Математическое моделирование при решении экологических задач

Цели: знакомство учащихся с методом математического моделирования, демонстрация применения метода математического моделирования для решения экологических задач, установление и констатация связи наук математика-экология, повышение уровня экологической грамотности учащихся, воспитание умения здраво и логично мыслить, принимать обдуманные, рациональные решения, воспитание ответственности за последствия реализации принятых решений.

План

1)Сообщение о важности заботы о сохранении всего живого на Земле.

2)Постановка целей урока.

3)Выделение этапов метода математического моделирования.

4)Применение метода математического моделирования для решения экологических задач:

а) объяснение первой задачи;

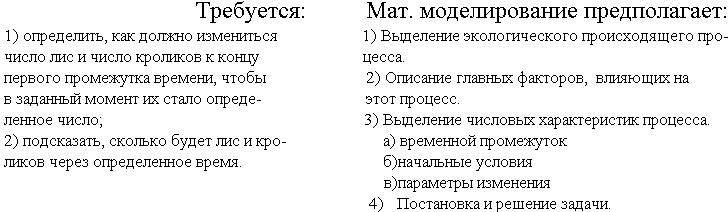
б) совместное решение второй задачи;

в) самостоятельное решение третьей задачи.

5)Подведение итогов.

**Оформление доски перед уроком**

**(на закрывающейся доске)**



*Урок ведут вдвоем учитель и ученик. Этот методический прием способствует реализации гуманистического подхода в обучении - построению взаимоотношений между учителем и учащимися на основе делового сотрудничества и признания субъективности ребенка. Ведущий урок ученик получает прекрасную возможность для личностного развития, поскольку публичные выступления и подготовка к ним способствуют развитию речи, мышления, памяти, воображения, внимания, воспитанию уверенности в себе, умения управлять собой и другими людьми, повышению самооценки и др. Думается, что наличие ведущего-ученика делает общение учителя с учениками более психологически комфортным, укорачивая дистанцию “учитель-ученик”, и при соответствующих условиях может помочь в коррекции психологического климата классного коллектива*.

Учитель: Тема сегодняшнего урока “Математическое моделирование при решении экологических задач”. Урок мы проведем вместе с Наташей.

Ученик: С каждым годом на нашей планете становится все меньше и меньше диких животных. С начала 20 века учеными было открыто около 50 видов ранее неизвестных зверей и птиц. Но за это же время полностью исчезли с лица Земли не менее 100 других видов. Только одних млекопитающих пропало 25 видов.

Люди, не задумываясь о завтрашнем дне, о своем будущем, будущем фауны и всей живой природы, хищнически уничтожали животных.

Каролингский попугай, бескрылая гагарка, луговая курочка, дронт, белокрылая гагарка, - виды птиц, истребленные человеком. Тур, тарпан, зебра квагга, стеллерова корова, - звери, которых мы больше не увидим.

Множество других видов животных и растений находятся на грани исчезновения, поскольку деятельность человека сильно изменяет среду их обитания, лишает источников питания.

Этому способствуют вырубка лесов, вспашка степей, освоение пустынь, осушка болот, засорение рек промышленными отходами, загрязнение морей и атмосферы. Эти действия истребляют животных так же быстро, как и с помощью ружья, яда, и капканов.

*Изложение учителем и учеником вышеперечисленных фактов направлено на возникновение у учащихся интереса, на обращение их внимания на насущные экологические проблемы человечества, на роль каждого из них в обеспечении экологического здоровья планеты. Логическое построение дальнейшего изложения таково: 1)Вот положение, которое нужно исправить(неблагоприятная экологическая ситуация).*

1. *“ ... многое зависит и от нас с вами.”*
2. *Для этого нужно сделать то-то и то-то(применить метод математического моделирования).*

*Таким образом осуществляется мотивация учебной деятельности учащихся на данном уроке и решение задач экологического воспитания, формирование представления о роли математики в решении экологических проблем. Воспитывается интеллектуальное качество личности - компетентность (умение видеть проблему, владеть способами решения и добиваться успеха*).

