**Греческая математика эллинистического периода**

Ткаченко А.Е., студент, Казакова Е.И., д.т.н., проф.

Донецкий национальный технический университет

Прежде всего необходимо четко себе представлять в каких исторических условиях развивалась греческая математика того периода. У известного исследователя истории математики Ван-дер-Вардена мы можем найти ответ на этот вопрос. С его точки зрения после Аполлония Пергского греческая геометрия сразу кончается. Есть, правда, некоторые проблески в виде работ Диокла и Зенодора, которые время от времени решали некоторые задачи, оставшиеся им от Архимеда и Аполлония словно крохи от пира великих . Выходили сборники вроде сочинения Паппа Александрийского. Математика в основном применялась для решения астрономических и практических задач, разрабатывалась плоская и сферическая тригонометрии . Но появление тригонометрии так и осталось единственным значительным достижением того времени . Геометрия конических сечений дожила до Декарта в том виде, который придал ей Апполоний.

Причем произведения самого Аполлония читались очень мало и даже частично были утрачены . «Метод» Архимеда так же долгое время оставался без внимания как и проблема интегрирования , пока за нее не взялись снова в XVII веке прежде всего в Италии (метод неделимых Кавальери – Галилея) . Несмотря на то, что семена проективной геометрии уже были посеяны, довести ее до плодов смогли только Дезарг и Паскаль. Исследование высших плоских кривых производили спорадически. Системное исследование было невозможно вследствие нехватки алгебраических средств. Традиционно передавались из поколения в поколение вплоть до нашего времени без каких-либо изменений геометрическая алгебра и теория пропорций, хотя смысл их уже был в, сущности, непонятен. Арабы создали свою алгебру заново, начиная ее с гораздо более примитивной формы . Теория иррациональностей пояснялась комментариями, но толком ее уже не понимали. Так Ван-дер –Варден подводит нас к выводу, что греческая геометрия зашла в тупик.

Конечно, политические и экономические отношения в стране играют далеко не последнюю роль. Наука того времени стала принадлежностью придворных, попала в зависимость от библиотек и царских субсидий. Войны, тяжелые налоги, а позднее и римское владычество, выжимавшее из населения все соки – все это положило конец благосостоянию эллинистических стран. К тому же, когда Цезарь попал в Александрии в осаду, большая часть знаменитой библиотеки сгорела . Римские же императоры достаточно прохладно относились к чистой науке . А богатые римляне если и пускали к себе греческих деятелей культуры, то в основном скульпторов, педагогов и историков, но математиков к себе не приглашали.

Но хотя приведенные выше факты и играют не последнюю роль, но объясняют далеко не все. Собственно говоря они лишь помогают понять, почему наука время от времени останавливалась, но не дают объяснения тому, что она в сущности пошла назад и пришла в полный упадок . Кроме того, если сравнивать развитие астрономии и математики, то тут мы видим существенную разницу. В астрономии были короткие и длинные периоды остановки, но после их окончания работа каждый раз возобновлялась с того места с которого остановилась . Гиппарх (150 до н. э .) продолжал работу Аполлония и привлек вавилонские наблюдения . Около 150 н. э . Птолемей непосредственно примкнул к работам Гиппарха и развил теоретическую астрономию до поистине удивительной высоты. В течении последующих 300 лет, между Гиппархом и Птолемеем по-настоящему работа не прерывалась, и самим же Птолемеем упоминается о других авторах, которые пытались воспроизводить движения планет при помощи эксцентров и эпициклов. Так, индийская Сурья-Сиддханта в значительной степени опирается на греческую астрономию. Великие арабские астрономы, как аль-Баттани, вносили улучшения в систему Птолемея. И даже Коперник исходил из Птоломеевой системы, как и Кеплер, отец современной астрономии. Все эти великие астрономы создавали свои труды опираясь на достижения своих предшественников, и оставляли свои открытия в веках .

В математике же дела шли совсем иначе. Так, например, незаслуженно выпустили из изучения труды Архимеда и Аполлония. Правда, продолжали еще изучать Евклида, но многие труды великих математиков были к тому времени уже утеряны, а другие считались необычайно трудными и большей частью не читались. Аль-Хваризми, отец арабской алгебры, сознательно решил не принимать во внимание «греческую ученость». Его целью было написать книгу доступную широким кругам, понятную простым людям, которым необходимо было решать задачи о делении наследства и которые нуждались в коротких и легких правилах для составления и решения алгебраических уравнений. И это на его работе, а не на работах великих греческих математиков, основывалась арабская алгебра, а после нее и алгебра возрождения.

