Пензенский приборостроительный колледж

**на тему:**

Метод касательных решения нелинейных уравнений

Выполнил: Ст-т 22п группы ЛЯПИН Р.Н.

Проверила: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Ковылкино – 1999 г.**

###### ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

**студент Ляпин Р.Н. группа 22п**

1. Тема: "Метод касательных решения нелинейных уравнений".
2. Изучить теоретический материал по заданной теме.
3. Составить блок схему алгоритма решения задачи .
4. Написать программу на языке Турбо-Паскаль для решения задачи в общем виде.
5. Выполнить программу с конкретными значениями исходных данных.
6. Определить корни уравнения х3 + 0,1 \* х2 + 0,4 \* х – 1,2 = 0 аналитически и уточнить один из них с точностью до 0,000001 методом касательных
7. Срок представления работы к защите: 10 мая 1999 г.
8. Исходные данные для исследования: научная и техническая литература.

*Руководитель курсовой работы:* **Кривозубова С.А.**

*Задание принял к исполнению:* **Ляпин Р.Н.**

##### РЕФЕРАТ

**Курсовая работа содержит:** страниц, 1 график, 5 источников.

**Перечень ключевых понятий:** производная, метод касательных, программирование, нелинейное уравнение.

**Объект исследования:** Корни нелинейного уравнения.

**Цель работы:** Определение корней нелинейного уравнения.

**Методы исследования:** изучение работ отечественных и зарубежных авторов по данной теме.

**Полученные результаты:** изучен метод касательных решения нелинейных уравнений; рассмотрена возможность составления программы на языке программирования Турбо-Паскаль 7.0

**Область применения:** в работе инженера.

#### СОДЕРЖАНИЕ

**стр.**

|  |
| --- |
|  |

ВВЕДЕНИЕ........................................ 5

1. Краткое описание сущности метода касательных

( метода секущих Ньютона).................... 7

2. Решение нелинейного уравнения аналитически .. 9

3. Блок схема программы ........................ 11

4. Программа на языке PASCAL 7.0 ............... 12

5. Результаты выполнения программы ............. 13

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННИХ ИСТОЧНИКОВ ............... 14

|  |
| --- |
|  |

#### ВВЕДЕНИЕ

Процедура подготовки и решения задачи на ЭВМ достаточно сложный и трудоемкий процесс, состоящий из следующих этапов:

1. Постановка задачи (задача, которую предстоит решать на ЭВМ, формулируется пользователем или получается им в виде задания).
2. Математическая формулировка задачи.
3. Разработка алгоритма решения задачи.
4. Написание программы на языке программирования.
5. Подготовка исходных данных .
6. Ввод программы и исходных данных в ЭВМ.
7. Отладка программы.
8. Тестирование программы.
9. Решение задачи на ЭВМ и обработка результатов.

В настоящей курсовой работе условие задачи дано в математической формулировке, поэтому необходимость в выполнении этапов 1 и 2 отпадает и сразу можно приступить к разработке алгоритма решения задачи на ЭВМ. Под алгоритмом понимается последовательность арифметических и логических действий над числовыми значениями переменных, приводящих к вычислению результата решения задачи при изменении исходных данных в достаточно широких пределах. Таким образом, при разработке алгоритма решения задачи математическая формулировка преобразуется в процедуру решения, представляющую собой последовательность арифметических действий и логических связей между ними. При этом алгоритм обладает следующими свойствами: детерминированностью, означающей, что применение алгоритма к одним и тем же исходным данным должно приводить к одному и том уже результату; массовость, позволяющей получать результат при различных исходных данных; результативностью, обеспечивающей получение результата через конечное число шагов.

Наиболее наглядным способом описания алгоритмов является описание его в виде схем. При этом алгоритм представляется последовательность блоков, выполняющих определенные функции, и связей между ними. Внутри блоков указывается информация, характеризующая выполняемые ими функции. Блоки схемы имеют сквозную нумерацию.

Конфигурация и размеры блоков, а также порядок построения схем определяются ГОСТ 19.002-80 и ГОСТ 19.003-80.

На этапе 4 составляется программа на языке Турбо-Паскаль. При описании программы необходимо использовать характерные приемы программирования и учитывать специфику языка. В качестве языка программирования выбран язык ПАСКАЛЬ ввиду его наглядности и облегченного понимания для начинающих программистов, а также возможности в дальнейшем использовать для решения более трудных задач.

Этапы алгоритмизации и программирования являются наиболее трудоемкими, поэтому им уделяется большое внимание.

В процессе выполнения курсовой работы студент готовит исходные данные, вводит программу и исходные данные. При работе ввод программы и исходных данных осуществляется с клавиатуры дисплея.