Учитель: Как видите, одной из глобальных задач, стоящих перед человечеством, является забота о сохранении всего живого на Земле. Хотя над этой проблемой думают ученые-профессионалы (их называют экологами), но многое зависит и от нас с вами.

Сегодня на уроке мы попробуем моделировать некоторые экологические ситуации и просчитывать последствия наших решений. Например, что произойдет, если завезем или истребим несколько животных. Конечно, это будет не естественный эксперимент, а математическое моделирование.

Ученик (*подходя к доске, где сделана соответствующая запись о математическом моделировании, поясняет*): Математическое моделирование предполагает, во-первых, выделение экологического происходящего процесса, во-вторых, описание главных факторов, влияющих на этот процесс, в-третьих, выделение числовых характеристик процесса - временного промежутка, начальных условий, параметров изменения, в-четвертых, постановку и решение задачи.

Учитель: Мы с вами рассмотрим искусственную ситуацию и применим для нее метод математического моделирования. Представьте себе остров, на котором живут кролики и лисы. Травы для кроликов достаточно, а лисы питаются только кроликами. Необходимо спланировать деятельность администрации острова по регуляции численности данных видов животных. Требуется (*Учитель подходит к соответствующей записи на доске*) :

1)определить, как должно измениться число лис и число кроликов к концу первого промежутка времени, чтобы в заданный момент времени их стало определенное число;

2)подсказать, сколько будет лис и кроликов через определенное время.

Учитель (*ученику-ведущему*): С чего начнем ?

Ученик: С выделения процесса. В данном случае это изменение числа лис и числа кроликов. (*В это время учитель подчеркивает слова “измениться число лис и число кроликов” в поставленной задаче, которая записана на доске*.)

Учитель: Иначе можно определить этот процесс как развитие экосистемы “лисы-кролики”. Разберемся в этом процессе. Подумаем, какие факторы влияют на процесс.

Ученик: Во-первых, то, что травы для кроликов достаточно, во-вторых, то, что, лисы питаются только кроликами. Но главные факторы, влияющие на процесс - это число лис и число кроликов.

Учитель (*Делает по ходу разъяснения схему*): Действительно, посмотрите - есть лисы, есть кролики.

**Кролики дают пищу лисам, лисы питаются кроликами.**

**Кроме того, в популяциях лис и кроликов происходит саморегуляция.**

Оказывается, все зависит от числа лис и числа кроликов. Займемся определением числовых характеристик.

*Построение учителем схемы обеспечивает наглядность обучения, формирует у учащихся способность к словесно-образному переводу (т.е. к визуализации эколого-математического знания), к возможности одновременной работы двух способов кодирования информации - словесной и образной*.

Учитель: Вернемся к первому требованию задачи. Требуется определить, как должно измениться число лис и число кроликов к концу первого промежутка времени, чтобы в заданный момент их стало определенное число. Я думаю, что в решении поставленной задачи нам поможет таблица. Пока мы не определили, какой промежуток времени выберем. (*Учитель ставит в таблице справа от слова “через” знак “?” в двух первых колонках*.)

Ученик: За временной промежуток возьмем год, так как именно в течение года происходит сколько-нибудь заметное изменение числа животных одного вида в ответ на изменение числа животных другого вида. (*Учитель заполняет таблицу, стирая знаки “?” и вписывая “1 год”, “2 года”*.)

Учитель: Что дальше ?

Ученик: Зададим начальные условия. Пусть кроликов было 100, а лис было 40. (*Учитель вносит данные - 100 и 40 в соответствующую колонку таблицы*.)

Учитель: Определим параметры изменения числа лис и числа кроликов. Число лис зависит от числа кроликов: чем больше кроликов, тем больше пищи для лис и, как следствие, больше самих лис. Пусть число кроликов прямо пропорционально числу лис, α - коэффициент пропорциональности, он же - один из параметров изменения процесса. Зададим α=+2. Это означает, что каждый новый кролик дает жизнь двум новым лисам. (*Попутно учитель демонстрирует эту связь на схеме, подписывая α=+2*.)

