**Математическое моделирование потребностей регионов в педагогических кадрах**

Н.В. Перцев, Омский государственный педагогический университет, кафедра математического анализа

**1. Введение**

Потребность некоторого региона в педагогических кадрах зависит от сочетания различных факторов демографического и социально-экономического характера. Эти факторы подвержены изменениям, которые влияют на количество учителей, работающих в школах региона, поэтому количество учителей может быть недостаточным, избыточным или соответствующим потребности в них. Соотношения между количеством работающих учителей и потребностью в них могут регулироваться за счет изменения некоторых параметров, численно выражающих влияние указанных факторов. К ним относятся, в частности, такие параметры, как средняя нагрузка учителей, граница допустимого возраста работы в школе (свыше пенсионного возраста), планы наборов в педвузы и училища, включая обучение на коммерческой основе. Конкретные значения этих параметров могут задаваться руководителями системы образования под влиянием реальной демографической и социально-экономической ситуации в регионе. В данной работе описан один из возможных подходов, позволяющий определять наиболее рациональные значения перечисленных параметров. Предлагаемый подход опирается на прогноз динамики количества учителей в школах региона с помощью математической модели. Определение искомых параметров сводится к постановке и решению задачи о нахождении оптимальных значений некоторых из параметров модели.

**2. Описание модели**

Динамика педагогических кадров в школах региона определяется балансовыми соотношениями между числом ежегодно увольняющихся и принимаемых на работу учителей. Пусть моменты времени t = t0, t1, t2,  означают начало очередного учебного года, причем tk = tk-1+1, k=1, 2, , t0 - фиксировано, например, t0 = 1996. Примем, что величина y(t) задает общую численность учителей некоторой специальности, например, учителей математики в рассматриваемом регионе. Распределение численности учителей по возрасту будем описывать величинами y0(t), y1(t), , ym(t), такими, что y(t) = mi=0 yi(t). Здесь индекс i = 0, 1, , m означает условный возраст учителей, i=0 задает наименьший возраст (для выпускников педвузов и училищ), i = 1 - следующий возраст, , i = m задает границу допустимого возраста работы в школе (этой границей может быть пенсионный или больший возраст). Пусть qi(t) - средние доли ежегодно увольняющихся учителей условного возраста i, 0 qi(t) 1, 0 i m, (без учета выхода на пенсию). Тогда величина

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | y0(t) = | m-1  i = 0 | [(1 - qi(t - 1)) yi(t - 1)] | |

равна общему количеству учителей, оставшихся работать в школах к началу очередного учебного года t (здесь и далее выражение [a] обозначает целую часть числа a).

Прием на работу в школы учителей условного возраста i будем описывать с помощью неотрицательных функций fi(t), которые показывают, сколько учителей данного условного возраста принято на работу в начале учебного года t, 0  i  m. Предположим, что возрастной состав учителей y0(t-1), y1(t-1), , ym(t-1) в учебный год t-1 известен. Тогда возрастной состав учителей в учебный год t будет вычисляться по формулам

y0(t) = f0(t), y1(t) = [(1 - q0(t-1)) y0(t-1)] + f1(t), ..............................................................., yk(t) = [(1 - qk-1(t-1)) yk-1(t-1)] + fk(t), ................................................................, ym(t) = [(1 - qm-1(t-1)) ym-1(t-1)] + fm(t).

Установим вид функций fi(t), входящих в эти формулы. Пусть S(t) означает потребность региона в учителях фиксированной специальности на начало учебного года t. Значение S(t) определяется учебным планом по данному предмету и количеством классов-комплектов в школах региона при условии, что все учителя работают на ставку. Далее будем считать, что S(t)  1 при всех t  t0. Примем, что (t) описывает среднюю нагрузку учителей на начало учебного года t. Предполагаем, что (t) может принимать некоторые значения из диапазона 1  (t)  2, где параметры 1 0, 2  1 задают нижнюю и верхнюю допустимые границы средней нагрузки учителей, например, 1 - 1,5 ставки. Зафиксируем S(t)/(t). Тогда величина d(t) = S(t)/(t)-y0(t) описывает разность между потребностью в учителях и их фактическим количеством на начало учебного года t. При d(t)  0 оставшихся учителей хватает, и новых учителей на работу можно не принимать. Если же d(t) 0, то можно либо увеличить (t), либо принять новых учителей, которые заполнят вакантные места. Общее количество вакантных мест V(t) и среднюю нагрузку (t) в учебном году t будем задавать соотношениями: если S(t)  1 y0(t), то V(t) = 0, (t) = 1, если же верно неравенство S(t) q1y0(t), то полагаем, что

V(t) = min{x}, x = 0, 1, 2, , 1(y0(t) + x) S(t)  2(y0(t) + x), (t) = S(t)/(y0(t) + V(t)).

Обозначим через A0(t), A1(t), , Am(t) количество учителей соответствующего условного возраста, обращающихся для трудоустройства в школы региона, по состоянию на начало учебного года t. Общее число A(t) учителей, принятых на работу к началу учебного года t, очевидно, равно

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | A(t) = min { | m  i = 0 | Ai(t), V(t)}. | |

Весь набор условных возрастов 0  i  m предcтавим в виде списка (i0, ,ik, , im), который устанавливает приоритетность приема на работу учителей определенного возраста. Например, если i0 = 0, то в первую очередь на работу принимаются молодые специалисты (выпускники педвузов и училищ). Далее полагаем

fi0(t) = min{Ai0(t), max{0, A(t)}}, fi1(t) = min{Ai1(t), max{0, A(t) - fi0(t)}},

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | fik(t) = min{Aik(t), max{0, A(t) - | k-1  n=0 | fin(t)}}, | |

2  k  m.

