## Задача 1. Элементы теории графов

Связный ориентированный граф *G (Х*, *Г)* задан множеством вершин *X={x1*, *x2*,…, *xn}* и отображением *Гxi={x|I±k|*, *x|I±l|}*, *i =1*, *2*,*…*, *n.* Здесь *i* - текущий номер вершины, n- количество вершин графа. Значение индексов *n, k* и *l* возьмем из табл.1 в соответствии с номером варианта. Индексы *k* и *l* формируют значения индексов *α*, *β* , *γ*… переменной *x* в отображении *Гxi = {xα* , *xβ* , *xγ*,…*}*. Если значения индексов *α*, *β*, *γ*… переменной *x* не соответствуют ни одному из номеров вершин графа, то эта переменная не учитывается во множестве *Гxi.*

Выполнить следующие действия:

а) определить исходный граф и ассоциированный с ним неориентированный граф графическим, матричным и аналитическим способами;

б) установить центры и периферийные вершины графов, найти радиусы и диаметры графов;

в) выделить в ориентированном графе два подграфа. Найти объединение, пересечение и разность подграфов;

г) описать систему уравнений, соответствующую сигнальному графу, считая, что передача между вершинами *xi* и *xj*

*i\*j* при *i ≥ j*;

*Kij* =

*1/ (p+1)* при *i<j* .

Найти передачу между вершинами *x1*и *xn*, используя правило Мезона. Построить структуру кибернетической системы, определяемой топологией графа;

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| N | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| K | 2 | 3 | 4 | 1 | 1 | 1 | 3 | 5 | 2 | 4 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| L | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| №  варианта | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| N | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| K | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 2 | 5 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 3 |
| L | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 5 |

Решение:

Множество вершин

*X = {x1*, *x2*, *x3*, *x4*, *x5*, *x6* *}, n = 6 k = 2, l = 1 Гxi={x|I±k|*, *x|I±l|}.*

а) определим исходный граф и ассоциированный с ним неориентированный граф графическим, матричным и аналитическим способами:

Определим граф аналитическим способом:

*Гx1 = { x1, x3, x2 };*

*Гx2 = { x4, x1,* *x3 };*

*Гx3 = { x1, x5, x2, x4 };*

*Гx4 = { x2, x6,* *x3, x5 };*

*Гx5 = { x3, x4, x6 };*

*Гx6 = {x4*, *x5 }.*

Ориентированный граф графическим способом:



Неориентированный граф графическим способом:



Ориентированный граф матричным способом:

*RG* - матрица смежности



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *x6* |
| *x1* | 1\* | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| *x2* | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| *x3* | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| *x4* | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| *x5* | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| *x6* | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

*AG* - матрица инцидентности



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *v1* | *v2* | *v3* | *v4* | *v5* | *v6* | *v7* | *v8* | *v9* | *v10* | *v11* | *v12* | *v13* | *v14* | *v15* | *v16* | *v17* | *v18* | *v19* |
| *x1* | 1\* | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *x2* | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *x3* | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| *x4* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| *x5* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| *x6* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 |

Неориентированный граф матричным способом:

*RD* - матрица смежности

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *x6* |
| *x1* | 1\* | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| *x2* | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| *x3* | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 |
| *x4* | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 |
| *x5* | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| *x6* | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 |

*AD* - матрица инцидентности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *v1* | *v2* | *v3* | *v4* | *v5* | *v6* | *v7* | *v8* | *v9* | *v10* | *v11* | *v12* | *v13* | *v14* | *v15* | *v16* | *v17* | *v18* | *v19* |
| *x1* | 1\* | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *x2* | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *x3* | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| *x4* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| *x5* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| *x6* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

б) установить центры и периферийные вершины графов, найти радиусы и диаметры графов:

- матрица отклонений имеет вид:



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *x6* |
| *x1* | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| *x2* | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| *x3* | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| *x4* | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| *x5* | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| *x6* | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 |

- вектор отклонения



=>



*х2, х3*, х*4, х5* - центры графа с наименьшей удаленностью. Радиус *ρ (G)* = 2.

Периферийными вершинами являются вершины *х1, х6*с наибольшей удаленностью. Диаметр графа *D (G)* = 3.