Ученик: Лисы питаются кроликами. Чем больше лис, тем меньше кроликов и, чем меньше лис, тем больше кроликов. Пусть эта зависимость есть прямая пропорциональность с коэффициентом β=−1, т.е. каждая новая лиса лишает жизни одного кролика. (*В схеме возникает запись* β=−1.)

Учитель: Посмотрим, что произойдет, если при неизменном количестве кроликов число лис увеличится. Вследствие нехватки пищи их число должно уменьшаться. Происходит саморегуляция. Эту связь опишем при помощи прямой пропорциональности с коэффициентом γ=−1. (*На схеме подписывается* γ=−1.)

Ученик: Рассмотрим, как изменится число кроликов при неизменном количестве лис. Так как травы для кроликов достаточно, то с увеличением числа кроликов их рождаемость повысится и кроликов станет еще больше. Пусть данная зависимость есть прямая пропорциональность с коэффициентом δ=+1. (*Ученик подписывает на схеме* δ=+1.)

Учитель: Итак, экологический процесс выделен, главные факторы, влияющие на процесс, описаны числовые характеристики. Теперь перейдем к постановке задачи. Вернемся к требованиям. Определим, как должны измениться число лис и число кроликов к концу первого промежутка времени, чтобы в заданный момент времени их стало определенное число. Попробуем сформулировать задачу конкретнее.

*Переход от общей задачи к частной способствует развитию такой мыслительной операции, лежащей в основе образования понятий, как конкретизация и способности мыслить абстракно-дедуктивно.*

Ученик: Давайте определим, как должно измениться число лис и число кроликов к концу 1-го года, чтобы к концу 2-го года кроликов стало 120, а лис - 50. (*По произнесении этих слов учитель заполняет соответствующие места в таблице*.)

*Табличный способ оформления информации - один из приемов преподавания наглядными методами обучения. Очень удобен и лаконичен. Способствует активизации внимания при изучении учебного материала, развивает наглядно-образное мышление, обеспечивает построение понятийной мысли в процессе обратимых взаимопереводов словесного и образного способов кодирования информации. Кроме того, таблицы активно используются в современном мире.*

Учитель (*По мере объяснения заполняет таблицу и работает со схемой*.):

Пусть к концу 1-го года число кроликов изменится на x, а число лис на y. Тогда к концу 1-го года кроликов станет 100+x, а лис станет 40+y. При помощи схемы выясним, как будет меняться число кроликов в течение 2-го года. Одна из связей (саморегуляция) дает изменение числа кроликов +δ⋅x, то есть на +1⋅x, а другая - на β⋅y, то есть на −1⋅y.

Таким образом, к концу 2-го года кроликов станет (100+x)+x+y. Поскольку по условию задачи к концу 2-го года число кроликов должно стать 120, то получим уравнение (*записывает уравнение на доске*) (100+x)+x+y=120.

Ученик (*Объясняет по схеме. Учитель по мере объяснения заполняет таблицу*.) : Выясним, как будет меняться в течение 2-го года число лис, если к концу 1-го года их число изменилось на y. Одна из связей дает изменение числа лис к концу 2-го года на α⋅x, то есть на +2⋅x, а другая (саморегуляция) - на γ⋅y то есть на −y.

Таким образом, к концу 2-го года лис станет (40+y)+2x−y. Так как к концу 2-го года число лис должно стать 50, то получим уравнение (записывает уравнение на доске) (40+y)+2x−y=50.

Учитель: Посмотрите, мы получили систему уравнений. (*Объединяет на доске знаком фигурной скобки уравнения в систему*.)

(100 + x) + x + y = 120,

( 40 + y) + 2x − y = 50 .

Решите ее.

*Ученики получают* x=5, y= −10. *Таблица к этому моменту времени имеет вид:*

Учитель: Что же нужно сделать администрации острова, чтобы к концу 2-го года кроликов стало 120, а лис - 50 ?

Ученики: Отстрелять 10 лис и завезти 5 кроликов.

Учитель: Каковы будут последствия этого решения через 1 год ?

