## Коллизии в рассуждениях

Анализ логических ошибок с помощью E-структур основан на том, что в рассуждении допускаются все возможные (порой составленные явно не по правилам Аристотелевой силлогистики) сочетания суждений. При этом из исходных посылок получаются все возможные следствия. Среди них могут оказаться и такие, которые говорят о том, что в посылках содержатся какие-то неприятности. Эти неприятности мы будем называть коллизиями.

Коллизиями E-структуры называются следующие ситуации, появляющиеся при построении CT-замыкания:

коллизия парадокса: появление в CT-замыкании по крайней мере одного из суждений типа X→ или →X;



коллизия цикла: появление в CT-замыкании по крайней мере одного цикла.

Вспомним, что циклом в графе называется путь, который начинается и заканчивается одной и той же вершиной. Но вначале мы рассмотрим коллизию парадокса.

Коллизия парадокса. Что означает отношение X→ в алгебре множеств (например, "Все мои друзья - не мои друзья")? Вспомним закон непротиворечия: X ∩= ∅. Из него явно следует, что отношение X⊆ может быть справедливым только в единственном случае, когда множество X равно пустому множеству. А из другого закона следует, что в этом случае должно быть равно универсуму. С точки зрения алгебры множеств такую ситуацию нельзя назвать катастрофической, но в обычном рассуждении это означает, что некоторый объект X, в существовании которого мы изначально не сомневались, оказывается несуществующим. Например, из суждения "Все мои друзья - не мои друзья" следует, что друзей у меня нет.



Простейшим случаем коллизии парадокса является соединение в одной E‑структуре двух контрарных суждений, например, A→B и A→. Посмотрим, что получится, если построить для этой пары суждений E-структуру (рис.1). Примером такой контрарной пары могут быть, в частности, такие суждения: "Все жирафы живут в Африке" и "Все жирафы не живут в Африке". Если мы построим контрапозиции исходных посылок, то увидим, что между терминами A и появились два пути, которые приводят к следствию A→ (рис.2). Содержательно такое суждение говорит о том, что все жирафы не являются жирафами. Причем получить это следствие можно двумя путями: A→B→ и A→→.

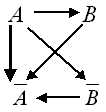
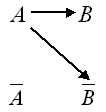


Рис.1 Рис.2

Другой простой случай коллизии парадокса для пары разных терминов и их отрицаний мы получим, если соединим в одной E-структуре два суждения A→B и →B. Сделав аналогичные построения, получим уже другую коллизию парадокса →A. Здесь пустым оказывается базовый термин , а роль универсума берет на себя термин A.



Попробуем смоделировать коллизию парадокса в примере, добавив в число посылок суждение S→ ("Все разумные люди не укрощают крокодилов"). Может быть, для кого-то это суждение само по себе не кажется парадоксальным, но в нашей системе оно вызывает катастрофу. Если не поленимся и построим CT-замыкание для нашей новой системы, то убедимся, что в нем появилась коллизия парадокса T→ (на схеме она будет представлена вертикальной стрелкой). Если мы считаем правильным суждение S→ и заодно все остальные посылки нашего примера, то мы тем самым должны признать, что людей, укрощающих крокодилов, не существует.



Но коллизия парадокса не всегда означает катастрофу. Иногда ее появление позволяет распознать в рассуждении явно лишние термины. В качестве примера такого рассуждения возьмем сорит Л. Кэрролла о парламенте, который был приведен в конце предыдущего раздела в качестве самостоятельного упражнения. Те, кто справился с этой задачей, наверное, смогли убедиться в том, что в этом сорите отсутствуют коллизии, но некоторые следствия кажутся несколько странными для членов парламента (например, "Все, кто не в здравом рассудке, являются членами палаты лордов" или "Все, кто принимает участие в скачках на мулах, являются членами палаты общин").

Предположим, что некто решил с помощью хитроумных тестов проверить умственные способности всех членов палаты лордов и в результате исследований получил следующий результат: "Все члены палаты лордов находятся в здравом рассудке". Этот результат по форме является суждением (кстати, многие факты также можно выразить в форме суждений), и мы можем ввести его в качестве дополнительной посылки в нашу систему.

