СОДЕРЖАНИЕ

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

Задание 6

Задание 7

Задание 8

Задание 9

Задание 10

Задание 11

Задание 12

Задание 13

Задание 14

Литература

Задание 1. Исследовать сходимость рядов:

а) 

Решение:

Воспользуемся признаком Даламбера



Ряд сходится.

б)



Решение:

Для исследования этого ряда на сходимость удобнее применить радикальный признак Коши:

p ===



== =5



Так как показатель Коши ряда строго больше единицы, то по радикальному признаку Коши ряд расходится.

Задание 2. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость:



Решение:

Рассмотрим ряд из модулей:



Сравним его с рядом



Мы сможем это сделать согласно признаку сравнения:



Ряд исследуем при помощи интегрального признака:



т.е. ряд расходится. Значит ряд из модулей тоже расходится, а наш знакопеременный ряд не обладает абсолютной сходимостью. Но он сходится условно согласно теореме Лейбница



|=



Задание 3. Найти область сходимости ряда:



Решение:

Найдем интервал сходимости , где R – радиус сходимости. Найдем радиус сходимости R :



Следовательно, интервал сходимости ряда. Исследуем сходимость ряда на концах интервала:





Полученный ряд является обобщенным гармоническим рядом, в котором



Следовательно, полученный ряд расходится.





Получили знакочередующийся ряд. Используем теорему Лейбница:





Значит, полученный ряд сходится.

Областью сходимости заданного ряда является промежуток .

Задание 4. Вычислить с точностью

ε = 0,001 .



Решение:

Так как 83 является ближайшим к числу 520 кубом целого числа, то целесообразно число 520 представить в виде суммы двух слагаемых:

520 = 83 + 8.

Тогда

= = 8 = 8(1+0,001562)1/3 =



=8 =

= 8+ 0,0416-0,0002272+…

Третий член уже меньше чем 0,001, поэтому его следует отбрость и последующие за ним. Итак,

8 + 0,0416 8,0416



Задание 5. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд интеграла  дифференциального уравнения, удовлетворяющего следующему начальному условию:



Решение:

Воспользуемся разложением



Так как по условию х = 0, то будем иметь



Найдем коэффициенты при х:

 ;

 ,  .

Подставляя найденные значения в формулу, получим



Задание 6. Среди 10 лотерейных билетов 6 выигрышных. Наудачу взяли 4 билета. Определить вероятность того, что среди них 2 выигрышных.

Решение:

Определимся с событием:

А – среди выбранных 4 билетов 2 выигрышных.

Вероятность этого события: 

Число всех элементарных исходов п ( число всех комбинаций выбора из 6 билетов по 2 билета ) равно числу сочетаний:



Число элементарных исходов т, благоприятствующих событию А :



Тогда, искомая вероятность равна:



Задание 7. В двух партиях 38% и 79% – процент доброкачественных изделий соответственно. Наудачу выбирают по одному изделию из каждой партии. Какова вероятность обнаружить среди них:

а) хотя бы одно бракованное;

б) два бракованных;

в) одно бракованное и одно доброкачественное?

Решение:

Определимся с событиями:

А1 – выбор доброкачественного изделия из первой партии,

выбор бракованного изделия из первой партии,

А2 – выбор доброкачественного изделия из второй партии,

выбор бракованного изделия из второй партии.

Тогда



.

а) А – хотя бы одно изделие бракованное.



б) В – оба изделия бракованные.

.

в) С – одно изделие доброкачественное и одно изделие бракованное.

.

Задание 9. Из 1000 ламп пi принадлежит i-ой партии, i = 1, 2, 3,  В первой партии 6%, во второй 5%, в третьей 4% бракованных ламп. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа – бракованная.



Решение:

Так как , то

Определимся с событиями:

А – выбрана бракованная лампа;

выбрана лампа i-ой партии, i = 1,2,3.