Мы видим, что астрономия продолжает свое развитие, пусть и с некоторыми перерывами, но математика долгое время находится в упадке, а затем продолжает свое развитие, но уже на другой основе. Лишь политическими и экономическими факторами мы не сможем удовлетворительно объяснить этот упадок математики, поскольку те же факторы должны были бы оказывать аналогичное влияние и на развитие астрономии. Из этого можно сделать вывод, что какие-то внутренние причины должны были привести к упадку античной математики.

Эти внутренние причины очень хорошо вскрыл Цейтен в своем «Lehre von den Kegelschnitten im Altertum».

Как нам известно, алгебраический элемент всегда занимал важное место в геометрии греков. Теэтет и Аполлоний были в сущности своей алгебраистами: мыслили они алгебраически, но свои суждения облекали в геометрическую форму. Греческая алгебра была геометрической алгеброй. Она оперировала отрезками прямой и прямоугольниками, а не числами. И пока крепко держались требований строгой логики, это было неизбежно. Ведь «числами» были только целые или, в крайнем случае, дробные, но во всяком случае рациональные числа, а отношение двух несоизмеримых отрезков нельзя изобразить рациональными числами. Следовательно, по понятиям древних греков, его вообще нельзя было представить числом. К чести греческой математики нужно сказать, что она была неуклонно последовательна в своей логике.

Но то же самое обстоятельство и определило границы применения эллинской алгебры.

Так, уравнения первой и второй степени можно было передать на языке геометрической алгебры; в крайнем случае данный метод можно было применять и для записи уравнений третьей степени. Но пойти дальше можно было только посредством громоздких и утомительных вспомогательных средств пропорций.

Гиппократ, например, приводил кубическое уравнение:

x3=V

к пропорции

a:x = x:y = y:b

а Архимед писал уравнение третьей степени:

x2(a-x)=bc2

в виде пропорции:

(a-x):b=c2:x2

Таким сложным путем еще можно было добраться до уравнений четвертой степени, пример чего можно найти у Аполлония . Однако дальше пойти нельзя. Более того, чтобы получать результаты этим в высшей степени сложным методом нужно было бы быть еще и математическим гением и быть весьма искушенным по части преобразования пропорций при помощи геометрических фигур. Нашими алгебраическими обозначениями может пользоваться каждый техник или естествоиспытатель, а греческой теорией пропорций и геометрической алгеброй - только очень одаренный математик.

Кроме того, имеет место и другое обстоятельство – это трудность письменной передачи.

Для того чтобы читать доказательства у Аполлония, необходимо долго и напряженно размышлять. Вместо удобной алгебраической формулы стоит длинная фраза, где каждый отрезок обозначается двумя буквами, которые каждый раз нужно отыскивать на чертеже. Чтобы понять ход мыслей, приходится заменять эти фразы современными сжатыми формулами. Этого вспомогательного средства древние не имели: вместо этого у них было другое - устная передача.

При устном объяснении отрезки можно было указывать пальцем, делать ударения и паузы в особо важных местах и, кроме того, можно было рассказать, каким именно образом получилось данной доказательство. Все это отпадает в письменной формулировке строго классического стиля: доказательства закончены, логически обоснованы, но они ничего не подсказывают. Не можешь ничего возразить, чувствуешь, что попался в логическую ловушку, но не видишь, какая основная линия рассуждений за этим скрывается.

Таким образом, пока еще традиции были живы, пока еще каждое поколение могло передавать свою методику следующему все шло хорошо и наука процветала. Но как только по ряду причин внешнего характера устная передача прерывалась и оставались только одни книги, понимать труды великих предшественников становилось крайне сложно, а выйти за их пределы и двинуться дальше - почти невозможно.

Очень хорошее представление об этом дают комментарии Паппа Александрийского.