Нетрудно убедиться, что в результате такого нововведения появляется коллизия парадокса: "Все, кто не в здравом рассудке, находятся в здравом рассудке". Отсюда ясно, что тех, кто не в здравом рассудке в нашем универсуме (т.е. среди членов парламента) нет, и мы можем теперь исключить из рассмотрения термин "те, кто не в здравом рассудке" и заодно альтернативный ему термин "те, кто в здравом рассудке". Заодно вместе с этим изъятием (или элиминацией) нужно исключить все связи, которые соединяют эти термины с другими терминами нашего рассуждения.

Удаление термина из рассуждения из-за коллизии парадокса не означает, что он исчезает бесследно. Просто один из терминов (в нашем примере - это термин "те, кто в здравом рассудке") становится необходимым свойством всего универсума.

Рассмотрим еще один пример, с помощью которого можно показать явное неравенство друг другу суждения и его обращения. Если дано некоторое суждение, то обратным суждением называется суждение, в котором правая и левая части переставлены. Например, суждением, обратным суждению A→B, будет суждение B→A.

Пример. Даны посылки:

Все мои друзья хвастуны и не скандалисты;

Все, кто хвастается, не уверен в себе.

А теперь предположим, что у нас имеются две гипотезы, которые нам необходимо проверить на совместимость с исходными посылками:

Г1: Все уверенные в себе не скандалисты;

Г2: Все, кто не скандалит, уверены в себе.

Ясно, что обе гипотезы содержат одни и те же термины, но каждая из них является обращением другой. Сначала запишем исходные суждения в математической форме, для чего введем следующие обозначения: D - мои друзья, H - хвастуны, S - скандалисты, Y - уверенные в себе. Тогда получим:

D→ (H, );



H→.



Строим граф (рисунок 3), при этом надо учитывать, что суждения типа D→ (H, ), в которых один субъект и несколько предикатов, на графе надо отображать в виде нескольких дуг, которые направлены от субъекта к каждому из предикатов суждения. Затем для каждого элементарного суждения (т.е. суждения, представленного на графе только одной дугой) строим следствие по правилу контрапозиции (рисунок 4). Нетрудно убедиться, что в данном рассуждении коллизии отсутствуют.

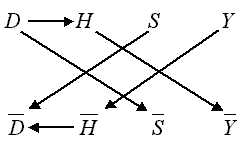
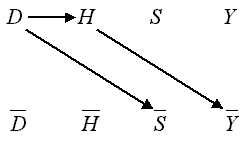


Рис.3 Рис.4

Надо построить две системы рассуждений, в одной из которых в состав исходных посылок добавлена гипотеза Г1, а в другой - гипотеза Г2. И тогда окажется, что гипотеза Г1 (Y→) не приводит ни к каким коллизиям, в то время как гипотеза Г2 (→Y) после соответствующих построений оказывается противоречивой. Одним из ее следствий оказывается суждение D→ (все мои друзья - не мои друзья). Поскольку есть основание предполагать, что множество "моих друзей" не является пустым, то мы принимаем первую гипотезу и отвергаем вторую.



Предложенные методы анализа рассуждений можно использовать не только для терминов, которые обозначают какие-либо конечные перечисляемые множества, но и для терминов, которые обозначают бесконечные множества с заданными свойствами. Рассмотрим бесконечные множества положительных целых чисел со свойствами делимости. Среди них имеются множества четных чисел, нечетных чисел, чисел, кратных трем, семи и т.д. Ясно, что каждое из этих множеств является потенциально бесконечным множеством. Обозначим эти множества соответственно N2 (четные числа), N3 (кратные трем), N5 (кратные пяти), N7 (кратные семи). Существуют соответственно и дополнения этих множеств, которые тоже являются потенциально бесконечными множествами: (нечетные числа), (не делящиеся на три), (не делящиеся на пять), (не делящиеся на семь).



Пример. Пусть имеется некоторое, возможно, бесконечное множество положительных целых чисел, в котором соблюдаются следующие соотношения:

N2⊆ (N3 ∩) (все четные числа делятся на 3 и не делятся на 5);



N3⊆ (все числа, кратные 3, не делятся на 7);



⊆ N7 (все числа не делящиеся на 5, кратны 7).



Спрашивается, имеются ли в этом множестве четные числа?

Чтобы ответить на вопрос задачи, выполним уже знакомые нам построения. Соотношения включения обозначим, используя стрелки (например, вместо N2⊆ (N3 ∩) запишем N2→ (N3,)), и построим граф исходных посылок (рисунок 5), а затем для каждого элементарного суждения построим его контрапозицию (рисунок 6, новые следствия показаны пунктирными дугами).

