Контрольная работа

Краткие сведения и задачи по курсу векторной и линейной алгебры

Векторная алгебра

Вариант №21

1. Найти скалярное произведение .



1. При каком значении α векторы и ортогональны?



;;;



;;;



Два вектора ортогональны, когда их скалярное произведение равно нулю.



1. Для прямой М1М2 написать уравнение с угловым коэффициентом, в отрезках и общее уравнение. Начертить график прямой. М1(0,-3) М2(2,1).

Общий вид уравнения прямой с угловым коэффициентом записывается в виде:

y-y1=k(x-x1),

значит для прямой М1М2

у+3=kx

Общий вид уравнения прямой, проходящей через две точки записывается в виде:

,



значит для прямой М1М2



Общий вид уравнения прямой в отрезках записывается в виде:

,



Здесь



Уравнения прямой в отрезках для прямой М1М2

;



1. В треугольнике М0М1М2 найти уравнение медианы, высоты, проведенных их вершины М0, а также уравнение средней линии EF, параллельной основанию М1М2.(М0(-1,-2); М1(0,-3); М2(2,1)).

Найдём координаты точки М3, координаты середины стороны М1М2:



уравнения прямой, проходящей через две точки записывается в виде:

,



уравнение для высоты М0М3:



Найдём уравнение прямой М1М2:



Из условия перпендикулярности (k2=-1/k1) следует, что k2=1/2.

Уравнения прямой с угловым коэффициентом записывается в виде:

y-y1=k(x-x1),

тогда уравнение для высоты примет вид:

y+1= (x+2)/2

или

x+2y=0.

Расстояние от точки М(x0,y0) до прямой Ax+By+c=0 находится по формуле:



Чтобы найти длину высоту, найдём расстояние от точки М0(-3,-5) до прямойМ1М2, уравнение которой имеет вид -x+2y-4=0. Подставим данные в формулу(1):



Найдём координаты точек Е иF.

Для точки Е: x=-1/2; y=-5/2; E(-1/2;-5/2).

Для точки F: x=1/2; y=-1/2; F(1/2;-1/2).

Уравнение прямой EF:

y+5/2=-2x-1 или 2x+y+3,5=0.

1. По каноническому уравнению кривой второго порядка определить тип кривой, начертить её график. Найти координаты фокусов, вершин и центра (для центральной кривой).



(1)



Воспользуемся параллельным переносом (O’(-3,-1))

(2)



Подставим (2) в (1), получим



кривая второго порядка является эллипсом.

F1(c;0); F2(-c;0).



т.к.



Координаты центра: O’(-3,-1).



1. Преобразовать к полярным координатам уравнения линии.



1)



2)



Первое уравнение представляет собой (при любых значениях φ) полюс О. Второе – дает все точки линии, в том числе полюс. Поэтому первое уравнение можно отбросить. Следовательно, получаем:



Линейная алгебра

Матрицы

Ответы на вопросы

1. *Дайте определение обратной матрицы. Какие вы знаете способы вычисления обратной матрицы?*

Матрица В называется обратной для матрицы А, если выполняется условие АВ=ВА=Е, где Е – единичная матрица. Способы вычисления обратной матрицы: 1) использование алгебраических дополнений; 2) привести исходную матрицу к ступенчатому виду методом Гаусса, после чего необходимо преобразовать её в единичную .



1. *Как записывается система уравнений в матрично-векторной форме? Как найти решение системы уравнений при помощи обратной матрицы?*

Система уравнений в матрично-векторной форме записывается в виде: .



Решение системы уравнения при помощи обратной матрицы:



1. *Сформулируйте, в чем состоит процедура Гаусса и для решения каких линейных задач применяется?*

Процедура Гаусса используется для решения систем линейных уравнений и состоит в следующем:

Выполняются элементарные преобразования, вследствие чего можно получить два исхода:

1. получается строчка, в которой до черты стоят нули, а после – ненулевое число, тогда решения нет;
2. система приводится к лестничному виду.

Если в системе лестничного вида число уравнений совпадает с числом неизвестных, то решение единственное.

Если число уравнений меньше чем число неизвестных, то решений бесконечное множество. В этом случае неизвестные разделяются на зависимые и свободные. Число зависимых неизвестных совпадает с числом уравнений.

Задача 1.



X4-свободная переменная

r = 3

система совместима.



Задача 2



т.к. detA0, то матрица является невырожденной.



А11=3;А12= -1;А13= -10;А21=0;А22=0;А23= -1;А31=0;А32= -1;А33= -1.

