Министерство образования и науки Украины

Днепропетровский Национальный Университет

Факультет электроники, телекоммуникаций и компьютерных систем

Кафедра АСОИ

**Расчётная задача №2**

«Исследование операций»

Выполнил:

Ст. группы РС-05

Проверил:

Доцент кафедры АСОИ

Саликов В.А.

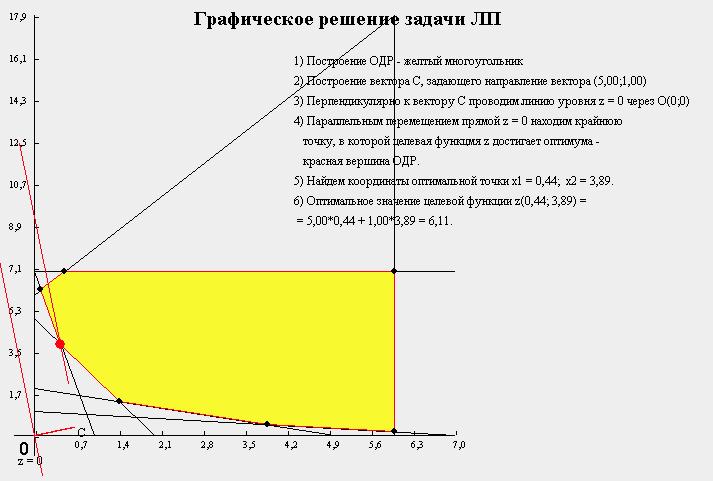
г. Днепропетровск

2007г.

***Условие задачи***



***1)Решим графическим методом***



Следовательно, оптимальное решение: X1=4/9

Х2=35/9

Минимальное значение целевой функции: Z=55/9

***2)Симплекс-метод***

В случае, когда одно или несколько ограничений имеют знаки ≥ или = невозможно получить решение. Для получения начального допустимого базиса вводят искусственные переменные R1,R2,R3,R4. Поскольку R1,R2,R3,R4 не имеют отношение к содержательной постановке задачи, то за их применение назначается штраф. В ходе решения задачи на заключительной итерации эти переменные должны принять нулевое значение и выйти из базиса.

Симплексный метод решения задачи линейного программирования основан на переходе от одного опорного плана к другому, при котором значение целевой функции возрастает (при условии, что данная задача имеет оптимальный план, и каждый ее опорный план является невырожденным). Указанный переход возможен, если известен какой-нибудь исходный опорный план.

##### Приведем задачу к каноническому виду:

Z=5x1+x2 min

Добавим в систему уравнений искусственные переменные R



при ограничениях:



x1 >= 0; x2 >= 0; x3 >= 0; x4 >= 0; x5 >= 0; x6 >= 0; x7 >= 0; x8 >= 0; x9 >= 0; R1 >= 0; R2 >= 0; R3 >= 0; R4 >= 0

Существуют базисные и небазисные переменные.

Включающиеся переменные называются небазисными в данный момент переменными, которые включаются в состав базиса на следующей итерации.

Исключаемые - базисные переменные, которые на следующей итерации подлежат исключению.

На следующем шаге необходимо подставить значение в целевую функцию:



Таким образом, задача в стандартной форме имеет следующий вид:



x1 >= 0; x2 >= 0; x3 >= 0; x4 >= 0; x5 >= 0; x6 >= 0; x7 >= 0; x8 >= 0; x9 >= 0; R1 >= 0; R2 >= 0; R3 >= 0; R4 >= 0

Перенесем члены целевой функции влево

z -5x1-1x2 = 0

Далее задача решается обычным симплекс-методом

Шаг 0. Используя линейную модель стандартной формы, определяют начальное допустимое базисное решение путем приравнивания к нулю n- m небазисных переменных.

Шаг 1. Из числа небазисных переменных (равных нулю) выбирается включаемая в новый базис переменная, увеличение которой обеспечивает больший по сравнению с остальными рост целевой функции (условие оптимальности). Если такой переменной нет, вычисления прекращаются и полученное решение является оптимальным. В противном случае, переходят к шагу 2.

Шаг 2. Из числа переменных текущего базиса выбирается исключаемая переменная, значение которой быстрее всех стремится к нулю при переходе к новой смежной точке (становящаяся небазисной и равной нулю при введении в базис новой переменной - условие допустимости).