в) выделим в ориентированном графе два подграфа и найдем объединение, пересечение и разность подграфов.



Выделяем два подграфа: *G1* и *G2*

*X1 - {x1, x2}, Г1х1 = {x1, x2}, Г1х2 = {x1},*

*X2 - {x1, x2,x3}, Г2х1 = {x2}, Г2х2 = {x3}, Г2х3 = {x2}*.

Объединение ,



,, , .



*G*



Пересечение

,,, .



*G*



Разность

,



, , .



*G*



г) Считая, что передача между вершинами *xi* и *xj*

*i\*j* при *i ≥ j*;

*Kij* =

*1/ (p+1)* при *i<j* .

Сигнальный граф имеет вид



Система уравнений, соответствующая сигнальному графу имеет вид

*x1 = x1 +2x2 +3x3*

*x2 =* *x1 +6 x3 +8 x4*



*x3 = x1 + x2+12x4 +15x5*



*x4 =* *x2 + x3 +20 x5 +24x6*



*x5 = x3 + x4 +30x6*



*x6 =* *x4 +x5*



Определить передачу *k16* по правилу Мезона. Формула Мезона имеет вид



*PS -* передача пути,

*DS -* алгебраическое дополнение,

*D* - определитель.



Пути из *х1* в *х6* и передаточные функции для каждого из них имеют вид:



Контура:

;



;;



;;



;;



;;



;;



;



;.



;.



Пары несоприкасающихся контуров

*L1L3*, *L1L4*, *L1L5*, *L1L6*, *L1L8*, *L1L9*, *L1L10*, *L1L13*, *L1L14*, *L1L15*, *L1L16*, *L1L17*, *L1L18*;

*L2L4*, *L2L5*, *L2L6*, *L2L8*, *L2L9*, *L2L10*, *L2L15*, *L2L16*, *L2L17*, *L2L18*;

*L3L5*, *L3L6*, *L3L10*, *L3L17*, *L3L18*;

*L4L6*, *L5L7*; *L5L11*, *L5L12*, *L6L7*, *L6L8*, *L6L11*, *L6L12*, *L6L13*, *L6L14*;

*L7L8*, *L7L10*, *L7L17*, *L7L18*;

*L8L9*, *L9L10*, *L10L11*, *L10L12*, *L11L17*, *L11L18*, *L12L17*, *L12L18*.

Независимые тройки

*L1L3L5*,*L1L3L6*,*L1L3L10*,*L1L3L17*,*L1L3L18*,*L1L4L6*,*L1L6L8*,*L1L6L13*,*L1L6L14*,*L1L8L9,L1L9L10*,*L2L4L6*,*L2L9L10*,*L6L7L8.*

Отсюда

*D = 1 - (L1* +*L2* +*L3* +*L4* +*L5* + *L6* +*L7* + *L8* +*L9* +*L10* +*L11* +*L12 +*

*+L13* +*L14+L15* +*L16+L17* +*L18)+ (L1L3*+*L1L4*+*L1L5*+*L1L6*+*L1L8*+*L1L9*+*L1L10*+*L1L13*+*L1L14*+*L1L15*+*L1L16*+*L1L17*+*L1L18*+*L2L4*+*L2L5*+*L2L6*+*L2L8*+*L2L9*+*L2L10*+*L2L15*+*L2L16*+*L2L17*+*L2L18 +L3L5*+*L3L6*+*L3L10*+*L3L17*+*L3L18 L4L6*+*L5L7*+*L5L11*+*L5L12*+*L6L7*+*L6L8*+*L6L11*+*L6L12*+*L6L13*+*L6L14*+*L7L8*+*L7L10*+*L7L17*+*L7L18*+*L8L9*+*L9L10*+*L10L11*+*L10L12*+*L11L17*+*L11L18*+*L12L17*+*L12L18) -*

*(L1L3L5*+*L1L3L6*+*L1L3L10*+*L1L3L17*+*L1L3L18*+*L1L4L6*+*L1L6L8*+*L1L6L13*+*L1L6L14*+*L1L8L9*+*L1L9L10*+*L2L4L6*+*L2L9L10*+*L6L7L8)*.