Отладка программы состоит в обнаружении и исправлении ошибок, допущенных на всех этапах подготовки задач к решению на ПЭВМ. Синтаксис ошибки обнаруживается компилятором, который выдает сообщение, указывающее место и тип ошибки. Обнаружение семантических ошибок осуществляется на этапе тестирования программы, в котором проверяется правильность выполнения программы на упрощенном варианте исходных данных или с помощью контрольных точек или в режиме пошагового исполнения.

Задание при обработке на ЭВМ проходит ряд шагов: компиляцию, редактирование (компоновку) и выполнение.

Обработка результатов решения задачи осуществляется с помощью ЭВМ. Выводимые результаты оформлены в виде, удобном для восприятия.

#### 1. Краткое описание сущности метода касательных

**( метода секущих Ньютона)**

Пусть на отрезке [a; b] отделен корень с уравнения f (x) = 0 и f -функция непрерывна на отрезке [a; b], а на интервале ]a; b[ существуют отличные от нуля производные f ’ и f ”.

Так как f ’(x)  0 , то запишем уравнение f (x) = 0 в виде :

x = x – ( f (x) / f ’(x)) (1)

Решая его методом итераций можем записать :

xn+1 = x n– ( f (x n) / f ’(x n)) (2)

Если на отрезке [a;b] f ’(x) \* f “(x) > 0, то нул – евое приближение выбираем x0=a. Рассмотрим геометрический смысл метода . Рассмотрим график функции y=f(x). Пусть для определенности f ‘(x) > 0 и f “(x) > 0 (рис. 1). Проведем касательную к графику функции в точке B (b, f (b)). Ее уравнение будет иметь вид :

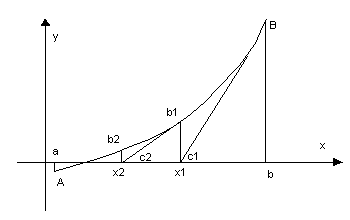
y = f (b) + f ’(b) \* (x – b)

Полагая в уравнении y = 0 и учитывая что f ’(x)  0, решаем его относительно x. Получим :

x = b – (f (b) /f ‘(b))

Нашли абсциссу x1 точки c1 пересечения касательной с осью ox :

x1 = b – (f (b) – f ’ (b))



Проведем касательную к графику функции в точке b1 (x1; f (x1)).Найдем абсциссу x2 точки с2 пересечения касательной с осью Ox :

x2 = x1 – (f (x1) / ( f ’(x1))

Вообще :

xk+1 = x k – ( f (x k) / f ’(x k)) (3)

Таким образом, формула (3) дает последовательные приближения (xk) корня, получаемые из уравнения касательной , проведенной к графику функции в точке b k (x k; f (x k0) метод уточнения корня c [a;b] уравнения f (x) = 0 с помощью формулы (3) называется методом касательной или методом Ньютона.

Геометрический смысл метода касательных состоит в замене дуги y = f (x) касательной, одной к одной из крайних точек . Начальное приближение x 0 = a или x0 = b брать таким, чтобы вся последовательность приближения х k принадлежала интервалу ]a;b[ . В случае существования производных f ’, f ”, сохраняющих свои знаки в интервале, за х0 берется тот конец отрезка [a;b], для которого выполняется условие f ’(х0) \* f (х0) > 0. Для оценки приближения используется общая формула :

|c-x k-1 |  | f (x k+1)/m| , где m = min f ’(x) на отрезке [a;b] .

На практике проще пользоваться другим правилом :

Если на отрезке [a;b] выполняется условие 0 < m < | f (x)| и заданная точность решения, то неравенство | x k+1-x k|   влечет выполнение неравенства |c-x k-1|  

В этом случае процесс последовательного приближения продолжают до тех пор, пока не выполнится неравенство :

|c-x k-1|  

#### 2. Решение нелинейного уравнения аналитически

Определим корни уравнения х3 + 0,1х2 + 0,4х – 1,2 = 0 аналитически. Находим : f (x) = х3 + 0,1х2 + 0,4х – 1,2

f ‘ (x) = 3х2 + 0,1х + 0,4

f (–1) = –2,5 < 0 f (0) = –1,2 < 0 f (+1) = 0,3 > 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -  | -1 | 0 | +1 | +  |
| sign f (x) | - | - | - | + | + |

Следовательно, уравнение имеет действительный корень, лежащий в промежутке [ 0; +1 ].

Приведем уравнение к виду x =  (x) , так , чтобы |  ‘ (x) | <1 при 0 x  +1.

Так как max | f ’(x) | = f ’(+1) = 3 + 0,1 + 0,4 = 3,5 то можно взять R = 2.

Тогда  (x) = x – ( f (x) / R) = x – 0,5 х3 – 0,05 х2 – 0,2 х + 0,6 = – 0,5 х3 – 0,05 х2 + 0,8 х + 0,6.

