**Существование в геометрии. Анализ категорий модальности**

Гутнер Г.

Мы видели, что две влиятельные математические школы XX века, которые справедливо рассматриваются как соперничающие между собой, исходят, в конечном счете, из общего философского основания. Этим основанием явилась для них философия Канта. Поэтому мы имеем право говорить о кантианской (или, возможно, трансценденталистской) традиции в основаниях математики. Обсуждая проблему существования и математической онтологии, мы будем иметь в виду именно эту традицию. Совершенно очевидно, что она не является единственно возможной. Ей явно противостоит иная традиция, связанная с именами Фреге и Рассела и обосновывающая математическое рассуждения средствами логического позитивизма (или аналитической философии). Мы не будем касаться этой традиции в рамках настоящей работы. Наиболее естественным для нас сейчас будет подробное рассмотрение той интерпретации существования математических объектов, которая предлагается самим Кантом.

**1 Возможное и действительное в математике**

Обсуждать проблему существования, оставаясь в рамках "Критики чистого разума", довольно удобно, поскольку определение существования дано в этой книге явно. "Существование" - одна из трех категорий модальности и Кант весьма подробно описывает каким способом рассудок определяет предмет как существующий. С другой стороны, однако, определение существования (действительности) дается здесь в совокупности с определением двух других категорий модальности и может быть правильно понято лишь при сопоставлении с ними. Обратимся к непосредственному описанию обсуждаемых категорий: возможности, действительности и необходимости. Такое описание приведено в главе "Система всех основоположений чистого рассудка" и названо "Постулаты эмпирического мышления вообще".

"1. Что согласно с формальными условиями опыта (что касается наглядных представлений и понятий), то возможно.

2. Что связано с материальными условиями опыта (ощущения), то действительно.

3. То, связь чего с действительностью определяется согласно общим условиям опыта, существует необходимо." (B266, курсив Канта).

В какой мере категория действительности (т.е. существования в собственном смысле этого слова) (См. примечание 1) может быть условием знания о предметах математики? Чтобы установить это, обратимся к краткому разъяснению Канта по поводу соответствующего постулата.

"Постулат действительности вещей требует восприятия, т.е. ощущения и сознания, если не непосредственно самого предмета, существование которого должно быть познано, то, по крайней мере связи его с каким-либо действительным восприятием согласно аналогиям опыта.." (B272 - курсив Канта).

Едва ли рассуждение о математическом предмете может основываться на аналогиях опыта, призванных установить "реальные связи" (т.е. связь согласно законам причинности и взаимодействия). Следовательно постулат действительности требует непосредственного восприятия предмета для познания его существования. Поэтому как о действительном можно говорить, прежде всего, только о единичном предмете, представленном благодаря ощущению. Есть ли вообще в математике такие предметы? Несомненно есть, поскольку всякое математическое рассуждение так или иначе оставляет след на бумаге или на доске. Действительным является изображенный и непосредственно воспринимаемый математический символ, выписанная формула (конечная последовательность символов), начерченная геометрическая фигура. Но эти ли предметы представляют для математики основной интерес? Разве, например, в теореме о сумме внутренних углов треугольника говорится о неровном карандашном следе, о трех попарно пересекающихся на листе бумаги отнюдь не прямых линиях, которые непосредственно воспринимаются нами? Конечно же нет. Речь идет о треугольнике "вообще", который нигде и никак не нарисован. Но в таком случае он и не действителен.

Может ли предмет знания не быть действительным (т.е. существующим) предметом? Ответ на этот вопрос легко угадывается, благодаря присутствию в таблице категорий другой категории модальности. Предмет знания может быть возможным предметом. Сказанного здесь уже достаточно, чтобы предполагать, что именно о возможных предметах и говорит, прежде всего, математика. Математическая онтология есть по преимуществу онтология возможного. Впрочем, по этому поводу нужны дополнительные разъяснения.

Вот что пишет Кант о первой из категорий модальности: "Постулат возможности вещей требует, следовательно, чтобы понятия их согласовывались с формальными условиями опыта вообще. Но опыт вообще, т.е. объективная форма его, содержит в себе весь синтез, необходимый для познания объектов" (B267 - курсив Канта).

Итак, вещь возможна, когда знание о ней содержит весь необходимый синтез. Следовательно лишь осуществив этот синтез, т.е. получив полное знание о вещи мы только и можем удостовериться в ее возможности.

Нашей дальнейшей задачей будет выяснение того, что означает для математики такая полнота синтеза. Но прежде обратим внимание на одно важное различение. В "Критике чистого разума" имеется ряд пассажей, в которых указывается на иной смысл слова "возможность". Под возможностью понимается отсутствие противоречия в понятии о вещи. Это, очевидно, не то же самое, что согласие с формальными условиями опыта. Поэтому Кант различает логическую и реальную (или трансцендентальную) возможность. Очевидно, что нас сейчас будет интересовать последняя. Интересно однако вспомнить, что пытаясь установить критерий существования для математических объектов, Пуанкаре, а за ним и Гильберт указывали в качестве такового именно свободу от противоречия. Верно ли то, что они сводили действительность к логической возможности, совершая таким образом своеобразную подмену категорий? Проведенный выше анализ гильбертовской интерпретации непротиворечивости показывает, что это не так, поскольку сама по себе непротиворечивость оказывается результатом синтеза.

Синтез по Канту состоит, прежде всего, в том, что к понятию, выступающему как субъект суждения, присоединяется признак (предикат), не содержащийся в понятии. Акт синтеза, таким образом, приводит к образованию нового понятия, содержание которого богаче, чем понятие первоначального субъекта суждения. Следовательно, говоря о реальной возможности, мы должны говорить, прежде всего, о возможности понятия. Оно возможно тогда, когда осуществлен его синтез. Однако присоединение предиката к субъекту в синтетическом суждении невозможно как чисто рассудочное действие. Ему должен соответствовать синтез многообразия наглядного представления, производимый способностью воображения. Произнесение суждения, описывающего некоторое реальное (См. примечание 2) положение дел, необходимо сопровождается конструированием этого положения дел в пространстве и времени. Последнее производится сообразно схеме понятия и необходимо представлено созерцанию в виде (по крайней мере) воображаемого предмета. Эта процедура подробно описана Кантом в главе о трансцендентальной дедукции категорий. Следовательно, "весь синтез", требуемый для познания реальной возможности вещи, включает в себя как интеллектуальный синтез, так и синтез способности воображения. Здесь уместно уточнить, что может стоять за словом "вещь". Возможность чего, собственно, устанавливается. Мы видели уже, что устанавливается возможность понятия. Но конструирование, производимое воображением, согласно условиям чувственности, не может происходить без того, чтобы представить образ, воображаемый результат конструирования. Очевидно, что образ, наряду с понятием, также должен фигурировать в качестве возможного.

Итак есть смысл говорить о возможности понятия и возможности образа. В самом деле и то и другое во-первых соответствует формальным условиям опыта, а во-вторых противопоставлено действительному, т.е. представленной в восприятии единичности. Иными словами и понятие, и образ возможны поскольку могут быть осуществлены (актуализированы). Впрочем, они возможны в разном смысле. Можно представить себе невозможное понятие (Кант приводит пример плоской фигуры, ограниченной двумя прямыми). Но образ возможен всегда, поскольку является результатом завершенного синтеза. Разберем теперь все сказанное на примере геометрии. Тот факт, что евклидова геометрия является основным источником для философии математики Канта, принимается многими исследователями. В частности это объяснено в [72], [74], [79], [83], [62]. Поэтому рассмотрение кантовских категорий на материале "Начал" Евклида можно считать модельным. Это, однако, поможет нам увидеть некоторые моменты применения указанных чистых понятий рассудка, которые оказываются существенны и для других областей математики, а возможно и для всякого знания вообще.