*D1 = 1- L8;*

*D2 = 1;*

*D3 = 1;*

*D4 = 1 - L9;*

*D5 = 1;*

*D6 = 1.*

*.*

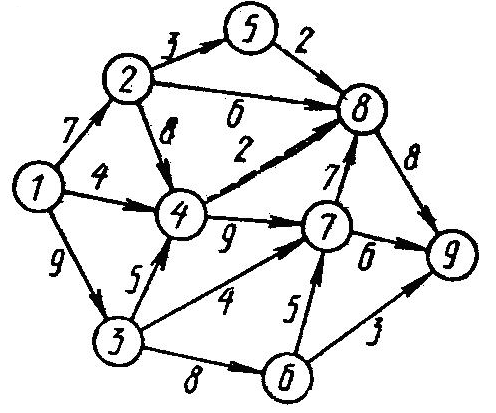


Структура кинематической системы представлена на рисунке:



## Задача 2. Задача о максимальном потоке и потоке минимальной стоимости

Транспортная сеть задана в виде ориентированного графа, приведенного на рисунке.



На каждом из ребер проставлены значения пропускной способности *С* (*ν*) ребра *ν*.

Для заданной сети определить максимальный поток *ϕmax* транспортировки груза между указанной парой вершин, считая одну из них источником, а другую — стоком.

Решение:

Максимальный поток *ϕmax* транспортировки груза между указанной парой вершин, считая одну из них источником, а другую — стоком:

Первый шаг.1. Находим какой-либо путь из *х*1 в *х*9 с положительной пропускной способностью.

Tаблица 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2 (1)* | *x3 (1)* | *x4 (1)* | *x5 (2)* | *x6 (3)* | *x7 (3)* | *x8 (2)* | *x9 (6)* |
| *x1* |  | 7 | 9- | 4 |  |  |  |  |  |
| *x2* | 0 |  |  | 8 | 3 |  |  | 6 |  |
| *x3* | 0+ |  |  | 5 |  | 8- | 4 |  |  |
| *x4* | 0 | 0 | 0 |  |  |  | 9 | 2 |  |
| *x5* |  | 0 |  |  |  |  |  | 2 |  |
| *x6* |  |  | 0+ |  |  |  | 5 |  | 3- |
| *x7* |  |  | 0 | 0 |  | 0 |  | 7 | 6 |
| *x8* |  | 0 |  | 0 | 0 |  | 0 |  | 8 |
| *x9* |  |  |  |  |  | 0+ | 0 | 0 |  |

В результате получен путь *l1* *= (x1, х3, х6, х9).* Элементы этого пути Cij помечаем знаком минус, а симметричные элементы Cji - знаком плюс.

Определяем пропускную способность найденного пути, которая равна наименьшей из пропускных способностей дуг:



Определяем остаточные пропускные способности дуг найденного пути и симметричных ему дуг. Для этого из элементов табл.1 вычитаем C1, а к элементам прибавляем C1. В результате получим новую табл.2 с измененными пропускными способностями.



Tаблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2 (1)* | *x3 (1)* | *x4 (1)* | *x5 (2)* | *x6 (3)* | *x7 (3)* | *x8 (2)* | *x9 (7)* |
| *x1* |  | 7 | 6- | 4 |  |  |  |  |  |
| *x2* | 0 |  |  | 8 | 3 |  |  | 6 |  |
| *x3* | 3+ |  |  | 5 |  | 5 | 4- |  |  |
| *x4* | 0 | 0 | 0 |  |  |  | 9 | 2 |  |
| *x5* |  | 0 |  |  |  |  |  | 2 |  |
| *x6* |  |  | 3 |  |  |  | 5 |  | 0 |
| *x7* |  |  | 0+ | 0 |  | 0 |  | 7 | 6- |
| *x8* |  | 0 |  | 0 | 0 |  | 0 |  | 8 |
| *x9* |  |  |  |  |  | 3 | 0+ | 0 |  |

Второй шаг*.1*. Помечаем столбцы табл.2, находим второй путь *l2* *= (x1,x3, х7, х9)* и расставляем знаки.

2. Пропускная способность пути *l2*



Изменим пропускные способности помеченных дуг на *С2* в табл.3.

Tаблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2 (1)* | *x3 (1)* | *x4 (1)* | *x5 (2)* | *x6 (3)* | *x7 (4)* | *x8 (2)* | *x9 (7)* |
| *x1* |  | 7 | 2 | 4- |  |  |  |  |  |
| *x2* | 0 |  |  | 8 | 3 |  |  | 6 |  |
| *x3* | 7 |  |  | 5 |  | 5 | 0 |  |  |
| *x4* | 0+ | 0 | 0 |  |  |  | 9- | 2 |  |
| *x5* |  | 0 |  |  |  |  |  | 2 |  |
| *x6* |  |  | 3 |  |  |  | 5 |  | 0 |
| *x7* |  |  | 4 | 0+ |  | 0 |  | 7 | 2- |
| *x8* |  | 0 |  | 0 | 0 |  | 0 |  | 8 |
| *x9* |  |  |  |  |  | 3 | 4+ | 0 |  |

Третий шаг.1. Пометив столбцы, находим *l3* *= (x1, х4, х7,x9)*.

Величина потока по пути *l3*



Вычислив новые пропускные способности дуг, приходим к табл.4.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2 (1)* | *x3 (1)* | *x4 (1)* | *x5 (2)* | *x6 (3)* | *x7 (4)* | *x8 (2)* | *x9 (8)* |
| *x1* |  | 7- | 2 | 2 |  |  |  |  |  |
| *x2* | 0+ |  |  | 8 | 3 |  |  | 6- |  |
| *x3* | 7 |  |  | 5 |  | 5 | 0 |  |  |
| *x4* | 2 | 0 | 0 |  |  |  | 7 | 2 |  |
| *x5* |  | 0 |  |  |  |  |  | 2 |  |
| *x6* |  |  | 3 |  |  |  | 5 |  | 0 |
| *x7* |  |  | 4 | 2 |  | 0 |  | 7 | 0 |
| *x8* |  | 0+ |  | 0 | 0 |  | 0 |  | 8- |
| *x9* |  |  |  |  |  | 3 | 6 | 0+ |  |

Четвертый шаг.1. Помечаем столбцы табл.4, находим четвертый путь *l4* *= (x1, х2, х8, х9)* и расставляем знаки.

2. Пропускная способность пути *l4*



Изменим пропускные способности помеченных дуг на *С4* в табл.5.

Таблица 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2 (1)* | *x3 (1)* | *x4 (1)* | *x5 (2)* | *x6 (3)* | *x7 (4)* | *x8 (4)* | *x9 (8)* |
| *x1* |  | 1 | 2 | 2- |  |  |  |  |  |
| *x2* | 6 |  |  | 8 | 3 |  |  | 0 |  |
| *x3* | 7 |  |  | 5 |  | 5 | 0 |  |  |
| *x4* | 2+ | 0 | 0 |  |  |  | 7 | 2- |  |
| *x5* |  | 0 |  |  |  |  |  | 2 |  |
| *x6* |  |  | 3 |  |  |  | 5 |  | 0 |
| *x7* |  |  | 4 | 2 |  | 0 |  | 7 | 0 |
| *x8* |  | 6 |  | 0+ | 0 |  | 0 |  | 2- |
| *x9* |  |  |  |  |  | 3 | 6 | 6+ |  |

Пятый шаг.1. Помечаем столбцы табл.5, находим четвертый путь *l5* *= (x1, х4, х8, х9)* и расставляем знаки.

2. Пропускная способность пути *l5*



Изменим пропускные способности помеченных дуг на *С5* в табл.6.

Таблица 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2 (1)* | *x3 (1)* | *x4 (1)* | *x5 (2)* | *x6 (3)* | *x7 (4)* | *x8 (5)* | *x9* |
| *x1* |  | 1 | 2 | 0 |  |  |  |  |  |
| *x2* | 6 |  |  | 8 | 3 |  |  | 0 |  |
| *x3* | 7 |  |  | 5 |  | 5 | 0 |  |  |
| *x4* | 4 | 0 | 0 |  |  |  | 7 | 0 |  |
| *x5* |  | 0 |  |  |  |  |  | 2 |  |
| *x6* |  |  | 3 |  |  |  | 5 |  | 0 |
| *x7* |  |  | 4 | 2 |  | 0 |  | 7 | 0 |
| *x8* |  | 6 |  | 2 | 0 |  | 0 |  | 0 |
| *x9* |  |  |  |  |  | 3 | 6 | 8 |  |