Ученики: Кроликов станет 100+5=105, лис станет 40-10=30. (*Учитель заполняет таблицу*.)

Учитель: Можно ли узнать, как изменится число лис (кроликов) в течении 2-го года, зная изменение числа лис (кроликов) в течение 1-го года ?

Ученики: Можно. Если число кроликов изменить на x, а число лис на y, то через год число кроликов по соответствующим связям схемы изменится на 1⋅x −1⋅y, а лис - на 2⋅x−1⋅y, то есть в течение 2-го года число кроликов по соответствующим связям схемы изменится на 5−(−10)=15, а число лис на 2⋅5−(−10)=20. (*Учитель заполняет соответствующие места в таблице*.) А можно было, зная, что в конце 2-го года кроликов стало 120, а в конце 1-го года кроликов было 105, найти изменение числа кроликов в течение 2-го года, составив разность 120−105=15. Аналогично, для лис - 50−30=20.

Учитель: Всегда хочется знать последствия принятых решений, то есть посмотреть, что же будет дальше. Поэтому, наверное, перед нами выдвигается 2-е требование. Вернемся к нему. Выясним, сколько будет кроликов и лис через 3 года. Что же нужно знать, чтобы ответить на поставленный вопрос?

Ученики: На сколько изменится число лис и число кроликов в течение 3-го года.

Учитель: А как подсчитать это изменение? Внимание на схему.(*Работает со схемой*.) Изменение числа кроликов к концу 2-го года на x=+15,а числа лис на y=+20 приводит к тому, что по соответствующим связям схемы число кроликов в течение 3-го года изменится на +1⋅x−1⋅y, на +1⋅15−1⋅20=−5. Через 3 года кроликов станет 120-5=115. (*Заполняет таблицу*.)

Ученик (*Объясняет по схеме*.): Изменение числа кроликов к концу 2-го года на

x=+15, а числа лис на y=+20 приводит к изменению числа лис в течение 3-го года на 2⋅x−1⋅y, на 2⋅(+15)−20=+10. Через 3 года лис станет 50+10=60.

(*Учитель заполняет таблицу*.)

Учитель: Итак, изменение числа кроликов в течение года можно посчитать по формуле x−y, а изменение числа лис - по формуле 2x−y, где x - изменение числа кроликов в течение предыдущего года, y - изменение числа лис в течение предыдущего года. Подсчитайте, сколько будет лис и кроликов через 4 года.

Ученики: 40 и 100. Так как в течение 3-го года число кроликов изменилось на −5, а лис - на +10, то в течение 4-го года число кроликов изменится на -5-10=-15, а число лис - на 2⋅(−5)−10=−20.

(*Учитель заполняет таблицу*.)

Учитель: Используемый нами метод позволяет подсчитать изменение числа лис и числа кроликов через 5 лет, через 6 лет, через 7 лет и так далее.

Информацию, представленную в виде таблицы, можно отобразить графически. (*Учитель предлагает вниманию учащихся плакаты с изображением графиков*.)

*Использование графиков, как и использование схемы и таблицы, направлено на обеспечение наглядности, задействование знаково-словесной и визуальной модальностей умственного опыта. Графики в полной мере отражают развитие экосистемы “лисы-кролики” с течением времени и зависимость главных факторов процесса друг от друга*.

Посмотрим, каковы будут последствия принятого администрацией решения - “привезти 5 кроликов и отстрелять 10 лис”. Графики показывают, что данная математическая модель экосистемы “лисы-кролики” имеет циклическую динамику. С течением времени экосистема не разрушается. Численность кроликов меняется в пределах 100-120 особей, лис - в пределах 30-60 особей. Решение администрации рациональное, экологически правильное.

Для данной математической модели и заданного начального числа кроликов и лис (соответственно 100 и 40) определите , каковы будут последствия следующего решения администрации - “привезти 10 лис и отстрелять 20 кроликов”, то есть x=−20, y=+10.