Пусть х0 = 0 , тогда х n+1 =  (х n).

Вычисления расположим в таблице.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | хn | х2n | х3n |  (хn). | f (x) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0,85 | -0,17363 |
| 2 | 0,85 | 0,7225 | 0,614125 | 0,9368125 | 0,08465 |
| 3 | 0,9368125 | 0,87761766 | 0,822163194 | 0,89448752 | -0,04651 |
| 4 | 0,89448752 | 0,800107923 | 0,715686552 | 0,917741344 | 0,024288 |
| 5 | 0,917741344 | 0,842249174 | 0,772966889 | 0,905597172 | -0,01306 |
| 6 | 0,905597172 | 0,820106238 | 0,74268589 | 0,912129481 | 0,006923 |
| 7 | 0,912129481 | 0,83198019 | 0,758873659 | 0,908667746 | -0,0037 |
| 8 | 0,908667746 | 0,825677072 | 0,750266124 | 0,910517281 | 0,001968 |
| 9 | 0,910517281 | 0,829041719 | 0,754856812 | 0,909533333 | -0,00105 |
| 10 | 0,909533333 | 0,827250884 | 0,752412253 | 0,910057995 | 0,000559 |
| 11 | 0,910057995 | 0,828205555 | 0,753715087 | 0,909778575 | -0,0003 |
| 12 | 0,909778575 | 0,827697055 | 0,753021048 | 0,909927483 | 0,000159 |
| 13 | 0,909927483 | 0,827968025 | 0,753390861 | 0,909848155 | -8,5E-05 |
| 14 | 0,909848155 | 0,827823665 | 0,753193834 | 0,909890424 | 4,5E-05 |
| 15 | 0,909890424 | 0,827900583 | 0,753298812 | 0,909867904 | -2,4E-05 |
| 16 | 0,909867904 | 0,827859602 | 0,753242881 | 0,909879902 | 1,28E-05 |
| 17 | 0,909879902 | 0,827881437 | 0,753272681 | 0,90987351 | -6,8E-06 |
| 18 | 0,90987351 | 0,827869803 | 0,753256804 | 0,909876916 | 3,63E-06 |
| 19 | 0,909876916 | 0,827876002 | 0,753265263 | 0,909875101 | -1,9E-06 |
| 20 | 0,909875101 | 0,827872699 | 0,753260756 | 0,909876068 | 1,03E-06 |

График функции y = х3 + 0,1х2 + 0,4х – 1,2



#### 3. Блок схема программы

Начало

a:=0;

b:=1;

c:=0.00000001;

y0:= f(b);

х n:= b;

нет

да

Конец

y0>c

х n:= х n+1;

х n+1:= (х n);

y0:= f(х n+1);

Печать на дисплей промежуточных

х n+1, f(х n+1)

Печать на дисплей конечных значений

х n+1, f(х n+1)

#### 4. Программа на языке PASCAL 7.0

**program** metod\_kasatel;{Название программы}

**uses Crt**; {Модуль дисплейных функций}

**var** {Блок описаний переменных}

xn,xn1,a,b,c,mx,y0,x0 :**real**;

**function** f1(x1:**Real**): **Real**; {Основная функция}

**begin**

f1 := x1\*x1\*x1\*(-0.5)-0.05\*x1\*x1+0.8\*x1+0.6;

**end**;

**function** f2(x4:Real): **Real**; {Производная от основной функции}

**begin**

f2 := x4\*x4\*x4+0.5\*x4\*x4+0.1\*x4\*x4+0.4\*x4–1.2;

**end**;

**begin** {Начало основного тела программы}

**Clrscr**; {Очистка экрана перед выполнением программы}

a:=0;b:=1;c:=0.00000001;

**Writeln**(' От A=',a,' до B=',b); {Вывод на экран}

**Writeln**(' Погрешность с=',c);

**Readln**; { Ожидание нажатия клавиши Enter}

xn:=b;

xn1:= f1(xn);

y0:=f2(b);

**while** **ABS**(y0)>c **do** {Проверка по точности вычисления корня}

**begin** {Тело цикла}

xn:=xn1;

xn1:=f1(xn);

y0:= f2(xn1);