Шестой шаг. Просматривая строки и помечая столбцы, убеждаемся в том, больше не существует ни одного пути с положительной пропускной способностью из вершины *x1* в вершину *x9*. Подмножество *R* образуют помеченные вершины *х1*,*х2*, *х3*, *х4*, *х5*, *х6*, *х7*,*х8*, а подмножество - одна непомеченная вершины *х9*. Разрез с минимальной пропускной способностью образуют дуги, начальные вершины которых принадлежат подмножеству *R*, а конечные - . Таким образом, разрез с минимальной пропускной способностью . Удалив дуги этого разреза, блокируем все пути из источника в сток. Пропускная способность разреза



Заключительный шаг. Вычитая из элементов табл.1 соответствующие элементы табл.6, получим табл.7

Таблица 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *x6* | *x7* | *x8* | *x9* |
| *x1* |  | 6 | 7 | 4 |  |  |  |  |  |
| *x2* | -6 |  |  | 0 | 0 |  |  | 6 |  |
| *x3* | -7 |  |  | 0 |  | 3 | 4 |  |  |
| *x4* | -4 | 0 | 0 |  |  |  | 2 | 2 |  |
| *x5* |  | 0 |  |  |  |  |  | 0 |  |
| *x6* |  |  | -3 |  |  |  | 0 |  | 3 |
| *x7* |  |  | 4 | 2 |  | 0 |  | 0 | 6 |
| *x8* |  | -6 |  | -2 | 0 |  | 0 |  | 8 |
| *x9* |  |  |  |  |  | -3 | -6 | -8 |  |

Величина максимального потока равна сумме элементов *x1*-й строки табл.7 или сумме элементов *x9*-го столбца.

Максимальный поток равен .



## Задача 3. Анализ сетей Петри

Сеть Петри задана графически (рис.23…30). В табл.1 в соответствии с вариантом и указанным номером рисунка приведены различные начальные маркировки сети.

Выполнить следующие действия:

Описать сеть аналитическим и матричным способами.

Проверить условия срабатывания каждого из переходов и найти новые маркировки, к которым приведет срабатывание соответствующих переходов, путем выполнения матричных преобразований.

Построить дерево достижимости заданной сети.

Проверить, является ли достижимой одна из маркировок, получаемых на четвертом шаге построения дерева, составив и решив матричные уравнения.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| μ1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 3 | 0 | 1 | 1 |
| μ2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| μ3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| μ4 | 3 | 1 | 3 | 4 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| μ5 | 1 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 3 | 3 | 2 | 0 | 3 | 2 | 1 |
| № рисунка | Рис.23 | | | | Рис.27 | | | | Рис.28 | | | | Рис.29 | | |



Решение:

Опишем сеть аналитическим и матричным способами. Приведем графическое представление сети Петри, в которой позиции *P = {p1, p2, p3, p4, p5}* и переходы *T = {t1, t2, t3 , t4 }*.

Начальная маркировка сети обозначается вектором *μ0 [μ1,μ2,μ3,μ4,μ5]*, *μ0* [1 3 0 1 2]. Отсюда получим:

При аналитическом способе задания сеть Петри задается как *C = (P,T,F,H,μ0)*, где, кроме множеств позиций *Р* и переходов *Т*, задаются входная *F* и выходная *Н* функции.

Через *F (tj)* обозначается множество входных позиций, а через *H (tj)* - множество выходных позиций перехода *tj*; *μ0* - начальная маркировка сети.

*F (t1) = {p5},H (t1) = {p1,p2 },*

*F (t2) = {p1},H (t2) = {p3, p4},*

*F (t3) = {p3, p4}H (t3) = {p1 },*

*F (t4) = {p2, p3, p4}H (t4) = {p5 }.*

*μ0* [1 3 0 1 2]

Матричная форма определения сети Петри эквивалентна аналитическому способу задания *C = (P,T,D-,D+,μ0)*. Здесь *D-* и *D+* - матрицы входных и выходных инциденций соответственно размером *m × n*, где *m* - число переходов и *n* - число позиций.