;



.



.



.



5. Найти скалярное произведение .



1. При каком значении α векторы и ортогональны?



;;;



;;;



Два вектора ортогональны, когда их скалярное произведение равно нулю.



1. Для прямой М1М2 написать уравнение с угловым коэффициентом, в отрезках и общее уравнение. Начертить график прямой. М1(2,-2) М2(1,0).

Общий вид уравнения прямой с угловым коэффициентом записывается в виде:

y-y1=k(x-x1),

значит для прямой М1М2

у+2=k(x-2)

Общий вид уравнения прямой, проходящей через две точки записывается в виде:

,



значит для прямой М1М2



Общий вид уравнения прямой в отрезках записывается в виде:

,



здесь



Уравнения прямой в отрезках для прямой М1М2

;



y=-2x+2



1. В треугольнике М0М1М2 найти уравнение медианы, высоты, проведенных их вершины М0, а также уравнение средней линии EF, параллельной основанию М1М2.(М0(-3,-5); М1(2,-2); М2(1,0)).

Найдём координаты точки М3, координаты середины стороны М1М2:



уравнения прямой, проходящей через две точки записывается в виде:

,



уравнение для высоты М0М3:



Найдём уравнение прямой М1М2:



Из условия перпендикулярности (k2=-1/k1) следует, что k2=-1/2.

Уравнения прямой с угловым коэффициентом записывается в виде:

y-y1=k(x-x1),

тогда уравнение для высоты примет вид:

y+5= -(x+3)/2

или

x+2y+13=0.

Расстояние от точки М(x0,y0) до прямой Ax+By+c=0 находится по формуле:



Чтобы найти длину высоту, найдём расстояние от точки М0(-3,-5) до прямойМ1М2, уравнение которой имеет вид 2x+y-2=0. Подставим данные в формулу(1):



Найдём координаты точек Е иF.

Для точки Е: x=-1/2; y=-7/2; E(-1/2;-7/2).

Для точки F: x=-1; y=-5/2; F(-1;-5/2).

Уравнение прямой EF:

y+7/2=-2x-1 или 2x+y+4,5=0.

1. По каноническому уравнению кривой второго порядка определить тип кривой, начертить её график. Найти координаты фокусов, вершин и центра (для центральной кривой).



(1)



Воспользуемся параллельным переносом (O’(-2,2))

(2)



Подставим (2) в (1), получим



кривая второго порядка является эллипсом.

F1(c;0); F2(-c;0).



т.к.



Координаты центра: O’(-2,2).



1. Преобразовать к полярным координатам уравнения линии.



1)



2)



Первое уравнение представляет собой (при любых значениях φ) полюс О. Второе – дает все точки линии, в том числе полюс,. Поэтому первое уравнение можно отбросить. Следовательно получаем:



Ответы на вопросы

1. Дайте определение обратной матрицы. Какие вы знаете способы вычисления обратной матрицы?

Матрица В называется обратной для матрицы А, если выполняется условие АВ=ВА=Е, где Е – единичная матрица. Способы вычисления обратной матрицы: 1) использование алгебраических дополнений; 2) привести исходную матрицу к ступенчатому виду методом Гаусса, после чего необходимо преобразовать её в единичную .



1. Как записывается система уравнений в матрично-векторной форме? Как найти решение системы уравнений при помощи обратной матрицы?

Система уравнений в матрично-векторной форме записывается в виде:

.



Решения системы уравнения при помощи обратной матрицы:



1. Сформулируйте, в чем состоит процедура Гаусса и для решения каких линейных задач применяется?

Процедура Гаусса используется для решения систем линейных уравнений и состоит в следующем:

Выполняются элементарные преобразования, вследствие чего можно получить два исхода:

1. получается строчка, в которой до черты стоят нули, а после – ненулевое число, тогда решения нет;
2. система приводится к лестничному виду.

Если в системе лестничного вида число уравнений совпадает с числом неизвестных, то решение единственное.

Если число уравнений меньше чем число неизвестных, то решений бесконечное множество. В этом случае неизвестные разделяются на зависимые и свободные. Число зависимых неизвестных совпадает с числом уравнений.

Задача 1.



r=2; система совместима.



х 3,x 4 – свободные переменные



;.



Задача 2.



т.к. detA0, то матрица невырождена.



А11=-1; А12=-3; А13=-1;А21=-3;А22=1;А23=2;А31=2;А32=-1;А33= -3.



.