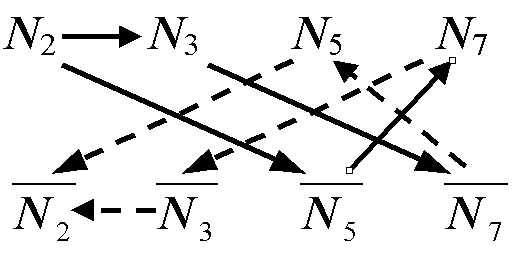
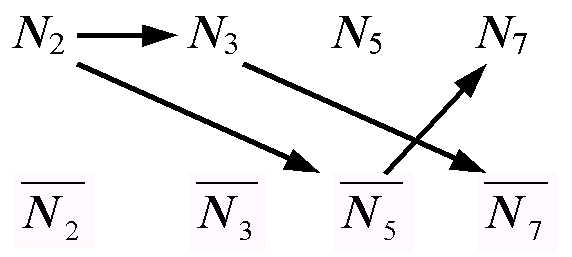


Рис.5 Рис.6

Выберем минимальный литерал (т.е. тот, в который не входит ни одна дуга). Им оказался литерал N2 (четные числа), т.е. тот, который нам и нужен для ответа на вопрос задачи. Построим из этого литерала возможные пути:

1-й путь: N2 → N3 →→ N5 →;



2-й путь: N2 →→ N7 → →.



В обоих случаях получена коллизия парадокса, из чего следует, что при данных условиях задачи четных чисел в этом множестве не должно быть.

Распознавать коллизию парадокса в E-структурах непосредственно по схеме далеко не всегда удобно, особенно когда в структуре много литералов. Если использовать верхние конусы, то можно сформулировать необходимое и достаточное условие существования этой коллизии. Для этого выполняем следующие действия:

выбрать верхние конусы всех минимальных элементов структуры (верхние конусы минимальных элементов называются максимальными верхними конусами);

в каждом из выбранных конусов проверить наличие или отсутствие пар альтернативных литералов (например, A и ).



использовать следующий критерий распознавания коллизии парадокса: если хотя бы в одном из максимальных верхних конусов встречается пара альтернативных литералов, то в структуре имеется коллизия парадокса, в противном случае коллизия парадокса отсутствует.

Например, в E-структуре из примера существует только один минимальный элемент, следовательно, имеется только один максимальный верхний конус

(N2, { N2, N3, , N5, , , N7, }),



в котором содержится 4 пары альтернативных литералов. Это говорит о том, что в структуре имеется коллизия парадокса.

Перейдем к рассмотрению другой коллизии - коллизии цикла. Рассмотрим сначала простой цикл между двумя терминами: A→B→A. Если сопоставить этот цикл с отношением включения между множествами, то окажется, что в данном случае этот цикл означает, что справедливы два отношения включения A⊆B и B⊆A. А это в свою очередь означает, что наши множества A и B равны друг другу, и соответственно термины, которые обозначают эти множества, имеют одно и то же содержание. Рассмотрим следующий пример.

Пример. Пусть заданы три посылки:

1) Все, что существует, подтверждается экспериментом.

2) Все неизвестное не подтверждается экспериментом.

3) Все известное существует.

Попробуем принять эти три посылки как аксиомы и построим для них соответствующую E-структуру. Обозначим: E - все, что существует, C - все, что подтверждается экспериментом, K - все, что известно. Соответственно обозначает то, что не существует, - то, что не подтверждается экспериментом, - то, что неизвестно. Теперь представим эти посылки в виде формальных суждений:



E → C;

→;



K → E.

Если теперь построить граф этого рассуждения и применить к трем посылкам правило контрапозиции, то на рисунке четко обозначатся два цикла: E→C→K→E и →→→.



Из законов алгебры множеств следует (строгое доказательство этого утверждения мы опустим), что для любой последовательности включений множеств, образующих цикл типа A→B→C→ … →A, справедливо равенство всех множеств, содержащихся в цикле. В нашем примере это означает, что все существующие, подтвержденные в эксперименте и известные явления полностью совпадают друг с другом. Если взять другой полученный в этой задаче цикл, то окажется, что все неизвестные, несуществующие и не подтвержденные в эксперименте явления также эквивалентны друг другу.

