# КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД

# МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ

1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Математическая модель линейной непрерывной многосвязной системы в физических переменных "вход-выход" при детерминированных воздействиях может быть представлена векторным дифференциальным уравнением в символическом виде [\*]:

, (1.1.1)



где – вектор размерности n выходных координат системы; – вектор размерности m управляющих воздействий; – вектор размерности m1 возмущающих воздействий; , , - полиномные матрицы размерностей , , соответственно, элементы которых являются полиномами от р с постоянными коэффициентами (например , - линейная комбинация относительно выходной координаты yj и ее производных); - символическое обозначение производной; t – время. При этом предполагается существование соответствующих производных от y(t), u(t), r(t) по t и kL>kG, kL>kN, где через kL, kG, kN обозначены порядки старших производных полиномов от р в соответствующих матрицах L(p), G(p) и N(p).



Уравнение движения САУ составляется на основе ее структуры и математического описания, входящих в систему элементов, и имеет вид уравнения (1.1.1), где u(t)=z(t) и z(t) - вектор задающих воздействий на систему.

Уравнение движения САУ (1.1.1), записанное относительно у(t), называется уравнением автоматического управления (УАУ)

, (1.1.2)



где , - матричные передаточные функции по задающему z(t) и возмущающему r(t) каналам соответственно.



Для определения собственных движений системы (1.1.1), то есть когда u(t)=0 (или z(t)=0) и r(t)=0, и ее порядка необходимо записать характеристический определитель

, (1.1.3)



и найти корни λj характеристического уравнения

. (1.1.4)



Система будет устойчивой, если вещественная часть всех корней характеристического уравнения (нули функции ) будет неположительной.



Общее решение неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений может быть представлено в виде суммы общего решения yo(t) однородной системы и частного решения уч(t) исходной неоднородной системы

, (i=1,…,n), (1.1.5)



где: Cij - коэффициенты, определяемые начальными условиями дифференциальных уравнений; q - степень характеристического уравнения.

1.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1.1.1

Построить сигнальный граф математической модели динамического режима САУ, записанной в переменных "вход–выход" в символической форме векторно-дифференциальным уравнением вида:



, , (1.2.1)



и определить характер свободного движения процесса по каналу “возмущающее воздействие r2 – выходная переменная y1“.

Решение

Сигнальный граф рассматриваемой САУ, в соответствии с уравнением (1.2.1) представлен на рис. 1.1.

Независимость выходных переменных yi в САУ определяется ее физическими свойствами и математически выражается в виде диагональности матрицы процесса L(p). На рис.1.1 независимость выходных переменных между собой отображается не связанностью вершин у1 и у2 сигнального графа, то есть независимостью уравнений между собой. Это позволяет решать уравнения независимо (отдельно) друг от друга.

y1

z1 r1

z2 r2

y2

Рис. 1.1. Сигнальный граф системы уравнений (1.2.1)

Для определения переходного процесса по каналу “возмущающее воздействие r2 – выходная переменная y1“ запишем его уравнение динамики

, (1.2.2)



которое представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение данного уравнения дается формулой (1.1.5) при j=2.

Для определения корней λ1,2 запишем характеристическое уравнение соответствующего однородного дифференциального уравнения

, (1.2.3)



и решая его, получим , . т. е. переходный процесс по рассматриваемому каналу является колебательным асимптотически сходящимся.



Задача 1.1.2

Математические модели динамических режимов управляемой и управляющей подсистем в переменных "вход–выход" в символической форме описываются векторно-дифференциальными уравнениями вида:

а) управляемая подсистема

,



, (1.2.12)



б) управляющая подсистема

, (1.2.13)



при нулевых начальных условиях, где yi(t), ui(t), ri(t), zi(t) – выходные, управляющие, возмущающие переменные и задающие воздействия соответственно.

Задание

1. Составить структурную схему многомерной САУ на основе принципа управления по отклонению и сформировать в ней отрицательные обратные связи.

2. Получить уравнение динамики многомерной САУ и ее характеристическое уравнение.

Решение

1.Структурная схема двумерной САУ с информационными каналами в подсистемах представлена на рис. 1.2. Настоящая схема синтезируется на основе принципа управления по отклонению и уравнений (1.2.12), (1,2.13).

При формировании отрицательных обратных связей в системе необходимо учитывать, что количество элементов обратного действия в контуре управления должно быть нечетным.

1.1. Контур управления выходным параметром у1(t).

Управляемая подсистема по каналу “” – элемент обратного действия. Рассогласование вводится в управляющее устройство в виде , то есть сумматор (элемент сравнения) является элементом обратного действия. Следовательно, канал управляющей подсистемы в рассматриваемом контуре должен содержать элемент обратного действия, поэтому элемент (р+1) матрицы должен быть со знаком минус [-(p+1)].



r1

r2

z1 u21 u11 y11



z2 u22 u12 y12



y22

y21

Рис. 1.2. Структурная схема двумерной САУ

1.2. Контур управления выходным параметром у2(t).

Управляемая подсистема по каналу “” – элемент прямого действия. Рассогласование вводится в управляющее устройство в виде , то есть сумматор (элемент сравнения) является элементом обратного действия. Следовательно, канал управляющей подсистемы в рассматриваемом контуре должен содержать элемент прямого действия.



2. Составление уравнения динамики многомерной САУ и определение ее характеристического уравнения.

Заданные уравнения (1.2.12), (1.2.13) в общем виде можно записать как

. (1.2.14)



Исключив из системы уравнений (1.2.14) промежуточную переменную u, получим

(1.2.15)



Перенося в левую часть уравнения многочлен от y(t) и оставляя в правой части многочлены от независимых переменных z(t), r(t) и учитывая, что , получим уравнение динамики



(1.2.16)



Характеристическое уравнение

. (1.2.17)



Задача 1.1.3

Математические модели динамических режимов управляемой и управляющей подсистем в переменных "вход–выход" описываются дифференциальными уравнениями вида:

а) управляемая подсистема

, (1.2.24)



при нулевых начальных условиях;

б) управляющая подсистема

, (1.2.25)



где yi(t), ui(t), ri(t), zi(t) – выходные, управляющие, возмущающие переменные и задающие воздействия соответственно.

Задание

1. Записать данные уравнения в символической форме и представить в векторно-дифференциальном виде;

Решение

Для записи данных уравнений в символическом виде необходимо обозначение производной заменить на символ р, то есть положить , а интеграл – на . После замены получим



а) управляемая подсистема

, (1.2.26)



б) управляющая подсистема

. (1.2.27)



Вводя векторы y(t)=[y1(t), y2(t)]T, u(t)=[u1(t), u2(t)]T, r(t)=[r1(t), r2(t)]T и учитывая, что

, (1.2.28)



получим следующие уравнения:

а) управляемая подсистема

,



. (1.2.29)



б) управляющая подсистема

, (1.2.30)



которые соответствуют уравнениям (1.2.12), (1.2.13) задачи 2.