Пять постулатов Евклида представляют собой пять первоначальных синтетических суждений, в которых конструируются начальные понятия геометрии. Важно то, что четыре из этих пяти постулатов (несколько отличается от прочих четвертый постулат, утверждающий равенство всех прямых углов) суть не сколько утверждения, сколько предписания. Они описывают некоторые операции, которые, будучи произведены, приведут к созданию первоначальных геометрических объектов: прямой, окружности, пары параллельных (или пары пересекающихся) прямых. Постулаты сформулированы, естественно, как общие суждения и речь в них идет об общих понятиях (прямая вообще или окружность вообще). Важно однако, что самая суть постулатов заключается в обнаружении возможности этих понятий. Они предполагают наличие схемы прямой или схемы окружности, сообразно которым могут быть построены соответствующие этим понятиям объекты. В частности, согласно двум первым постулатам, прямую в принципе можно построить. Как построить? Карандашом на бумаге или мелом на доске.

Последнее утверждение представляется, по-видимому, слишком категоричным. Прямую или окружность можно провести и в воображении. Заметим однако, что несмотря на такую возможность почти всегда, даже при рассмотрении элементарных понятий предпочитают пользоваться чертежами. Это обстоятельство представляется нам важным, вытекающим из сути математического дискурса, а отнюдь не из слабости нашей памяти. Мы вернемся к этой проблеме позже, а сейчас заметим лишь, что синтетическое суждение, высказываемое в постулате, подразумевает не только возможность, но и действительность обсуждаемого объекта. Нам предстает не только понятие и образ, но также и чувственно воспринимаемый единичный предмет, который согласуется не только с формальными, но и с материальными условиями опыта.

Мы будем придерживаться той интерпретации "Начал" Евклида, о которой упоминает, например, Фридман ([72], c. 88-89). Согласно этой интерпретации постулаты вводят ряд элементарных операций (построений), которые рассматриваются как заведомо выполнимые. Любое другое построение будет выполнимым, если оно представляет собой последовательность этих элементарных операций. (Естественно, что при дальнейшем изложении геометрии вместо элементарных операций могут фигурировать и более сложные построения, выполнимость которых показана ранее.) К развертыванию такой последовательность выполнимых операций сводится не только решение задач на построение, но и доказательство теорем. Всякое геометрическое предложение формулируется как некоторое общее утверждение. Это значит, что в нем предполагается возможность какого-либо понятия. Важно увидеть, что в любом предложении (т.е. в синтетическом суждении) речь идет именно об одном понятии. Добавляя к субъекту новый предикат, мы не устанавливаем отношение двух понятий, а создаем одно новое. Например, когда мы утверждаем, что сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым, то предполагаем реальную возможность треугольника, обладающего названным признаком, т.е. мы говорим, что понятие "треугольник, сумма внутренних углов которого равна двум прямым" возможно. Выражение в кавычках неудачно в том смысле, что создает впечатление будто равенство суммы углов указанной величине есть некий различительный признак, выделяющий определенный вид в роде треугольников. Последнее, конечно же, неверно. Синтетическое суждение, являющееся содержанием приведенной теоремы, создает новое понятие, которое мы попытались назвать с помощью приведенного здесь несколько неуклюжего выражения. Это понятие нетождественно понятию треугольника, т.к. предикат не выводится из понятия субъекта. Он присоединяется к нему в процессе синтеза.

Проводимое далее доказательство, призванное показать реальность возможности обсуждаемого понятия, как раз и заключается в развертывании синтеза. Нам необходимо предъявить какую-либо построенную по правилам конструкцию, соответствующую понятию, реальная возможность которого доказывается. Конструкция должна быть сооружена в результате ряда действий, предписанных постулатами. Последовательность применения постулатов составляет схему рассматриваемого понятия, а возможность понятия будет установлена, когда будет завершено построение конструкции. Иными словами, возможность понятия будет установлена, когда мы предъявим соответствующий этому понятию единичный предмет, воспринимаемый чувствами. Чтобы более точно рассмотреть взаимодействие возможного и действительного при доказательстве, нам представляется уместным развернуть процедуру доказательства подробнее, описав ее в тех терминах, которые использовались еще в античности.

**2 Структура доказательства у Евклида в связи с категориями модальности**

Сейчас при изложении требующих доказательства предложений в математической литературе явно выделяются две части: формулировка предложения и его доказательство. Для античных авторов дело обстояло иначе. В изложении теоремы выделялось пять или шесть частей.(См. примечание 3)Этот способ структурирования процедуры доказательства оказывается очень уместным для правильного понимания соотношения возможного и действительного, а также общего и единичного в математическом рассуждении. Хинтикка [74] утверждает, что структура доказательства у Евклида явилась парадигмой для Канта.

Охарактеризуем кратко эти шесть частей изложения теоремы, используя в качестве примера упомянутую выше теорему о внутренних углах треугольника.

1. Утверждение (protasis) дает общую формулировку теоремы. В нашем случае эта первая часть теоремы выглядит так: сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым.

2. Экспозиция (ekqesis) указывает на единичный предмет, общее понятие которого дано в утверждении. Для геометрии естественно в этой части теоремы дать чертеж.

Пусть ABC - произвольный треугольник.

3. Ограничение или детерминация (diorismos) состоит в переформулировании общего утверждения для представленного в экспозиции единичного предмета: сумма углов 1, 2 и 3 равняется двум прямым.

4. Построение (kataskeuh) - это то, что сейчас обычно называют дополнительным построением. В нашем случае оно выглядит так:

проведем через вершину B прямую, параллельную основанию AC.

5. Доказательство (apodeixis) представляет собой последовательность логических выводов об элементах конструкции, представленной в предыдущей части. Эта последовательность должна завершиться утверждением, представленном в части 3. Для рассматриваемой нами теоремы имеет место следующий ряд заключений.

Угол 1 равен углу 4, а угол 3 равен углу 5 как накрест лежащие при пересечении пары параллельных прямых третьей.

Углы 4, 2, 5 в сумме составляют один развернутый, а потому их сумма равна двум прямым.

Из двух этих утверждений следует, что сумма углов 1, 2 и 3 также равна двум прямым.

6. Заключение (sumperasma) обобщает вывод, полученный в доказательстве, повторяя формулировку первой части:

итак, сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым. В предыдущем параграфе мы уже обсудили смысл утверждения теоремы. Оно содержит общее синтетическое суждение. Впрочем, назвать его в полном смысле синтетическим еще нельзя. Хотя оно и присоединяет предикат к субъекту, создавая тем самым новое понятие, синтез еще не проведен. У нас нет пока уверенности в том, что названное в protasis понятие соответствует формальным условиям опыта. Иными словами мы пока только предполагаем возможность понятия.

Ekqesis совершает переход от общего понятия к единичному объекту. С него начинается процедура конструирования. Вместо возможного треугольника (т.е. треугольника вообще) нам предстает действительный треугольник. Согласно Канту, такое выделение единичности составляет необходимый момент математического рассуждения. "..Математика ничего не может достигнуть посредством одних лишь понятий и тотчас спешит перейти к наглядному представлению, рассматривая понятие in concreto, однако не в эмпирическом наглядном представлении, а в таком, которое a priori установлено ею, т.е. конструировано, и в котором то, что следует из общих условий конструирования, должно иметь общее значение также и в отношении к объекту конструируемого понятия" (B744). Следует обратить внимание на точность кантовского выражения: "тотчас спешит перейти к наглядному представлению". В самом деле, сразу после формулировки общего утверждения начинается конструирование чувственно созерцаемого предмета. Иными словами происходит актуализация того, что в protasis фигурировало только как возможное. В ekqesis она (актуализация) в известном смысле беспроблемна, т.к. конструируется то понятие, возможность которого уже установлена. Здесь лишь воспроизводится синтез, проведенный ранее, поэтому мы имеем в распоряжении регулярный способ предъявления единичного предмета, соответствующего данному понятию (в нашем случае - понятию треугольника).

Детерминация выделяет в структуре единичной конструкции, предъявленной в экспозиции, определенные конструктивные элементы - те, о которых пойдет речь в последующем рассуждении. Эта часть теоремы как бы повторяет protasis. Она также носит гипотетический характер. Но предполагается в ней не возможность понятия, а действительность конструкции. Теперь мы говорим только о единичном предмете, который уже начали конструировать. Важно, что, формулируя интересующее нас свойство, мы уже имеем перед глазами часть создаваемой конструкции. Говоря, "сумма углов 1, 2 и 3 равняется двум прямым," мы видим то, о чем говорим. Здесь мы имеем в виду непосредственно представленный, данный в восприятии, т.е. действительный объект. Этот объект - след действия, произведенного нами ранее (в экспозиции).