Найдем вероятности событий Вi :

п = 90 + 690 + 220 = 1000 ,



Найдем вероятности события А при условии, что события Bi ( i = 1,2,3 ) наступили, т.е. найдем вероятности выбора бракованной лампы при условии, что лампы взяты из 1-ой, 2-ой, 3-ей партий :



По формуле полной вероятности найдем искомую вероятность:



Задание 9. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем i-й завод поставляет тi % изделий ( i = 1, 2, 3). Среди изделий i-го завода ni % первосортных. Куплено одно изделие. Оно оказалось первосортным. Определить вероятность того, что купленное изделие выпущено j-ым заводом.

.

Решение:

Определимся с событиями:

А – купленное изделие первосортное;

изделие выпущено i-ым заводом, .

Запишем вероятности событий Вi :



Запишем условные вероятности, т.е. вероятности того, что купленное изделие первосортное при условии, что оно выпущено i-ым заводом:



Вероятность того, что купленное первосортное изделие выпущено 1-ым заводом, вычислим по формуле Бейеса:





Задание 10. Вероятность наступления некоторого события в каждом из 100 независимых испытаний равна р = 0,8. Определить вероятность того, что число т наступлений события удовлетворяет следующему неравенству:



k1 = 75;

k2 = 90

Решение:

Воспользуемся интегральной теоремой Лапласа :



где Ф(х) – функция Лапласа,



Найдем х1 и х2 :



Учитывая, что функция Лапласа нечетная, т.е. , получим

.

По таблице найдем :



Искомая вероятность



Задание 12. Дискретная случайная величина Х принимает только два значения х1 и х2 , причем . Известна вероятность р1 = 0,7 возможного значения х1, математическое ожидание М(Х ) = 1,3 и дисперсия D(X ) = 0,21. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение:

Сумма вероятностей всех возможных значений ДСВ равна 1. Отсюда вероятность того, что Х примет значение х2 равна

р2 = 1 – р1 = 1 – 0,7 = 0,3.

Запишем закон распределения ДСВ Х :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Х | х1 | х2 |
| р | 0,7 | 0,3 |

Для нахождения значений х1 и х2 составим систему уравнений и решим ее:

 или ;



 или 





7x12+ =19 (x 3)



70x12-182x1+112 = 0







По условию задачи . Следовательно, задаче удовлетворяет только решение , и искомый закон распределения будет иметь вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Х | 1 | 2 |
| р | 0,7 | 0,3 |

Задание 12. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения . Требуется найти:

а) функцию плотности распределения ;

б) математическое ожидание ;

в) дисперсию ;

г) среднее квадратическое отклонение .

Построить графики функций  и .



Решение:

а) Найдем функцию плотности распределения НСВ Х :



б) Найдем математическое ожидание НСВ Х :



в) Найдем дисперсию НСВ Х :



г) Найдем среднее квадратическое отклонение НСВ Х :



График функции распределения:

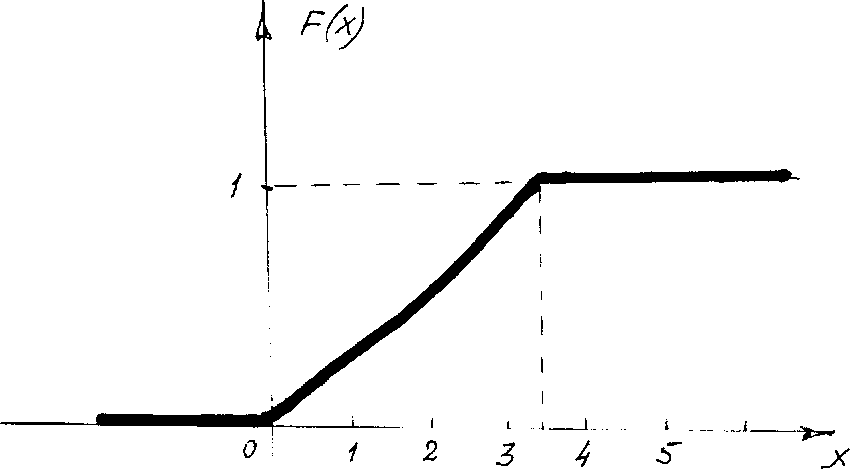
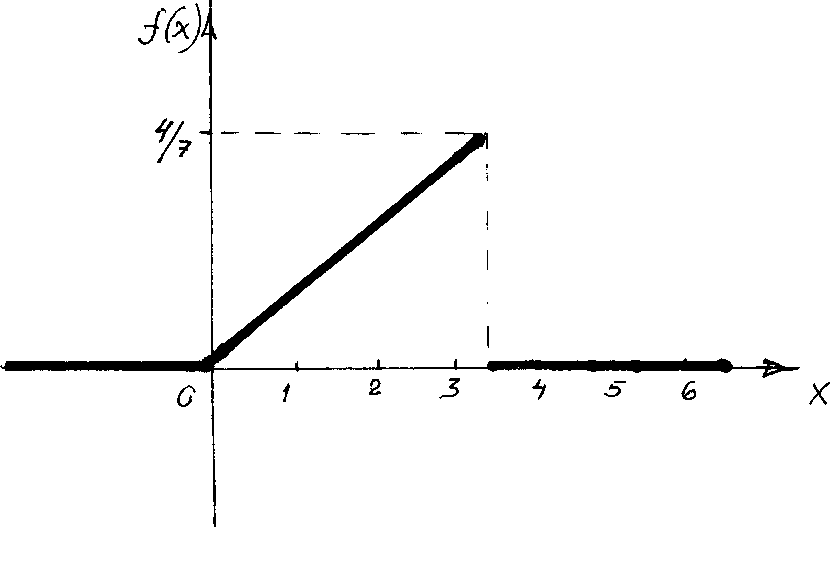


График функции плотности распределения:



Задание 13. Задано статистическое распределение выборки. Требуется:

а) найти распределение относительных частот;

б) построить полигон относительных частот;

в) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;

г) найти несмещенные статистические оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения в генеральной совокупности.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| ni | 20 | 10 | 14 | 6 | 10 |

Решение:

а) Найдем объем выборки:



Относительные частоты определяем по формуле : 

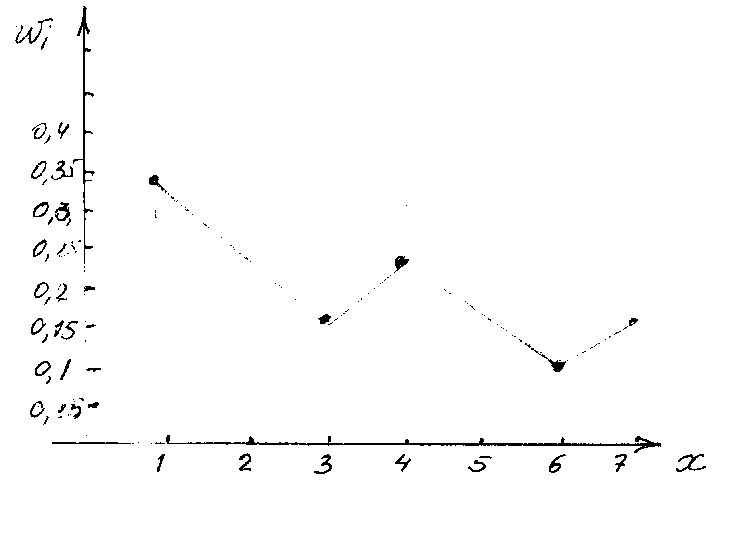


Запишем распределение относительных частот :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| wi | 0,33 | 0,17 | 0,23 | 0,1 | 0,17 |

Контроль: 

б) Построим полигон относительных частот:



в) Эмпирическая функция



где  число вариант, меньших х ;