Элемент *dij-* матрицы *D-* равен кратности дуг, входящих в *i*-й переход из *j*-й позиции.

Элемент *dij+* матрицы *D+* равен кратности дуг, выходящих из *i*-ro перехода в *j*-ю позицию.

Для рассматриваемой сети Петри



Матрица *D = D+ - D -* называется матрицей инцидентности сети Петри,



2. При начальной маркировке *μ0* [1 3 0 1 2] сети Петри разрешенными являются переходы *t1* и *t2*.

Условия срабатывания для перехода *t3* и *t4* не выполняется.

Переход *t1*

*[μ0] ≥* [1000]\* *D- =* [1000] *· ;* [1 3 0 1 2] *≥* [00001] *–*



условие выполняется, переход разрешен.

Новая маркировка при срабатывании перехода *t1* равна:



.



Переход *t2*

*[μ0] ≥* [0100]*\* D- =* [0100] *·;*[1 3 0 1 2] *≥* [10000] *–*



условие выполняется, переход разрешен.

Новая маркировка при срабатывании перехода *t2* равна:



.



Переход *t3*

*[μ0] ≥* [0010]*\* D- =* [0010] *·;*[1 3 0 1 2] *≥* [00110] *-* условие не



выполняется, переход запрещен.

Переход *t4*

*[μ0] ≥* [0001]*\* D- =* [0001] *·;*[1 3 0 1 2] *≥* [01110] *–*



условие не выполняется, переход запрещен.

Построим дерево достижимости заданной сети.



Проверим, является ли достижимой одна из маркировок, полученных на пятом шаге построения дерева, составив и решив матричные уравнения.

Уравнение принимает вид



Перенесем в левую часть и выполним умножение, тогда



.



Приравняем составляющие векторов



Система имеет решение *x1* = 1; *x2* = 2; *x3* = 0; *x4* = 2.

Это значит, что исследуемая маркировка достижима и в последовательности срабатываний переход *t1* срабатывает один раз, переходы *t2* и *t4 -* по два раза, переход *t3* не срабатывает.

## Задача 4. Элементы математической логики и теории автоматов

Конечный автомат задан графом, определенным в задаче 1. Вершины графа отождествляются с состояниями автомата таким образом, что множество состояний Q *=* {*q1*, *q2* ,*…*, *qn*}. Переход автомата из одного состояния в другое осуществляется под воздействием множества входных сигналов *X=*{*x1*, *x2*, *x3*, *x4*}*.* Переходы определяются законом отображения *Г* вершин графа, причем каждому переходу соответствует только одна из букв множества *X*. При задании графа эти буквы расставить произвольно.

Автомат позволяет вырабатывать выходные сигналы *Y=*{*y1*, *y2*, *y3*}:

*y1* - переход из состояния *qi* в состояние *qi* (петля);

*y2*- переход из состояния *qi* в *qj* при *i<j*;

*y3*- переход из состояния *qi* в *qj* при *i>j.*

Осуществить структурный синтез конечного автомата. Реализацию осуществить на элементах, указанных в табл.1, в соответствии с номером варианта. Обязательной является минимизация реализуемых функций.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Тип  элементов | И  НЕ | И  ИЛИ  НЕ | И  НЕ | ИЛИ  НЕ | И  НЕ | И  ИЛИ  НЕ | И  НЕ | ИЛИ  НЕ | И  ИЛИ  НЕ | И  НЕ |
| Тип  триггера | D | JK | T | D | RS | RSD | D | JK | T | D |

Решение:

Множество вершин *X = {x1*, *x2*, *x3*, *x4*, *x5*, *x6},*

Вершины графа отожествляются с состояниями автомата таким образом, что множество состояний Q *=* {*q1*, *q2*, *q3*, *q4*, *q5*, *q6*}. Переход автомата из одного состояния в другое осуществляется под воздействием множества входных сигналов *X=*{*x1*, *x2*, *x3*, *x4*}*.*

Автомат позволяет вырабатывать выходные сигналы *Y=*{*y1, y2*, *y3*}.