{Печать промежуточного результата}

**Writeln**('xn=',xn,' xn+1=',xn1,' f(xn+1)=',y0);

**Readln**; { Ожидание нажатия клавиши Enter}

**end**; {Конец тела цикла}

**Writeln**('Конечные значения'); {Печать полученного результата}

**Writeln**(' xn+1=',xn1,' f(xn+1)=',y0);

**Readln**; { Ожидание нажатия клавиши Enter}

**end**. {Конец основного тела программы}**5. Результаты выполнения программы**

**От A= 0.0000000000E+00 до B= 1.0000000000E+00**

**Погрешность с= 1.0000000000E-08**

**От A= 0.0000000000E+00 до B= 1.0000000000E+00**

**Погрешность с= 1.0000000000E-08**

**xn= 8.5000000000E-01 xn+1= 9.3681250000E-01 f(xn+1)= 8.4649960270E-02**

**xn= 9.3681250000E-01 xn+1= 8.9448751986E-01 f(xn+1)=-4.6507647892E-02**

**xn= 8.9448751986E-01 xn+1= 9.1774134381E-01 f(xn+1)= 2.4288343840E-02**

**xn= 9.1774134381E-01 xn+1= 9.0559717189E-01 f(xn+1)=-1.3064617920E-02**

**xn= 9.0559717189E-01 xn+1= 9.1212948085E-01 f(xn+1)= 6.9234699658E-03**

**xn= 9.1212948085E-01 xn+1= 9.0866774587E-01 f(xn+1)=-3.6990702320E-03**

**xn= 9.0866774587E-01 xn+1= 9.1051728099E-01 f(xn+1)= 1.9678960780E-03**

**xn= 9.1051728099E-01 xn+1= 9.0953333295E-01 f(xn+1)=-1.0493249720E-03**

**xn= 9.0953333295E-01 xn+1= 9.1005799543E-01 f(xn+1)= 5.5884091853E-04**

**xn= 9.1005799543E-01 xn+1= 9.0977857497E-01 f(xn+1)=-2.9781681224E-04**

**xn= 9.0977857497E-01 xn+1= 9.0992748338E-01 f(xn+1)= 1.5865717614E-04**

**xn= 9.0992748338E-01 xn+1= 9.0984815480E-01 f(xn+1)=-8.4537703515E-05**

**xn= 9.0984815480E-01 xn+1= 9.0989042365E-01 f(xn+1)= 4.5040009354E-05**

**xn= 9.0989042365E-01 xn+1= 9.0986790364E-01 f(xn+1)=-2.3997676180E-05**

**xn= 9.0986790364E-01 xn+1= 9.0987990248E-01 f(xn+1)= 1.2785800209E-05**

**xn= 9.0987990248E-01 xn+1= 9.0987350958E-01 f(xn+1)=-6.8122881203E-06**

**xn= 9.0987350958E-01 xn+1= 9.0987691573E-01 f(xn+1)= 3.6295678001E-06**

**xn= 9.0987691573E-01 xn+1= 9.0987510095E-01 f(xn+1)=-1.9338276616E-06**

**xn= 9.0987510095E-01 xn+1= 9.0987606786E-01 f(xn+1)= 1.0303429008E-06**

**xn= 9.0987606786E-01 xn+1= 9.0987555269E-01 f(xn+1)=-5.4896190704E-07**

**xn= 9.0987555269E-01 xn+1= 9.0987582717E-01 f(xn+1)= 2.9248803912E-07**

**xn= 9.0987582717E-01 xn+1= 9.0987568093E-01 f(xn+1)=-1.5583464119E-07**

**xn= 9.0987568093E-01 xn+1= 9.0987575885E-01 f(xn+1)= 8.3031409304E-08**

**xn= 9.0987575885E-01 xn+1= 9.0987571733E-01 f(xn+1)=-4.4236003305E-08**

**xn= 9.0987571733E-01 xn+1= 9.0987573945E-01 f(xn+1)= 2.3572283681E-08**

**xn= 9.0987573945E-01 xn+1= 9.0987572766E-01 f(xn+1)=-1.2558302842E-08**

**xn= 9.0987572766E-01 xn+1= 9.0987573394E-01 f(xn+1)= 6.6920620156E-09**

**Конечные значения**

**xn+1= 9.0987573394E-01 f(xn+1)= 6.6920620156E-09**

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алексеев В. Е., Ваулин А.С., Петрова Г. Б. – Вычислительная техника и программирование. Практикум по программированию :Практ .пособие/ –М.: Высш. шк. , 1991. – 400 с.
2. Абрамов С.А., Зима Е.В. – Начала программирования на языке Паскаль. – М.: Наука, 1987. –112 с.
3. Вычислительная техника и программирование: Учеб. для техн. вузов/ А.В. Петров, В.Е. Алексеев, А.С. Ваулин и др. – М.: Высш. шк., 1990 – 479 с.
4. Гусев В.А., Мордкович А.Г. – Математика: Справ. материалы: Кн. для учащихся. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1990. – 416 с.
5. Марченко А.И., Марченко Л.А. – Программирование в среде Turbo Pascal 7.0 – К.: ВЕК+, М.: Бином Универсал, 1998. – 496 с.