Построение есть прямое продолжение экспозиции. К уже существующему (нами созданному) объекту мы добавляем новые конструктивные элементы. Каждый новый элемент добавляется в соответствии с уже известной теоремой или постулатом. (Последние, напомним, можно рассматривать как элементарные выполнимые операции или правила построения.) В нашем случае, впрочем, построение сводится к единственному акту - проведению через вершину B прямой, параллельной основанию. Но сколь проста ни была бы проводимая нами операция, она имеет ключевое значение для всей процедуры доказательства теоремы. Именно сейчас мы произвели конструкцию, полностью коррелятивную понятию, возможность которого требуется установить. Единичный объект, полученный в ходе построения и представленный на рисунке (в тексте настоящего параграфа), есть актуализация этого понятия. На этом рисунке сумма внутренних углов треугольника изображена так, что ее равенство двум прямым становится непосредственно видимым.

Есть один очень важный момент, отличающий дополнительное построение от экспозиции. Построение треугольника в соответствии со схемой понятия треугольника означало подведение единичного объекта под общее правило. Если это общее правило (понятие треугольника) задано рассудком, то подведение подразумевает действие определяющей способности суждения. Но для той конструкции, которая была создана при дополнительном построении, у нас еще не было соответствующего понятия. То понятие, возможность которого предполагается в утверждении теоремы, не имеет еще под собой никакой схемы, никакого конкретного правила построения. Это правило необходимо изобрести, причем изобрести так, чтобы из него выводилось утверждение теоремы. Иными словами, дополнительное построение требует действия рефлектирующей способности суждения. Создаваемая конструкция (равно как и правило, по которому она создается) есть обобщающая догадка, есть та общая структура, в рамках которой становятся ясными интересующие нас отношения ранее построенных объектов. Все они находят свое место в объединяющей их конфигурации и конструирование каждого отдельного элемента становится целесообразным. Следовательно, только благодаря рефлектирующей способности суждения возможен синтез понятия в теореме.

Если построение есть непосредственное продолжение экспозиции, то доказательство как бы продолжает детерминацию. Оно представляет собой речь по поводу проведенного построения, описывая полученную в ходе его конструкцию. Доказательство, как и детерминация, имеет дело со следом. Хинтикка утверждает, что эта часть теоремы чисто аналитическая, поскольку, в отличии от экспозиции и построения, не вводит никаких новых единичных предметов. Все доказательство можно развернуть в виде цепочки силлогизмов.

1. Накрест лежащие углы равны.

Углы 1 и 4 - накрест лежащие.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

углы 1 и 4 - равны.

2. Накрест лежащие углы равны.

Углы 2 и 5 - накрест лежащие.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Углы 2 и 5 - равны.

3. Смежные углы в сумме равны двум прямым.

Углы 1 и 3+5 - смежные.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Углы 1 и 3+5 - в сумме равны двум прямым

4. Если слагаемые равны между собой, то их суммы равны .

Слагаемые в суммах 4+5+2 и 1+3+2 равны между собой. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4+5+2 и 1+3+2 равны между собой.

5. Если две величины порознь равны третьей, то они равны между собой.

1+2+3 и p порознь равны 4+5+2

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1+2+3 и p равны между собой.

Обратим внимание на то, что меньшими посылками этих силлогизмов являются единичные синтетические суждения. (Поэтому и заключение каждого силлогизма - единичное суждение.) Этим они (меньшие посылки) существенно отличаются, например, от больших посылок или от утверждения теоремы. В них не содержится никакого синтеза понятий. Следовательно они не устанавливают (и не предполагают) возможности. Их роль совершенно иная. Они фиксируют действительность предмета, описывая актуальный, уже созданный единичный объект. Все, что говорится по ходу доказательства относится к имеющемуся в наличии предмету. Это присутствие в наличии (которое, вообще, и есть действительность) представляет собой необходимое условие доказательства. Последнее всегда относится к следу проведенного построения. Если при разговоре об аксиомах или постулатах требование наличия следа (на доске или бумаге) казалось излишним, то теперь именно этот след и является изучаемым объектом. Заключительная фраза доказательства в точности повторяет детерминацию. Но если тогда она произносилась гипотетически, то сейчас является описанием уже построенного объекта, т.е. констатацией факта. Суть этой констатации состоит в том, что она указывает на актуализацию того понятия, возможность которого предполагалась в protasis. Коль скоро нами построена конструкция, сообразная схеме этого понятия, то оно (понятие) реально. Возможен его реальный синтез согласно формальным условиям опыта. Точнее не только возможен, но уже произведен. Поэтому можно вернуться к первоначальному утверждению теоремы, произнеся его уже в качестве заключения. Заключение представляет собой общее суждение, указывающее на реальную возможность понятия, как на установленную. В переходе от доказательства к заключению можно усматривать логическую трудность. С точки зрения формальной логики такой переход незаконен, т.к. является заключением от единичного к общему, т.е. переходом от более слабого утверждения к более сильному. Проведенное рассмотрение позволяет, однако, взглянуть на дело иначе. В доказательстве мы говорили о действительном объекте. Заключение касается лишь возможности того же объекта вообще. То, что действительно, естественно также и возможно. Обоснование законности заключения, таким образом, состоит в рассмотрении не количества суждений, а их модальности. Мы совершаем переход от более сильной модальности к более слабой, чем и удостоверяем истинность утверждения теоремы.

**3 Необходимость и случайность**

Пока что мы не касались третьей из категорий модальности - необходимости. Обращение к ней требует от нас дополнительных разъяснений, ибо возникает подозрение, что все предыдущее рассуждение содержит какую-то путаницу с категориями. В самом деле, разве доказательство теоремы устанавливает возможность суждения? Не лучше ли сказать, что она устанавливает его необходимость? Совершенно естественно и неоспоримо, в частности, что сумма внутренних углов треугольника необходимо равняется двум прямым. Утверждение, что упомянутая сумма возможно равна двум прямым, звучит по меньшей мере странно. Прежде всего, укажем на два различных (хотя и близких) понимания возможности. Допустимо (и вполне естественно) говорить о возможном, как о горизонте всех явлений, которые могут при определенных условиях возникнуть. Например, речь может идти о спектре различных свойств, которыми может обладать вещь (точнее о спектре признаков, которые могут быть присоединены к данному понятию). Треугольник может быть равнобедренным или вписанным в окружность. Но может и не быть. Но сумма его внутренних углов равна двум прямым всегда. Этого не может не быть. Это - необходимое свойство. В противоположность ему два других - случайные. Может так случиться, например, что треугольник вписан в окружность.

Как, однако, удостовериться в возможности, понимаемой в названном только что смысле? Как, уж если мы обратились к такому примеру, выяснить, что треугольник можно вписать в окружность. Процедура выяснения, оказывается, ничем не будет отличаться от той, которая выполнялась при установлении необходимого свойства. Мы должны будет установить, что понятие "треугольник, вписанный в окружность," согласуется с формальными условиями опыта, т.е. предъявить необходимый синтез настоящего понятия. Говоря более конкретно, нужно, сформулировав сначала общее суждение о возможности (protasis), мы должны будем затем начертить треугольник (ekqesis). После этого общее суждение о возможности будет переформулировано применительно к единичному предмету (diorismos - вокруг построенного треугольника ABC может быть описана окружность l). После этого мы проведем серединные перпендикуляры к двум сторонам треугольника (kataskeyh), докажем, что точка их пересечения - центр окружности, проходящей через вершины треугольника (apodeixis), и сделаем окончательный вывод об истинности исходного утверждения (sumperasma).