В традиционной логике такая ситуация определяется как логическая ошибка "круг в обосновании" (или "порочный круг"). Как тут не вспомнить крылатую фразу из рассказа Чехова: "Этого не может быть, потому что этого не может быть никогда"! Или менее известное в России шуточное высказывание Л. Кэрролла: "Как хорошо, что я не люблю спаржу, - сказала маленькая девочка своему заботливому другу, - ведь если бы я ее любила, то мне пришлось бы ее есть, а я ее терпеть не могу". Все это примеры "порочного круга".

В то же время приведенный пример трудно отнести к разряду удачных шуток. Скорее всего, это образец бессодержательной демагогии.

Однако коллизия цикла в E-структуре, так же как и коллизия парадокса, не всегда означает ошибку в рассуждении. Здесь многое зависит от конкретных примеров. Рассмотрим пример, в котором коллизия цикла позволяет уточнить свойства объектов, содержащихся в рассуждении.

Пусть известно, что система содержит какие-то объекты с независимыми свойствами E, C и K, и для каждого из этих свойств существует его альтернатива: , , . Например, нам известно, что в каком-то закрытом ящике содержатся предметы с различным сочетанием следующих свойств: они могут быть деревянными (E), либо пластмассовыми (); иметь форму шара (C), либо куба (); быть красного (K), либо зеленого () цвета. Нам не известно число предметов (их может быть сколь угодно много), но известны некоторые соотношения, которые можно выразить в форме суждений. Примером таких соотношений могут быть следующие:



Все деревянные предметы имеют форму куба (E→);



Все предметы зеленого цвета - шары (→C);



Все предметы красного цвета - деревянные (K→E).

Требуется определить, какие сочетания свойств невозможны для предметов, находящихся в этом ящике. Нарисуем схему для исходных суждений (рис.7) и добавим к ним контрапозиции исходных суждений (рис.8).

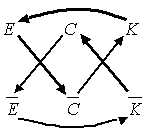
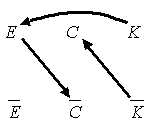


Рис.7 Рис.8

На рисунке 8 отчетливо видны два цикла: E→→K→E и →→C→. Отсюда понятно, что свойства E, , K присущи одному и тому же множеству и не присущи по отдельности другим множествам нашей системы. То же самое можно сказать и относительно свойств , , C. Из этого следует, что в ящике могут находиться только деревянные красные кубы и пластмассовые зеленые шары, а все остальные сочетания свойств исключаются. Например, в ящике не должно быть деревянных предметов зеленого цвета.



Для распознавания коллизии цикла алгоритмическим способом нужно использовать соответствие "CT-замыкание". При этом используется следующий критерий:

Если в CT-замыкании E-структуры существуют пары (E, M), у которых литерал E является элементом множества M, то в E-структуре имеется коллизия цикла, в противном случае коллизия цикла отсутствует.

Анализ коллизий позволяет нам разделить все типы E-структур на два класса: корректные и некорректные E-структуры. Закрепим эту классификацию с помощью строгих определений.

E-структура называется корректной, если в ней не содержится никаких коллизий, в противном случае такая E-структура называется некорректной.

Некорректная E-структура называется парадоксальной, если в ней содержится коллизия парадокса, и непарадоксальной в противном случае.

Рассмотренные ранее коллизии можно считать чисто формальными коллизиями, так как они выявляются только на основе сведений, которые содержатся в исходных посылках. Представим теперь ситуацию, когда мы из исходных посылок вывели какие-то следствия и оказалось, что коллизии отсутствуют. Надо бы радоваться, но мы вдруг почему-то решили проверить, насколько наши следствия соответствуют действительности. И вполне возможно, что в следствиях содержатся сведения, которые вступают в конфликт с нашими знаниями. Если у нас есть строгие основания для того, чтобы считать наши знания истинными, то в этом случае можно для данной E‑структуры установить еще один тип коллизии, который мы назовем коллизией неадекватности.

Примеры коллизий неадекватности нередко встречаются в процессе исторического развития научного знания. На определенном историческом этапе в научной картине мира имеется некоторая теория, с помощью которой объясняются многие известные факты или результаты экспериментов. Но наука не стоит на месте: появляются некоторые новые факты, многие из которых соответствуют существующей теории (т.е. являются следствиями ее исходных положений). Вместе с тем иногда появляются факты (или экспериментальные данные), которые противоречат следствиям существующей теории. И эти противоречия как раз и есть то, что мы назвали коллизией неадекватности. И тогда в науке наступает этап споров и дискуссий, который предшествует рождению новой теории. В данном случае коллизию неадекватности можно считать инициатором новых научных открытий.