Заметим, что величина A0(t) может быть представлена в виде A0(t) = (t) + [pM(t-4)], где (t)  0 описывает численность молодых специалистов, прибывающих на работу из других регионов; M(t-4)  0 задает план набора студентов в педвузы и училища, расположенные в данном регионе; параметр 0  p  1 означает долю первоначально принятых на учебу студентов, успешно закончивших курс обучения и направляющихся на работу в школы региона (рассматривается пятилетний цикл обучения).

В завершение зададим начальные условия:

yi(t0) = ci, 0  i  m, M(t) = B(t), t0-4  t  t0,

где ci  0 означают начальную численность учителей в год t0; 0  i  m, B(t0-j) - планы наборов в педвузы и училища региона в течение пяти предшествующих лет; 0  j  4, включая год t0.

Представленные выше соотношения позволяют исследовать динамику численности учителей в течение заданного периода времени t0  t  T. Для проведения конкретных расчетов необходимо иметь значения начальных данных и параметров модели. Все параметры модели можно разбить на две группы. Первая группа параметров - функции S(t), qi(t), Ai(t), 0  i  m, (t) - отражает демографическую и социально-экономическую ситуацию в регионе. При решении задачи по прогнозу численности учителей на период 5 - 10 лет эти функции могут быть приняты постоянными либо могут описываться с помощью простейших, например, линейных зависимостей. Опыт обработки реальных данных [1] указывает на удовлетворительное описание этих функций с помощью линейных зависимостей. Значение параметра p также может быть установлено по статистическим данным. Вторая группа параметров - m, 1, 2, MT={M(t-4), t0  t  T } - может задаваться руководством системы образования региона на основе анализа данных по фактическому количеству работающих учителей и потребности в них. Один из способов выбора наиболее рациональных значений этих параметров описан в следующем разделе.

**3. Вычисление оптимальных значений параметров модели**

Исходя из смысла рассматриваемой задачи, будем выбирать такие значения второй группы параметров модели, чтобы количество учителей y(t) было бы как можно ближе к потребности в них S(t)/(t), t0  t  T. В качестве меры такой близости будем использовать максимальную за некоторый период Q = {t t0 : T-  t  T} разность между S(t)/(t) и y(t). Иначе говоря, введем функционал:

F = F(m, 1, 2, MT) = maxtQ S(t)/(t) - y(t),

минимальное значение Fmin  0 которого требуется найти. При решении экстремальной задачи F  min необходимо учитывать, что возможные значения второй группы параметров модели ограничены сверху :

|  |  |
| --- | --- |
| m  m\*, 1  2  \*, M(t)  M\*, tQT | (1) |

Здесь m\* - максимально допустимый возраст работы в школе; \* - максимальная средняя нагрузка учителей; M\* - максимальный план набора в педвузы и училища региона. Кроме того, в некоторых случаях планы наборов должны учитывать особенности социально-экономических и демографических условий региона в виде:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | G(T1,T2) = | T2  t=T1 | (t) M(t)  G\*, | | (2) |

где величина G(T1,T2) может означать, например, суммарную плату за обучение студентов в течение периода T1  t  T2, количество предоставляемых квартир и т. д.; G\* - их максимально допустимые значения; (t)  0 - коэффициенты пропорциональности, T1  t  T2.

Анализ рассматриваемой задачи показал, что оптимальные значения параметров модели должны определяться по следующей схеме: а) если существуют параметры m,1,2,MT, удовлетворяющие ограничениям (1), (2), причем F(m,1,2,MT)1, то среди них выбираются m,1,2, имеющие наименьшие значения, и MT, минимизирующие G(T1,T2); б) если для всех параметров m,1,2,MT, удовлетворяющих ограничениям (1), (2), верно неравенство F(m,1,2,MT)1, то ищется решение задачи Fmin с заданными ограничениями; в случае нестрогого экстремума параметры выбираются по способу, указанному в пункте а.

Вычисление искомых параметров проводится в три этапа: 1) параметры m,1,2 фиксируются, M(t) задается в виде линейной функции ML(t) = u +  t, где u,w - целочисленные параметры, подлежащие определению; 2) при фиксированных m,1,2 функция M(t) подбирается путем перебора возможных значений в некоторой окрестности ML(t); 3) окончательные значения всех параметров уточняются в режиме диалога с ЭВМ. Проведенный вычислительный эксперимент показал вполне приемлемую работу данного алгоритма.

Таким образом, приведенные модель и метод определения оптимальных значений ее параметров дают решение поставленной в работе задачи. Применение модели к исследованию потребностей конкретного региона в педагогических кадрах предполагает наличие статистических данных, позволяющих оценивать ее параметры S(t), qi(t), Ai(t), 0  i  m, (t), p. Эти данные должны накапливаться и храниться в соответствующих базах данных, а также быть доступными для обработки.

В ряде случаев расчеты могут проводиться по неполным данным на основе упрощенных вариантов модели. Минимальный набор данных включает в себя следующие компоненты: динамика числа классов-комплектов; средние доли ежегодно увольняющихся учителей и начальное количество учителей (независимо от возраста); распределение численности учителей по возрасту, близкому к предпенсионному. Остальные параметры модели могут варьироваться в некоторых пределах, что позволяет определить лишь интервальные оценки для искомых оптимальных значений параметров второй группы. Очевидно, что в этих случаях результаты прогнозирования динамики количества учителей на заданный период t0  t  T могут иметь весьма приближенный характер.

**Список литературы**

Перцев Н.В., Жуков С.И. Социально-экономические исследования в народном образовании Северо-Казахстанской области // Отчет по НИР Петропавловского пед. ин-та. Петропавловск, 1993. 96 с.