Таким образом, возможность и необходимость оказываются категориями достаточно близкими. Впрочем, речь пока что должна, по-видимому, идти о двух разных пониманиях возможности. Когда мы обсуждали категорию возможности в предыдущем параграфе, мы говорили о возможности в противопоставлении действительности. Мы указывали, что треугольник (с суммой внутренних углов равной p) является возможным понятием, поскольку может быть построен. Мы всегда можем предъявить соответствующее ему созерцание, т.е. создать конструкцию согласно определенной схеме. Этим названное понятие ничем не отличается от таких, как "равнобедренный треугольник", или "треугольник, вписанный в окружность". Каждое из них обнаруживает себя как реальное тогда, когда проведена процедура синтеза и предъявлена соответствующая актуализация. Здесь мы поэтому говорим о несколько иной интерпретации той же самой категории. Важно, впрочем, что для обеих интерпретаций требуется проведение всей полноты синтеза.

Так что устанавливая необходимость какого-либо положения дел, мы одновременно показываем возможность некоторого понятия. С другой стороны, выясняя возможность чего-либо, мы обнаруживаем необходимую связь актуализируемых при этом понятий. Так, когда мы проводим процедуру, призванную показать возможность понятия "треугольник, вписанный в окружность," мы одновременно доказываем, например, такое (необходимое) утверждение: "Точка пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника, есть центр описанной вокруг него окружности".

Возможность и необходимость устанавливаются при одинаковых обстоятельствах, но относятся к разному. Возможность относится к одному понятию, тому, которое конструируется в синтетическом суждении. Необходимость относится к связи понятий. Понятие или предмет не могут быть необходимыми. Необходимым может быть какое-то положение дел: связь понятий или отношение объектов.

Говоря о возможном, мы всегда подразумеваем случайность. То, что возможно, может и не произойти. Треугольник может быть и не вписан в окружность, хотя такое возможно. К чему относится это указание на случайность? Оно относится к некоторому событию, а именно событию актуализации данного понятия, т.е. событию построения. Точнее, здесь нужно говорить о ряде событий, после которых появляются на свет какие-то новые конструкции. Что такое событие не одно, следует из структуры теоремы, в которой различены ekqesis и kataskeuh. Возможное возможно, поскольку оно может случиться. Но к этому моменту случайности относится и указание на необходимость. Некоторое положение дел необходимо, если возникает всякий раз, когда нечто случится. Всякий раз, когда треугольнику случится быть вписанным в окружность, центр этой описанной окружности совпадет с точкой пересечения серединных перпендикуляров. Установление необходимости требует указания случая.

Обратим внимание, что выражение возможности и необходимости требует, строго говоря, различных суждений. Возможность фиксируется категорическим суждением, конструирующим новое понятие. Необходимость фиксируется гипотетическим суждением, указывающим на условие, при котором неизбежно наступает некоторое положение дел.

Сказанное легко проследить на примере теоремы о сумме внутренних углов. Внутренние углы треугольника необходимо составляют в сумме два прямых, но для этого треугольнику еще нужно случиться. Треугольник - возможное понятие. Его можно нарисовать, а можно и не рисовать. Необходимость названного равенства обнаруживается лишь при условии наступления определенного события.

В нашем рассмотрении сейчас оказалось задействовано три элемента математического дискурса. (Впрочем, по-видимому, не только математического.) Эти элементы суть понятие, единичный предмет и событие. Рассматриваемые нами категории модальности относятся, вообще говоря к разным из названных элементов. Возможность (по крайней мере, до сих пор) всегда подразумевала понятие. Действительность - единичный предмет. Необходимость описывает отношение понятий, а случайность - событие. Последнее представляет собой единичность иного рода, чем предмет (или объект). В нашем рассуждении в качестве событий выступали экспозиция и построение. Именно они случаются. Именно относительно них не может быть предъявлено никаких гарантий - они могут и не произойти. Познание необходимости требует, таким образом довольно тонкого перехода от общего к единичному, поскольку в необходимом суждении фиксируется связь общих понятий, но как условие этой связи выступает единичное (случайное) событие. Смысл этого перехода раскрывается Кантом в кратком замечании о схеме необходимости (B184): "Схема необходимости есть существование предмета во всякое время" (курсив наш). Необходимость, таким образом, устанавливается вследствие произвольности момента события. Она состоит в том, что когда бы ни произошло событие, ему обязательно будет сопутствовать некоторое (причем всегда одно и то же) положение дел.

Эта одинаковость при многократном повторении, собственно, составляет определение общности. Понятие является общим потому, что задает схему, согласно которой строятся многие единичные объекты. Оно - общее для многих разных объектов. Оно много раз актуализируется, будучи возможным. Актуализация есть событие появления единичного объекта и это событие всякий раз случайно.

Случившееся действительно. Действительное появляется в результате происшедшего события. Прежде всего, в результате экспозиции, а затем и построения. Необходимость, как мы видели, указывает на положение дел, которое неизбежно устанавливается вследствие этого построения, т.е. проведенного сообразно условиям опыта синтеза. Так, видимо, нужно понимать последний из постулатов эмпирического мышления: "То, связь чего с действительностью определяется согласно общим условиям опыта, существует необходимо." (B266).

В Главе 1 нами была использована еще одна категория - факт. По сути это то же самое, что мы назвали здесь "положением дел". Связь факта с объектом коррелятивна связи необходимости с действительностью. Установление факта есть установление связи элементов в данной конструкции. Иными словами факт выражается общим суждением, которое формулируется, например, в качестве утверждения теоремы. Но установить необходимость факта можно лишь построив ту конструкцию, связь элементов которой он обозначает. Иными словами факту должен соответствовать объект. Установление факта и построение объекта - это одна и та же процедура - точно также, как выяснение возможности понятия и необходимости связи понятий.

Завершая наше рассуждение о необходимости, мы должны вернуться к тому выводу, которым заключили предыдущий параграф. Там мы заметили, что переход от единичного суждения к общему при доказательстве теоремы допустим потому, что таким образом осуществляется переход от более сильной модальности к более слабой (от действительности к возможности). Здесь вполне можно увидеть ошибку, состоящую в том, что произведена подмена различных категорий. Можно сказать, что в заключительной части теоремы делается переход от действительности к необходимости, т.е. к более сильной модальности, а потому такой переход все же неправомерен. Ответом на такое возражение может служить обнаруженное нами разграничение сферы действия категорий возможности и необходимости. Все рассуждения предыдущего параграфа касались только понятий и единичных объектов и не касались их отношений. Поэтому там не могло идти речи о необходимости. Мы указали, что symperasma теоремы устанавливает возможность понятия, тогда как apodeixis приводит к выводу о действительности соответствующего этому понятию предмета. В таком переходе нет ничего незаконного. Единственное, о чем не было сказано, это о произвольности момента построения названного предмета, которая и обуславливает необходимость отношения понятий, устанавливаемую теоремой. Мы уже упоминали, что обнаружение возможности обязательно оказывается сопряжено с установлением необходимости. Чтобы установить возможность, нужно построить действительный объект. Но построение действительного объекта (сообразно общим условиям опыта) подразумевает необходимость связи его элементов.

Здесь возникает еще одно недоразумение. Можно нарисовать на бумаге какой-нибудь завиток совершенно произвольной конфигурации. Коль скоро он построен, он, несомненно, возможен. Не могли же мы изобразить невозможный предмет. Но никакой необходимой связи элементов в нашей конструкции нет. Здесь налицо явное несовпадение категорий возможности и необходимости. Следует, однако, помнить, что мы говорили о возможности понятия. Уместно задать вопрос: какое понятие было актуализировано при рисовании лишенной всякой регулярности загагулины? Даже, если мы и имели нечто в виду, прежде, чем изобразили ее, совершенно невозможно выяснить в какой мере действительный предмет соответствует нашему замыслу. Если же такая возможность есть, то значит есть возможность и многократного воспроизведения, т.е. можно уже говорить о существовании некоторой схемы. Последнее же означает необходимую связь элементов.

**4 Возможное и действительное в отношении ко времени**

В главе "О схематизме чистых понятий рассудка" Кант, рассматривая условия применения категорий к явлениям, установил, что таковое возможно при посредстве "трансцендентального определения времени". Определение времени есть схема категорий, с помощью которой явление подводится под понятия рассудка (B178). Ниже мы попытаемся подробнее рассмотреть, что означает определение времени в математическом рассуждении. Разъяснения самого Канта по этому поводу кажутся чрезмерно краткими. Особенно это относится к категориям модальности. По поводу действительности он ограничивается единственной фразой: "Схема действительности есть существование в определенное время" (B184). Не претендуя на подробный комментарий кантовского текста, попробуем все же ответить на вопрос: как и чем определено время существования действительного предмета?