Ученики (*Решают задачу и желающие объясняют*.):

Так как в начале 1-го года кроликов было 100, а лис было 40, а в течение 1-го года их числа меняется на −20 и +10 соответственно, то через год кроликов станет 100−20=80, а лис 40+10=50. Изменение числа кроликов на −20, а числа лис на +10 повлечет изменение числа кроликов в течение 2-го года на −20−(+10)=−30, а числа лис - на 2⋅(−20)−(+10)=−50. Через 2 года кроликов станет 80−30=50, а лис станет 50−50=0.

Учитель: Посмотрите, к концу 2-го года число лис равно 0, то есть популяция лис исчезла, экосистема “лисы-кролики” разрушена. Следовательно, решение об отстреле 20 кроликов и привозе 10 лис принимать ни в коем случае нельзя.

Я думаю, что все вы согласитесь, что прежде, чем что-либо предпринять, нужно обдумать последствия своих решений и действий. Это важно в любой ситуации, в том числе и экологической. Ведь флора и фауна нашей планеты - это не случайное скопление различных видов животных, а единая, согласно функционирующая система и выпадение любого, самого незначительного звена ведет к серьезным изменениям. Вот почему важно сохранить каждый вид животных и растений. Каждый вид неповторим, интересен и нужен природе и человеку.

Как видите, немалую роль в решении проблемы сохранения жизни на Земле играет математика с ее методом математического моделирования.

Итак, при объяснении метода математического моделирования и его применения к решению экологических задач реализуется практическая направленность обучения, поскольку математический метод применяется к разрешению жизненной, практической, глобальной (!) ситуации - ситуации экологического неблагополучия планеты. Учитель сужает круг умственной деятельности учащихся в пределах математической модели “лисы-кролики”, в которой, пусть упрощенно, но отражается сущность природных и антропогенных явлений. Перед учащимися развертывается развитие процесса - изменение числа лис и числа кроликов. Ученик учится осмысливать явление в терминах прошлого (причин) и будущего (следствий), ориентируется на выявлении существенных, объективно значимых сторон явления. Применяя алгебраический метод (решение системы уравнений), учитель ставит детей в знакомую ситуацию, так как они уже достаточно занимались решением уравнений и их систем. Но вот интерпретация полученных результатов - +5, −10 (привезти 5 кроликов и отстрелять 10 лис) наделяет чисто алгебраические понятия и действия практическим смыслом. Из поставленной задачи учитель совместно с учениками извлекает обобщенные формулы ( 2x−y для лис и x−y для кроликов ), по которым можно подсчитать все дальнейшие последствия принятого решения по регуляции численности животных. Таким образом, осуществляется полное использование возможностей задачи по решению экологических проблем, обеспечивающее подсчет изменения количества животных в течение какого-либо года, количества животных через определенное время. Вслед за учителем ученики работают в трех режимах: со семой, с таблицей и по формулам (причем, переход на работу с формулами осуществляется после работы с числами, то есть конкретно-индуктивно).Наконец, демонстрация наглядных последствий принятого решения в третьей задаче (“подумаешь”, отстрелять 20 кроликов и привезти 10 лис , приводит к разрушению всей экосистемы. Приведенный пример должен оказать воздействие на эмоциональную сферу учащихся, что в свою очередь должно активизировать их умственную деятельность в направлении усвоения важности принятия хорошо обдуманных, рациональных решений.

Учитель (*Задает домашнее задание*.): Для заданной математической модели и заданного начального числа кроликов и лис (100 и 40 соответственно) определите, каковы будут последствия следующих решений администрации острова -

а)привезти 5 лис и 5 кроликов;

б)отстрелять 10 лис и 10 кроликов.

Благодарю вас за работу.

*Выполнение домашнего задания должно закрепить знания, умения и навыки по применению метода математического моделирования при решении экологических задач, показать другие возможные варианты развития экосистемы “лисы-кролики” в зависимости от значения главных факторов, влияющих на процесс*.

*Следует также отметить, что описанные выше методические приемы направлены на интеллектуальное воспитание учащихся - на усложнение, обогащение и наращивание индивидуального ментального опыта ученика, то есть на воспитание человека, способного разобраться в любой ситуации, как учебной, так и жизненной*.