Шаг 3. Определяется новое базисное решение (соответствующее новой смежной точке, т.е. новому составу базисных и небазисных переменных) и осуществляется переход к шагу 1.

Строим симплекс таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Решение | Оценка |
| Z |  |  |  | 0 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
|  | -2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 6 |
|  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | - |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 7 |
|  | 1 | 7 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 7 | 1 |
|  | 2 | 5 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 10 | 2 |
|  | 5 | 2 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 | 5 |
|  | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 7 |

- ведущий столбец



- ведущая строка



Из числа текущих небазисных переменных выбирается включаемая в новый базис переменная, увеличение которой обеспечивает улучшение целевой функции

Для определения нового базисного решения (шаг 3) воспользуемся методом Гаусса-Жордана:

А) новая ведущая строка = предыдущая ведущая строка / ведущий элемент;

Б) новое уравнение = предыдущему уравнению – {старый коэффициент ведущего столбца, соответствующий искомому уравнению \* новую ведущую строку}

Новая симплекс – таблица будет иметь следующий вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Решение | Оценка |
| Z |  | 0 |  | 0 |  |  |  | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  |  |
|  |  | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 5 | - |
|  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 6 |
|  |  | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 6 | - |
|  |  | 1 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 |
|  |  | 0 |  | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 5 |  |
|  |  | 0 |  | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 8 |  |
|  |  | 0 |  | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 6 |  |

- ведущий столбец



- ведущая строка



В столбцах векторов, входящих в базис, на пересечении строк и столбцов одноименных векторов проставляются единицы, а все остальные элементы данных столбцов полагают равными нулю.

В состав таблицы входят столбцы для базисных переменных и всех переменных, входящих в целевую функцию и ограничения, и, кроме того, столбец решений и отношений. Строками таблицы являются строки из коэффициентов при переменных в соответствующих уравнениях для базисных переменных.

Для решения задачи шага 1 из числа небазисных (равных нулю) переменных выбираем включаемую переменную, имеющую наибольший отрицательный коэффициент в z – уравнении (условие оптимальности), т.к. при этом обеспечивается максимальный прирост целевой функции в стандартной форме. Столбец с включаемой переменной становится ведущим.

Исключаемую переменную (шаг 2) определяем по минимальному положительному отношению правой части уравнения к соответствующему коэффициенту ведущего столбца (условие допустимости - обращение в нуль данной переменной в смежной точке). Строка, соответствующая исключаемой переменной, становится ведущей. Далее определяем ведущий элемент таблицы на пересечении ведущего столбца и строки

Во вводимой переменной в задаче минимизации является небазисная переменная, имеющая в Z-уравнении наибольший положительный коэффициент.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Решение | Оценка |
| Z | 0 | 0 |  | 0 |  |  |  | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 0 |  | 0 | 0 |  |  | - |
|  | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 |  | 0 | 0 |  |  | 42 |
|  | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  |  | - |
|  | 0 | 0 |  | 0 | -1 | 0 |  | 0 | 0 |  | 1 | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 |  | 0 | 0 | -1 |  | 0 | 0 |  | 0 | 1 |  |  |  |
|  | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  |  | 42 |

- ведущий столбец



- ведущая строка



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Решение | Оценка |
| Z | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  | 0 | 0 |  |  | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 |  |  | - |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 |  |  | - |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 |  | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 |  |  | 28 |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 |  | 0 | 0 | -1 |  | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 |  | -1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 1 |  |  |  |
|  | 1 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 |  |  | - |

- ведущий столбец



- ведущая строка



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Решение | Оценка |
| Z | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 1 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 1 | 0 | 0 |  |  | 0 |  | - |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | 1 | 0 |  |  | 0 |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 |  | - |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 | -1 |  |  | 0 |  | - |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  | -1 |  |  |
|  | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 |  | 15 |

- ведущий столбец



- ведущая строка



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Решение |
| Z | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 3 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 1 | 0 | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | -1 | 0 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |  | 0 | 0 | 0 | -1 |  |  |  |
|  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |

Если переменной для включения в базис нет и все коэффициенты при небазисных переменных - отрицательны, то полученное решение оптимально.

Таким образом, оптимальное решение задачи имеет вид:

,



Так как, значение целевой функции, вычисленное симплекс методом, совпало со значением, полученным в результате решения графическим методом, можно сделать вывод, что найденные значения верны.