Действительный предмет явлен нам при экспозиции или при построении. Экспозиция неизменно сопровождается фразой типа: "Пусть ABC - треугольник". Поскольку речь идет о единичном треугольнике должно быть совершенно ясно - какой именно треугольник назван ABC. Ответ на этот вопрос может быть только один: "Вот этот, здесь и сейчас нарисованный треугольник". Даже, если треугольник был нарисован раньше, указание на него происходит сейчас, в тот самый момент дискурса, когда возникла потребность (или желание) предъявить его как существующий, действительный объект. Поэтому время, определяемое схемой действительности, есть настоящее время. Конечно, действительный объект, будучи один раз построен, продолжает существовать и дальше. Но узнать о его действительности можно только при актуализации, т.е. при определенном событии дискурса. Актуально событие, происходящее сейчас. Точнее, актуален (действителен) объект, являющийся в происходящем ныне событии. Событие, происшедшее в прошлом, не сохраняет своей действительности, но оставляет след.

Важно иметь в виду, что время определяется (в данном случае как настоящее время, как теперь) именно дискурсом. Проводимое (актуально) построение и сопровождающее его высказывание ("Вот этот треугольник") выделяют настоящее по отношению к прошлому. Это выделение настоящего происходит благодаря наличности прошлого. Прежде всего это обнаруживается тогда, когда мы приступаем к описанию объекта, как это делается, например, при проведении доказательства (apodeixis). Произнося определенное суждение, мы адресуемся к чертежу, как результату проведенного построения. Суждение, произносимое при доказательстве, также произносится теперь, но для него есть нечто, к чему оно относится как к уже происшедшему. Это происшедшее есть событие, оставившее след и поскольку мы имеем возможность обратится к нему снова, т.е. вторично после построения, мы определяем его как прошлое по отношению к произносимому ныне суждению. Объект при этом должен быть вновь воспринят, т.е. вновь стать действительным. Будучи впервые актуализирован при построении, он повторно актуализируется при доказательстве. Ясно, что такая актуализация может происходить многократно. То, что остается после построения, т.е. то, что подлежит актуализации при доказательстве мы и называем следом.

Выше мы говорили, что многократность воспроизведения собственно и означает общность. След, таким образом, есть общее для многих актуализаций. Он также есть возможное - он может быть актуализирован и поэтому находится в согласии с формальными условиями опыта. Но он не совпадает с понятием, хотя бы потому, что понятие может актуализироваться при другом построении и произвести еще один след. Впрочем, актуализация следа требует обращения к понятию, поскольку при ней должна быть задействована та же самая схема, сообразно с которой происходило построение. Поэтому математический дискурс носит отчасти герменевтический характер: глядя на данную графическую конфигурацию, мы воспроизводим ее смыслы, т.е. пытаемся прочесть ее. Под смыслом здесь подразумевается именно понятие. Каждый раз увидеть в следе одно и то же значит воспроизвести одно и то же построение, т.е. актуализировать общее для всех этих построений понятие, действуя сообразной одной и той же схеме.

**5 Дискретность и непрерывность в структуре дискурса**

Теперь мы можем рассмотреть как устроен дискурс, проводимый в геометрии. В нем, прежде всего, можно увидеть последовательность событий, сопряженных с актуализацией чего-либо (понятия или следа). Но всякая актуализация есть синтез, в котором определенное (понятием) построение сопровождается произнесением соответствующего синтетического суждения. Последнее может быть и единичным суждением, но произносится всегда, хотя бы в качестве указания на проведенное построение ("пусть ABC - треугольник"). В доказательстве, как мы видели, производится то же самое действие: суждение сопрягается с построением, хотя, в данном случае, и неявным. Это, конечно, не построение, предъявляющее новый объект, а воспроизведение прежнего. Однако действие, производимое при этом, также является синтезом, соотнесением некоторой конструкции с формальными условиями опыта. Благодаря такому действию, конструкция, пребывавшая в виде следа, вновь становится действительной.

Таким образом дискурс есть ряд следующих один за другим синтетических актов. Каждый из них сопряжен с определенным событием и определят некоторый момент теперь. Совершение синтетического акта предполагает наличие действий, совершенных ранее, т.е. некоторых моментов прошлого. Как мы уже говорили ранее, статус прошлого создается наличием следа, с которым так или иначе сопряжено совершение нынешнего синтетического акта. Последовательность дискурса дискретна, поскольку каждое совершаемое действие (равно как и каждое событие) завершимо и все действия различимы, т.е. отделены друг от друга. Последовательность и дискретность дискурса определяет последовательность времени, как ряд отличимых друг от друга моментов 'теперь'. Каждый акт, отнесенный к моменту прошлого, может быть актуализирован, т.е. воспроизведен в настоящем.

Различимость синтетических актов и связанных с ними моментов времени подразумевает, что, следуя один за другим, они должны быть чем-то разделены. Предполагается некоторое между, т.е. какой-то промежуток, отделяющий один момент от другого. Проще всего этот промежуток обнаруживается в процедуре деления отрезка прямой. Рассмотрим подробнее эту незамысловатое, на первый взгляд, действие.

Заметим, прежде всего, что, прочертив отрезок прямой, мы, несомненно, произвели некий синтез, т.е. совершили некоторый синтетический акт. Однако - и в последующем мы еще изучим все следствия этого наблюдения - этот акт нельзя свести к одному моменту времени. В нем должно выделить по крайней мере два ясно различимых события: начало и конец прочерчивания отрезка. Мы ставим две точки, совершая тем самым два последовательных синтетических акта. Но отрезок - это не две точки. Отрезок - это то, что их разделяет, т.е. лежит между ними. Однако с этим "между" еще не связано никакого синтеза. Можно удовлетвориться первым постулатом Евклида, чтобы удостовериться в обоснованности нашего действия, но этого недостаточно, чтобы связать построенный предмет с каким-либо понятием. В частности у нас пока отсутствует критерий для опознания прямой, т.е. для обнаружения ее отличия от любой другой линии, соединяющей две точки. Чтобы изучить структуру прямой, нам нужно исследовать различные лежащие на ней точечные конфигурации. Именно это, между прочим, было сделано при попытках исследовать геометрию прямой линии и построить аксиоматику прямой. Вариант такой аксиоматики, а также историю проблемы можно найти книгах [25] и [26].

Первое действие, которое должно быть произведено, состоит, следовательно, в делении отрезка на две части. Ясно, что, строя новые точки на отрезке прямой, мы можем связывать с этими точками определенные суждения. Более того, по поводу выстраиваемых точечных конструкций должен быть развернут доказательный дискурс, содержащий те же самые части, которые были рассмотрены нами ранее, при изучении структуры античной теоремы. Но всякая новая точка, появляющаяся на отрезке, будет появляться между двумя ранее построенными точками. Этот акт несколько отличен от тех, которые мы обсуждали. Это не есть актуализация следа - происходит новое построение, в результате которого возникает не существовавший ранее объект. Однако оно все же не вполне новое, потому что присутствующий здесь след некоего построения (прочерченный отрезок) существенно определяет то, как будет поставлена точка. Ставя третью точку между двумя построенными, мы, с одной стороны, совершаем действие, следующее за двумя уже совершенными. Но с другой стороны мы вроде бы возвращаемся к прошлому по отношению по крайней мере к одному из двух названных событий. Если две точки определяют начало и конец отрезка, то точка, поставленная между ними, как бы извлекает нечто из предшествующего концу, но следующему после начала. В нашем дискурсе всякое событие связано с поставленной точкой. Но поставить точку между двумя другими, значит обратиться ко времени, когда ничего не происходило. Мы словно извлекаем событие из чистой потенциальности следа и определяем еще один момент между двумя уже бывшими моментами.