Труды Паппа Алекандрийского – это не только выдающиеся математические достижения, но и ценнейший источник познания истории древнегреческой математики. В своих произведениях Папп часто цитировал, обсуждал, и давал личностную оценку более чем тридцати математикам. Именно Папп донес до нас образ Евклида, как мягкого, в меру скромного и черезвычайно талантливого человека. И он же запечатлел в своих работах, знаменитое письмо Архимеда своему родственнику, сиракузскому царю, в котором и содержалась замечательная фраза: «Дайте мне точку опоры и я поверну Землю».

В распоряжении Паппа (320 н.э.) была великолепная Александрийская библиотека. Он мог пользоваться всеми трудами величайших математиков и астрономов. Он был талантлив, трудолюбив и даже энтузиаст, но он должен был большей частью изучать письменные произведения и встречал там те же самые трудности, что встречали и мы. Борясь с этими трудностями и стремясь облегчить труд тех, кто будет читать после него, Папп писал обширные комментарии, как, например, его комментарий к Птоломееву «Альмагесту» и к десятой книге Евклида. А его огромный сборник так же состоит из обширных комментариев к классикам. Если Папп находил какое – либо доказательство трудным или неполным, то он писал к нему пояснительную «лемму». Нередко Птоломей, или кто-нибудь другой из авторов, рассматривал лишь один из возможных вариантов; тогда Папп приводил подобные доказательства и для других случаев. Иногда получалось, например, что Аполлоний пользовался некоторым соотношением между отрезками, скажем, пропорциональностью или каким-нибудь соотношением между произведениями, не приводя доведенного до конца доказательства. Большей частью эти соотношения следовали из чертежа, получить их можно было имея навыки в преобразовании произведений или отношений. В таких случаях Папп обычно, не торопясь, шаг за шагом выводил эти соотношения их предложений, которые имеются у Евклида. Отсюда становится понятным, какого труда уже во времена Паппа стоило понимать вещи, которые при устной передаче были непосредственно ясны и просты.

Для дальнейшего развития математики были просто необходимы четкие алгебраические обозначения, но их нельзя было получить, развивая далее строгие греческие методы. Нужно было вернуться к наивной вавилонской точке зрения, не задумываясь, перемножать и делить друг на друга всевозможные величины, обращаться с выражениями типа 2+√5 как с обыкновенными числами, не очень расстраиваясь по поводу их иррациональности. Чтобы продвинуться вперед, надо было сначала сделать шаг назад. Что и сделали арабы .

Алгебра итальянского Возрождения имела в своей основе не греческую геометрическую алгебру, а арабскую алгебру. У арабов и итальянцев были довольно несовершенные обозначения, но французы Виет и Декарт, итальянец Бомбелли и голландец Симон Стевин упростили их, и отсюда начала свое развитие наша алгебра.

Ван-дер-Варден совершенно правильно указывает, что в области астрономии мы имеем непрерывное развитие начиная от Аполлония и Гиппарха и кончая Коперником и Кеплером. Поэтому было бы целесообразно ставить вопрос не о причинах упадка греческой математики, а о причинах изменения характера ее развития, когда вместо геометрии доминирующую роль стала играть астрономия, а «чистая» математика и механика служили лишь вспомогательными науками для нее.

Он отмечает влияние вавилонской математики на греческую, но оставляет без внимания вопрос о влиянии вавилонской астрономии на греческую. А ведь именно в нем можно было бы искать ответ на поставленный вопрос. Исходя из того, что где-то в 8-7 веках до н.э. стали происходить изменения в мировоззрении древних вавилонян, когда ведущую роль перестала играть вера в земных богов, изъявляющих свои желания посредством природных явлений и возросла вера в неумолимый мировой закон-фатум или рок, посланниками которого к людям стали небесные явления, вследствие чего возрос интерес к изучению астрономии и началось ее активное развитие, можно говорить и о развитии греческой астрономии под влиянием вавилонской.

И тем не менее греческая математика продолжала развиваться как самостоятельная наука благодаря таким выдающимся ученым как Менелай, Герон Александрийский, Папп Александрийский, Ипатия и др.

**Список литературы**

Ван-дер-Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука: математика древнего Египта, Вавилона и Греции: - М.: Госиздат, 1959. – 459 с.

Крыситский В. Шеренга великих математиков: - Варшава: Наша Ксенгарня, 1981.- с.31-34.