учений: отработать тактику решения задач разными способами.

Для выполнения поставленных целей взводу №1 занять свои позиции! Взводу №3 занять свои позиции! (Взводы укомплектованы по уровню способностей.)

1.Минутка чистописания.

-Кодовый номер наших учений число 23 (оно записано на доске.)

- Почему?

Пока дети записывают число 23 в тетрадь, учитель рассказывает о празднике, который отмечается в нашей стране 23 февраля.

- 23 февраля 1918 года только что созданная Рабоче-крестьянская Красная армия вступила в бой с немецкими оккупантами и преградила путь к Петрограду. Этот день стал рождением Красной Армии.

После Великой Отечественной войны наши вооруженные силы стали называться Советской армией, а день 23 февраля – день Советской армии и Военно-морского флота. С распадом Советского Союза с марта 1995 года день 23 февраля стал отмечаться как день защитника Отечества.

Устный счет.

Перед вами карта следования по маршрутам с учебными заданиями.

Цель первая – отработка вычислительных навыков.

Учитель снимает маскировку с первой цели, открывая запись на доске:

63+7

18+9 58-5

Ученики читают выражения, используя изученную математическую терминологию.

Например, первое выражение можно прочитать следующим образом:

а) из числа 70 вычесть 35, получится 35;

б) разность чисел 70 и 35 равна 35;

в) уменьшаемое 70, вычитаемое 35, разность равна 35;

г) число70 уменьшить на 35, получится 35 и т.д.

во время работы над последним выражением едет усложнение задания.

- прочитайте новое выражение и вычислите его значение: 58-5+3

Как надо изменить последнее выражение, чтобы, чтобы его значение стало равно 50?

(Надо поставить скобки: 58-(5+3.) прочитайте полученное выражение.

Учитель заранее выполняет на доске 3 краткие записи задач, в которых говорится про две полки с книгами:

I п. – а кн.

II п. – на b…

2) I п. – а кн.

II п.-…

3) I п.-…} c кн.

II п.-…

- Дополните условия и вопросы задач, чтобы каждая задача решалась вычитанием.

3. Гимнастика для глаз.

Далее на маршруте следования встречается знак «Пункт первой медицинской помощи».

- Для лучшего видения конечной цели наших сборов медицинской сестре (учитель называет фамилию ученицы)

1. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в средней школе. – М., 1980. – С. 120. [↑](#footnote-ref-1)
2. Кордемский Б.А. Очерки о математических задачах на смекалку. – М., 1958. – С. 11. [↑](#footnote-ref-2)
3. Зак А.З. Задачи для развития логического мышления // Начальная школа, 1989. - № 5. - С. 32. [↑](#footnote-ref-3)
4. Психологические возможности младших школьников в усвоении математики / Под ред. В.В. Давыдова. – М., 1969. – С. 3. [↑](#footnote-ref-4)