Таким образом, наряду с дискретной структурой времени, определяемой дискретной последовательностью событий дискурса, мы обнаруживаем еще и непрерывную его составляющую, то что "протекает" между событиями. Если дискретное время, состоящее из последовательных моментов, наполнено событиями или синтетическими актами (пока мы не различили одно от другого, но обязательно сделаем это в последующем), то непрерывное время есть время чисто потенциального пребывания следа, такого следа, который еще не был связан ни с какой актуализацией. Поэтому след, подобно времени, имеет как непрерывную, так и дискретную часть. Воспроизведение (чистый повтор) возможен лишь по отношению к дискретной части следа. Непрерывная его часть оказывается некой средой, в которой происходят иные события и которая "заполняет" промежутки между дискретными точками, составляющими следы синтетических действий.

Не только деление отрезка на части позволяет различить непрерывную и дискретную составляющие в дискурсе. Для любых двух событий всегда найдется какое-то разделяющее их непроясненное "между", определяющее однако ход событий дискурса. В теореме о внутренних углах треугольника, мы можем (хотя это и не вполне точно) указать два события: построение треугольника (в экспозиции) и проведение прямой (в дополнительном построении). Между двумя этими действиями ничего не происходит. Но можем ли мы говорить, что их ничего не разделяет? Проведение прямой на определенном расстоянии от основания (которому она параллельна) означает определенность временного промежутка между двумя событиями. Если бы прямая была проведена ближе к основанию, промежуток был бы иным. Можно апеллировать к простому психо-физиологическому обстоятельству: чем дальше друг от друга расположены две изображаемые на бумаге фигуры, тем больше времени нужно, чтобы перенести карандаш или проследить это расстояние глазами. Даже если считать такой аргумент неуместным в философском рассуждении, то все же надо согласиться, что структура расстояний, определяющая взаимное расположение различных элементов конфигурации, коррелятивна длительностям временных промежутков, разделяющих моменты построения этих элементов. Расстояния отсчитываются по прямой. Поэтому, определяя удаленность одного объекта от другого, мы так или иначе должны, хотя бы мысленно соединить их отрезком прямой линии. Но чем длиннее отрезок, тем больше времени проходит между событиями построения его начала и конца - естественно в масштабе одного дискурса. Точка, поставленная на отрезке при его проведении, была раньше, чем конец этого отрезка.

Вернемся теперь к нашему рассуждению об отрезке прямой. Мы видели, что его построение с самого начала подразумевает два синтетических акта, в результате которых появляется начало и конец отрезка. То, что происходит между этими двумя действиями не есть вполне синтетический акт, поскольку не прояснено понятие прямой. Оно проясняется по мере построения новых точечных конфигураций между началом и концом отрезка. Но тогда подлинным событием построения мы можем считать лишь поставленную точку. Только такое действие может быть связано с моментом 'теперь', т.е. с настоящим. Иными словами, только точка действительна. Любая непрерывная линия, а значит и любая геометрическая фигура, всегда есть след, то непроясненное нечто, что находится между точками, производится между событиями. Можно, конечно, увидеть в непрерывном прочерчивании линии синтез, проводимый согласно определенной схеме, т.е. сообразно некоторому понятию. Именно это предлагает сделать Кант, разъясняя понятие экстенсивной величины (B203): "Экстенсивной я называю всякую величину, в которой представление целого делается возможным благодаря представлению частей (которое поэтому необходимо предшествует представлению целого). Я не могу представить линии, как бы мала она ни была, не проводя ее мысленно, т.е. не проводя последовательно всех ее частей, начиная с определенной точки и таким образом впервые начертая наглядное представление ее".

С одной стороны, описанная здесь процедура составления целого из подобных друг другу частей должна быть принята как процедура синтеза прямой линии, конструирующая также и понятие прямой. Но с другой стороны, приведенное разъяснение может показаться странным, поскольку превращает проведение прямой линии в актуально бесконечный процесс. Ведь каждая часть также состоит из частей, которые должны быть проведены прежде. Поэтому, завершив построение отрезка, мы должны будем "путем последовательного синтеза" завершить бесконечный ряд построений. В доказательстве тезиса первой антиномии сам Кант указывает на невозможность такого акта (B454).

Однако представление об отрезке, как состоящем из частей, возможно не прежде, чем произведено его деление. Иными словами мы можем говорить о прямой как результате присоединения друг к другу более мелких отрезков лишь после того, как проведено построение ряда точечных конфигураций и исследована структура прямой линии. Такое исследование дает возможность сформулировать понятие прямой, которое, однако, отсутствовало в момент ее проведения. Кантовское определение линии, как последовательности частей, есть поэтому результат уже проведенного дискурса, причем такого, в ходе которого был совершен конечный ряд синтетических актов. Все наши выводы о прямой линии, о взаимном расположении на ней точек и отрезков сделаны после построения на ней конечного числа точек, т.е. после того, как она разделена на конечное число частей. Именно такое деление и является синтезом в полном смысле слова. Проведение непрерывной линии таким синтезом считать нельзя, поскольку при таком построении не создается еще никакого понятия. Точнее, мы не знаем, какое понятие актуализируется.

Все сказанное приводит к несколько странным выводам. В любом геометрическом построении совершается два рода действий: проведение линий и выставление точек. Реальный синтез связан только с последним. Мы уже говорили, что лишь точка по-настоящему актуальна, только она может быть построена или воспринята в момент 'теперь', т.е. в настоящем. Любая более сложная конфигурация тут же уходит в прошлое и обращается в след. Но если это так, то синтетические акты, составляющие последовательность дискурса, ничем содержательно друг от друга не отличаются. Мы не можем указать ничего, чем одна точка отличается от другой, кроме места в пространстве и времени.

Таким образом важным элементом выстраивания дискурса является факт чистого различия его элементов. Для природы дискурса определяющим оказывается не содержательное различие каких-то сущностей (понятий или объектов), а различие само по себе, различие того, что неразличимо по содержанию.

Следовательно определенность создаваемого в дискурсе объекта может возникнуть только как структура отношений между точечными актами. Эти отношения и определяются пространственно-временной локализацией каждого из них. "Место в пространстве и времени" - это не сущностная характеристика объекта, но указание на его положение относительно других, отличных от него объектов. То, что составляет сущность сложной конфигурации (геометрического объекта), сводится к системе отношений между простыми элементами (точками), о которых важно знать только то, что они отличаются друг от друга. Мы однако видели, что пространственное взаиморасположение точек коррелятивно их временной последовательности. Дискурс, разложимый на дискретный ряд следующих друг за другом событий, может содержать только временные отношения. Но эти отношения могут быть определены лишь длительностями временных интервалов между событиями. Таким образом структура геометрического объекта должна быть определена темпоральной структурой дискурса.

Темпоральная структура, впрочем, не есть время дискурса. Дискурс об определенном предмете может быть повторен в любое время, которое в ходе дискурса организуется сообразно разворачиваемой темпоральной структуре. Темпоральная структура, таким образом, сама независима от времени. Она многократно воспроизводится в протекающем во времени дискурсе и фиксируется в виде пространственных конфигураций. Сама она, однако, остается вне всякой фиксации. Эта невидимая и неслышимая структура последовательности разворачиваемых во времени точечных событий содержит в себе принцип взаимодействия дискретных моментов непрерывного временного "наполнения". Иными словами она содержит принцип "определения времени", производимого дискурсом.

Все, что мы сказали здесь о темпоральной структуре объекта, в полной мере относится к тому, что у Канта названо трансцендентальной схемой. Это - "правило синтеза способности воображения в отношении чистых форм в пространстве" (B180). Заметим однако, что это правило есть руководство для построения объекта (порядок, последовательность действий), но не словесно озвучиваемая инструкция или описание. Последнее ближе к понятию и именно к согласию с ним схема призвана привести конструируемый в пространстве объект. (См. примечание 4)

Мы, следовательно, сталкиваемся здесь с какой-то таинственной частью мышления, которая, не имея никакого внешнего выражения, может быть описана лишь крайне приблизительно. На что бы мы ни указали, пытаясь указать на трансцендентальную схему (или на темпоральную структуру дискурса), это в любом случае будет не она, а либо понятие, либо образ, либо предмет. Сам Кант по этому поводу писал: "Этот схематизм нашего рассудка в отношении явлений и чистой формы их есть сокровенное в недрах человеческой души искусство, настоящие приемы которого нам едва ли когда-либо удастся проследить и вывести наружу" (B181). В чем-то трансцендентальная схема сходна с музыкальным ритмом. Последний представляет собой структуру, организующую последовательность звуков и пауз, т.е. дискретную последовательность звучаний в некотором незвучащем континууме. Ритм не звучит и непосредственно не выражается в нотной записи. Звучащая музыка есть лишь единичное развертывание заданной ритмом структуры. Нотная запись называет ритм, т.е. рассказывает о нем или описывает его. Сам он остается вне звука и вне записи. (См. примечание 5)

**6 Различие и тождество в дискурсе**

Выше мы указали, что элементарные объекты, возникающие в результате синтетических актов (событий дискурса), отличаются друг от друга только местом и временем. Но структура сложного объекта, конструируемого в ходе дискурса, определяется схемой, т.е. вневременной структурой, при актуализации которой только и появляется различие элементов во времени. Не следует ли из этого, что актуальному (пространственно-временному) отличию элементов должно быть предположено какое-то вневременное различие? Естественно предполагать, что схема оказывается структурой отношений каких-то предметов, о которых известно лишь, что они отличны друг от друга.

Такой поворот дает, прежде всего, возможность уточнить, что, собственно говоря, означает одинаковость объектов. Выше мы говорили, что элементарные события дискурса ничем содержательно друг от друга не отличаются. Слово "содержательно" может означать лишь то, что возникающие при названных событиях объекты одинаковы. Ясно, что эту одинаковость мы не можем определить через сопоставление и выделение общих свойств. Для точек она может быть определена только отрицательно. Заметим, что указывая на их различие в месте и времени, мы не обнаруживаем никаких других оснований для различения. Иными словами, мы не можем указать специфических различий между точками. Отсутствие каких-либо оснований для различения, кроме различия места и времени, и следует, по-видимому, называть тождеством объектов.

Различие, предопределенное схемой, уже не предполагает никакого тождества, потому что здесь не может идти речи об объекте. В ней задана структура чистого различия, реализуемая (и актуализируемая) в пространственно-временном различии объектов. Крайне затруднительно объяснить, в чем состоит эта структура различий, поскольку всякий доступный обсуждению предмет не может - как мы уже указывали - быть схемой именно в силу этой доступности. На наш взгляд, мы можем лишь упоминать о ней, обнаруживая в наших собственных построениях развернутый во времени процесс конструирования объекта, составляемого из различимых элементов.

**7 Трудности рассматриваемого подхода и традиционные философские проблемы**

Реализуемый здесь нами подход к рассмотрению математического дискурса (или любого дискурса вообще) сталкивается с рядом трудностей, разрешение которых представляется довольно проблематичным. Мы, тем не менее, считаем необходимым по возможности ясно сформулировать их, поскольку на наш взгляд их появление не только обнаруживает недостатки нашего рассуждения, но отчасти воспроизводит давние философские проблемы, которые по-разному воспроизводились в разных философских построениях, но редко (или никогда) удовлетворительно разрешались. Можно поэтому предполагать, что здесь мы имеем дело с принципиальными затруднениями, свойственными самой природе мысли.

Мы вынуждены, прежде всего, констатировать, что в дискурсе никогда не представлен целый объект. Мы видели, что наше рассуждение о любом предмете представляет собой попытку его последовательной актуализации. Но в каком виде существует актуализированный предмет? Только в виде следа. Оказавшись в прошлом, он теряет статус действительного и должен быть вновь актуализирован, чтобы вновь стать предметом рассуждения. Таким образом предметом рассуждения может быть только один объект, тот который конструируется сейчас. Актуально то, что связано с настоящим временем. Но и тот предмет, который сейчас конструируется отнюдь не является предметом дискурса. Он не может присутствовать в дискурсе как целый объект, поскольку создается как последовательность частей. Всякая построенная часть превращается в след и ее также нужно вновь актуализировать, чтобы вернуть ей ее предметность. Актуально присутствует в дискурсе только точка - лишь она может существовать сейчас, в настоящем. Только точка может быть не следом, а актуальным объектом. Пытаясь извлечь предмет нашего рассуждения из прошлого, мы также можем извлечь лишь точку. Мы будем последовательно обращать внимание на одну точку за другой, но всякая точка, связанная с прошлым моментом будет тут же вновь обращаться в след и ускользать от нас.

Здесь можно увидеть неожиданную аналогию между математическим дискурсом и восприятием музыки. Оценить достоинства произведения можно лишь услышав его как нечто целое. Даже простенькая мелодия представляет собой последовательность звуков. Но лишь один звук воспринимается актуально, только одна нота или аккорд может звучать сейчас. Все произведение остается в прошлом и его актуализация еще более затруднительна, чем актуализация математического предмета, который по крайней мере представлен перед глазами.

Описанная трудность была предметом весьма пространного рассуждения Бл. Августина, который, пытаясь рассмотреть темпоральную природу восприятия, пришел к выводу, что существует только настоящее ([1], с. 297). Августин недоумевает, как можно сравнивать по длительности различные промежутки времени, когда каждый такой промежуток относится к прошлому или к будущему и не может быть целиком представлен сравнивающему (с. 293-294). Он также задается вопросом, как можно говорить о прошлых и будущих событиях: ведь говорить о них, значит говорить о том, чего нет. Как например, можно, видя зарю, предсказывать восход солнца и даже представлять его. Последнее, поясняет Августин, возможно, только если представление восхода, которому надлежит произойти в будущем, присутствует как настоящее в душе. Воображаемая картина восхода есть также настоящее, как и созерцаемая картина зари. Способность воображения позволяет актуализировать несуществующее, делая его сущим (с.296-297). Точно также становится сущим и прошлое, которое актуализируется, благодаря памяти. Августин пишет: "Совершенно ясно теперь одно: ни будущего, ни прошлого нет, и неправильно говорить о существовании трех времен: прошедшего настоящего и будущего. Правильней было бы, пожалуй говорить так: есть три времени - настоящее прошедшего, настоящее настоящего и настоящее будущего. Некие три времени эти существуют в нашей душе и нигде в другом месте я их не вижу: настоящее прошедшего - это память; настоящее настоящего - его непосредственное созерцание; настоящее будущего - его ожидание" (с. 297, курсив мой - Г.Г.).

Целостность предмета (или ситуации) восстанавливается, следовательно, благодаря памяти и воображению. Вспомним, что нечто подобное предполагал и Брауэр: рассматривая когнитивную деятельность человека, он представлял ее в виде последовательности дискретных актов. Важной характеристикой мысли была для него при этом не только способность продолжить последовательность, совершив очередной акт, но и способность "удерживать достаточно длинную цепь 'вещей' с тем, чтобы иметь возможность перейти мысленно от последней к более ранней." Здесь однако нет еще решения проблемы. Обращение к памяти не позволяет создать целое, поскольку актуализируя прошлое, мы обращаем в след (или в память) настоящее (которое, впрочем, тут же становится прошлым). Если пользоваться примером Августина, то воображаемый восход солнца, как актуальное и явленное в настоящем представление, заставляет отвлечься от созерцания зари. Последнее перестает быть созерцанием, а становится следом, удерживаемом в душе. Даже если зрелище зари само по себе никуда не делось, оно станет актуальным для нас только тогда, когда мы, отвлекшись от воображаемого восхода, вновь обратимся к его непосредственному созерцанию.

Некоторый намек на разгадку Августин дает, когда возвращается к проблеме сопоставления временных промежутков. Мы можем измерить промежутки времени, сопоставляя их друг с другом, поскольку в душе сейчас присутствует память о них. "В тебе, душа моя, измеряю я время... Впечатление от проходящего мимо остается в тебе, и его-то, сейчас существующее, я измеряю, а не то, что оставило" (с. 305). Следовательно, наряду с протекающим должно быть какое-то странное вневременное представление о целом временном промежутке. К нему, как к целому должна существовать возможность обратиться 'сейчас', в настоящем. Причем не к нему одному, но к нескольким сопоставляемым интервалам одновременно. Но точно также, как об интервале времени, можно говорить о любом предмете, который, будучи представлен как последовательность точечных актуализаций, должен также присутствовать как целое, в любой момент актуальное представление. Но такое представление не может быть действительным объектом. Мы определяем время последовательностью синтетических актов, в результате которых появляется ряд действительных объектов. Целое, строящееся из этих объектов как элементов, может быть только следом и никогда не обнаруживается актуально. В любой момент присутствующее может быть только вне времени, но это не есть действительность. Действителен лишь единичный воспринимаемый объект, а то, что представлено в любой момент не единично. Оно либо материально, либо в воображении может быть воспроизведено многократно, а потому является общим для многих актуализаций. Иными словами, речь здесь может идти о трансцендентальной схеме, вневременной структуре конструируемого в дискурсе объекта. Если что и может помочь нам удерживать представление о предмете как о целом, то только она. Однако детальное рассмотрение всего, что касается схематизма, как уже не раз отмечалось в настоящей работе, вызывает естественное затруднение.

Общность трансцендентальной схемы многим единичным объектам составляет существо второй проблемы, которая, как мы увидим, столь же стара, как и первая. Вопрос состоит в следующем: почему, воспроизводя второй раз некоторую конструкцию, мы знаем,что строим именно эту конструкцию, а не какую-либо другую? Почему, например, доказав один раз теорему о внутренних углах треугольника и произведя при этом соответствующее построение, мы не сомневаемся в возможности сделать это же самое построение еще раз, доказав вновь эту же теорему. Мы имеем веские основания для различения построенных конфигураций (они отличны по времени), но основания для их отождествления остаются пока проблематичными.

Возможность отождествления отличных по времени единичных конструкций эквивалентна общности суждения или синтезируемого этим суждением понятия. Суждение является общим поскольку справедливо для любого предмета, построенного сообразно данному понятию. Но должны быть основания для того, чтобы считать данное понятие общим для многих объектов. Каждый из этого множества объектов конструируется сообразно одному и тому же понятию, т.е. сообразно одной и той же трансцендентальной схеме. Но что значит "одна и та же"? Отождествляя построенные по одной и той же в разное время объекты, мы ссылаемся на тождественность схемы как на критерий. Но тогда мы должны обладать каким-то критерием для отождествления использованных в разное время схем, что тут же обеспечивает регресс в дурную бесконечность. Даже если мы будем считать, что схема остается одной и той же в смысле нумерического единства, как одна и та же вещь, то проблема отождествления не решается, поскольку мы не имеем каких-либо оснований для утверждения, что в очередной раз обратились к той же схеме (подобно, например, тому, как каждый раз, забивая очередной гвоздь, мы берем тот же самый молоток).

Понятие о нумерическом единстве (или единстве по числу) исключительно важно для нашего рассуждения и должно быть надлежащим образом уточнено. Боэций ([9] с. 45) пишет о "различии по числу" как о "различии при перечислении". "Когда мы говорим: 'Вот это - Платон, а вот это - Сократ' - мы получаем две единицы; точно также если бы мы коснулись пальцем обоих, говоря: 'Один' - о Сократе, 'Еще один' - о Платоне, мы перечислили бы две разные единицы". Из этого отрывка следует, что единство по числу подразумевает индивидуацию с помощью непосредственного указания. Заметим, что именно это происходит в экспозиции теоремы, где непосредственно предъявляется единичный объект построенный здесь и сейчас. Сама единичность, таким образом, эквивалентна непосредственному указанию ("Вот это"), которое есть не что иное как актуализация объекта, связанная с данным моментом времени, с настоящим. Из этого следует, что ни о каком нумерическом единстве схемы не может быть и речи.

Ситуация удивительным образом воспроизводит проблему универсалий. Вопрос о том, как общие понятия присутствуют в единичных вещах приводит ровно к тем же затруднениям. Вид присутствующий в различимых индивидах может быть либо един, либо множествен. Первый случай невозможен из-за того, что в этом случае нумерически одно должно находится сразу во многих местах. Второй же приводит к бесконечному умножению видов, ибо у всего множества, называемого одним видом, должно быть нечто общее, что собственно и делает вид одним. Потому что - как пишет Аристотель - "Если здесь не один и тот же вид бытия, то у них было бы только имя общее, и было бы похоже на то, как если бы кто называл человеком и Каллия и кусок дерева, не усмотрев никакойобщности между ними" (Метафизика I,9).(См. примечание 6)

Последняя трудность, на которую мы обязаны обратить внимание, связана с принципом "темпоральности", лежащем в основе разрабатываемого здесь подхода к дискурсу. Мы видели, что основой всякого различия между актуальными объектами является различие во времени. Именно структура таких различий задана схемой. Последняя не может определять ничего, кроме соотношения длительностей временных интервалов между точечными синтетическими актами. Дискурс оказывается последовательностью действий по конструированию элементарных (различимых лишь по времени) объектов. Но тогда мы можем объяснить только одномерную конструкцию, прямую линию. Понятая так трансцендентальная схема исключает одновременность и многомерность в восприятии объекта. Кант указывал на абсурдность описанной ситуации, находя в ней аргумент против "проблематического идеализма" ([30], с. 626-630). Он отмечал, что представление (даже с помощью одного лишь воображения) трехмерных объектов невозможно без обращения к внешнему чувству, т.е. к пространству. Внутренне чувство (время) обладает одним измерением и, опираясь только на него, нельзя мыслить пространственные конфигурации. Кант видит здесь довод против скептицизма Декарта суть которого он излагает так: "Проблематический идеалист признает, что мы воспринимаем изменения посредством нашего внутреннего чувства, но он отрицает, что на этом основании можно заключать о существовании внешних предметов в пространстве" (с. 626-627). Нам, однако, представляется, что указанная сложность присуща также и самой кантовской философии именно в силу центральной роли схематизма для познавательной способности. Схема дает правило для определения времени и совершенно невозможно понять, как она может быть прообразом или правилом конструирования пространственного объекта. Здесь остается лишь вновь сослаться на цитированное уже место из "Критики чистого разума" о "сокровенном в недрах человеческой души искусстве" (B181).

**Примечания**

1. Во всяком случае в таблице категорий, приводимой в "Аналитике понятий", второй из категорий модальности названо именно "существование" (B106), тогда как в "Аналитике основоположений" фигурирует термин "действительность".

2. В [76], с. 96-99 совершенно точно указывается на необходимость различать "реальное" и "действительное". В противном случае выражение "реальная возможность" окажется оксюмороном. Реально то, что получено в результате синтеза, совершенного сообразно условиям опыта. Все действительное реально. Но реальным может быть и возможное. Вообще введение термина "реальный" представляется оправданным именно в смысле противопоставления реальной и логической возможности.

3. Рассматриваемая далее структура античной теоремы была описана Проклом в "Комментариях к первой книге начал Евклида". См. комментарий к первому предложению в [78], c. 180-181. Интересная интерпретация этой, установленной у Прокла структуры имеется в статье А.Родина "Теорема" [49]. Родину принадлежит перевод на русский язык терминов, используемых Проклом для обозначения частей теоремы.

4. В [76] приведена довольно обширная литература по вопросу трансцендентального схематизма. Там же указано на многочисленные (и на наш взгляд вполне оправданные) жалобы многих исследователей на трудность и темноту данной проблемы.

5. Проблема взаимодействия звучащего и незвучащего в музыке подробно рассмотрена в книге М. Аркадьева [3]. В ней музыкальное произведение представлено как развертывание звучания в непрерывной незвучащей среде, названной автором "музыкальным временем". Последнее не является безразличным вместилищем для звуков, но находится с ними в сложном взаимодействии. Подобное описание музыкального произведения оказывается неожиданно близким к нашему представлению математического дискурса.

6. Рассуждение указывающее на трудность в рассмотрении общих понятий, связанную с их бесконечным умножением, была впервые указана у Платона в "Пармениде", а затем у Аристотеля в "Метафизике" (I,9). В обоих случаях, впрочем, аргументация несколько отлична от приводимой здесь, поскольку речь в названных книгах идет о самостоятельном (или, как выражается в [35] Г.Г. Майоров, "субсистентном") существовании идей. Наше рассуждение ближе к рассуждению Боэция ([9], c.25).