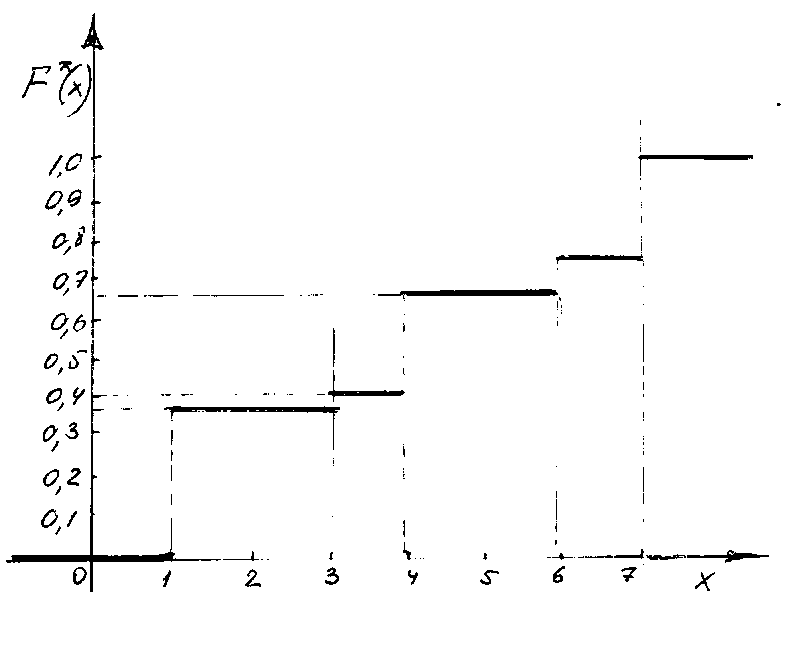
п – объем выборки, может быть представлена в виде:



Тогда, искомая эмпирическая функция будет иметь вид :



Строим график функции 



г) Несмещенной оценкой математического ожидания в генеральной совокупности является выборочная средняя:



Найдем эту оценку:

xв = (1∙20+3∙10+4∙14+6∙6+7∙10) = = 3,53;



Несмещенной оценкой дисперсии в генеральной совокупности является исправленная выборочная дисперсия:



где DB – выборочная дисперсия.

Найдем выборочную DВ :

= 



= (400+300+784+216+700) – 12,46 = 27,54;



Найдем исправленную дисперсию, т.е несмещенную оценку генеральной дисперсии:



Несмещенной оценкой среднего квадратического отклонения в генеральной совокупности служит исправленное среднее квадратическое отклонение:

.

Найдем эту оценку:

.

Задание 14. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на Х по данным, приведенным в корреляционной таблице

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х  Y | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 |
| 10 | 5 | 1 | - | - | - | - |
| 15 | - | 6 | 5 | - | - | - |
| 20 | - | - | 6 | 35 | 9 | - |
| 25 | - | - | 8 | 9 | 2 | - |
| 30 | - | - | - | 7 | 1 | 6 |

Решение:

□ Определим частоты , т.е. суммы частот появления значений у в каждой строке таблицы. Аналогично, найдем частоты . Очевидно, что , т.е. суммы частот равны объему выборки. В результате получим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х  Y | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | ny |
| 10 | 5 | 1 | - | - | - | - | 6 |
| 15 | - | 6 | 5 | - | - | - | 11 |
| 20 | - | - | 6 | 35 | 9 | - | 50 |
| 25 | - | - | 8 | 9 | 2 | - | 19 |
| 30 | - | - | - | 7 | 1 | 6 | 14 |
| nx | 5 | 7 | 19 | 51 | 12 | 6 | n=100 |

Уравнение линейной регрессии Y на Х имеет вид:

,

где выборочный коэффициент корреляции.

Найдем значения параметров выборочного уравнения линии регрессии:



;



;

;



;



;

;







;

.

Подставляем полученные значения параметров в выборочное уравнение регрессии:

.

Тогда выборочное уравнение регрессии примет окончательный вид:

.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.2. – М.: Наука, 1985. – 506с.

2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2. – М.: Высшая школа, 1986. – 415с.

3. Доценко А.Д., Нагулин Н.И. Методические указания к практическим занятиям по курсу “Высшая математика” (Ряды). Харьков: ХИРЭ, 1992. – 38с.

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2000. – 400с.

5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2000. – 400с.