На основании аналитического описания ориентированного графа из задания № 1 запишем закон отображения состояний автомата:

*Гq1 =* {*q1* (*x1/y1*), *q3* (*x2/y2*), *q2* (*x3/y2*)},

*Гq2 =* {*q4* (*x3/y2*), *q1* (*x4/y3*), *q3* (*x1/y2*)},

*Гq3 =* {*q1* (*x1/y3*), *q5* (*x2/y2*), *q2* (*x3/y3*), *q4* (*x4/y2*)},

*Гq4 =* {*q2* (*x1/y3*), *q6* (*x2/y2*), *q3* (*x3/y3*), *q5* (*x4/y2*)},

*Гq5 =* {*q3* (*x4/y3*), *q4* (*x1/y3*), *q6* (*x2/y2*)}, *Гq6 =* {*q4* (*x3/y3*), *q5* (*x4/y3*)}.

Обобщенная таблица переходов и выходов соответствующего конечного автомата представлена в табл.2.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Q | q1 | q2 | q3 | q4 | q5 | q6 |
| X1 | | q1/y1 | q3/y2 | q1/y3 | q2/y3 | q4/y3 | ─ |
| X2 | | q3/y2 | ─ | q5/y2 | q6/y2 | q6/y2 | ─ |
| X3 | | q2/y2 | q4/y2 | q2/y3 | q3/y3 | ─ | q4/y3 |
| X4 | | ─ | q1/y3 | q4/y2 | q5/y2 | q3/y3 | q5/y3 |

Осуществим структурный синтез автомата, заданного табл.1. В качестве элементов памяти используем D-триггеры, в качестве элементной базы используем логические элементы И-НЕ.

Количество букв входного алфавита *n* = 4

Количество входов*p* ≥ log2 *n* = log2 4 = 2;

Количество букв выходного алфавита *m* = 2

Количество выходов*e* ≥ log2 *m* = log2 3 = 2;

Количество состояний *r* = 6

Количество триггеров*z* ≥ log2 *r* = log2 6 = 3.

Приступаем к кодированию:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | u | u1 | u2 |
| x1 | | 1 | 0 | 5 |
| x2 | | 1 | 1 | 4 |
| x3 | | 0 | 0 | 5 |
| x4 | | 0 | 1 | 5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 |
| y1 | 1 | 0 | 1 |
| y2 | 0 | 1 | 9 |
| y3 | 0 | 0 | 9 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| q | w | w1 | w2 | w3 |
| q1 | | 0 | 0 | 1 | 3 |
| q2 | | 0 | 1 | 0 | 3 |
| q3 | | 0 | 0 | 0 | 4 |
| q4 | | 1 | 0 | 0 | 4 |
| q5 | | 0 | 1 | 1 | 3 |
| q6 | | 1 | 1 | 0 | 2 |

На основании результатов кодирования строим обобщенную таблицу переходов и выходов структурного автомата (табл.3), заменяя состояния, входные и выходные переменные их кодами.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *u1u2* | w1w2w3 | 001 | 010 | 000 | 100 | 011 | 110 |
| 10 | | 001/10 | 000/01 | 001/00 | 010/00 | 100/00 | ─ |
| 11 | | 000/01 | ─ | 011/01 | 110/01 | 110/01 | ─ |
| 00 | | 010/01 | 100/01 | 010/00 | 000/00 | ─ | 100/00 |
| 01 | | ─ | 001/00 | 100/01 | 011/01 | 000/00 | 011/00 |

Используя таблицу переходов D-триггера и данные предыдущей таблицы, составим обобщенную таблицу функционирования структурного автомата (табл.4). Функции возбуждения трех триггеров обозначены через D1, D2, D3, соответственно.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| u1 | u2 | w1 (t) | w2 (t) | w3 (t) | w1  (t+1) | w2  (t+1) | w3  (t+1) | v1 | v2 | D1 | D2 | D3 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* | \* |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

По этой таблице запишем СДНФ выходных функций V и функций возбуждения триггеров D1, D2, и D3, зависящих от набора переменных u1, u2, w1 (t), w2 (t), w3 (t). В результате получим систему логических функций для построения комбинационной части автомата:

.



.



.



.



.



Минимизируем функции согласно картам Карно:



После минимизации имеем набор функций в базисе И-НЕ



=



.



.



.



Функциональная схема структурного автомата:

