# Решение математических задач в среде Excel

## Численное дифференцирование

Известно, что численными приближенными методами производная функции в заданной точке может быть вычислена с использованием конечных разностей. Выражение, записанное в конечных разностях, для вычисления производной функции одного переменного имеет вид:

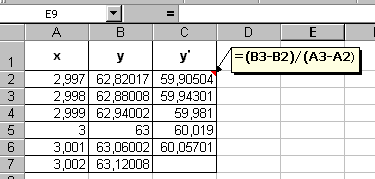
Для вычисления производной в Excel будем использовать приведенную зависимость.



Рассмотрим методику вычисления производной на примере упражнения.

Допустим требуется найти производную функции Y= 2x3 + x2 в точке x=3. Производная, вычисленная аналитическим методом, равна 60.

Для вычисления производной выполните следующие действия:

* табулируйте заданную функцию в окрестности точки х=3 с достаточно малым шагом, например 0,001 (см рис.)
* в ячейку С2 введите формулу вычисления производной. Здесь ячейка В2 содержит значение хк+1, ячейка А2 - хк.
* буксировкой скопируйте формулу до строки 7, получим значения производных в точках табуляции аргумента.

Для значения х =3 производная функции равна значению 60,019, что близко к значению, вычисленному аналитически.

## Численное вычисление определенных интегралов

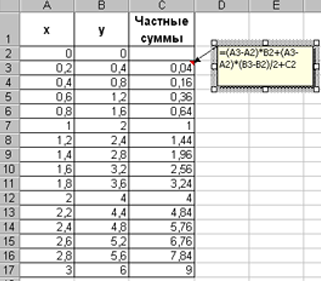
Для численного вычисления определенного интеграла методом трапеций используется формула:

Методику вычисления определенного интеграла в Excel с использованием приведенной формулы рассмотрим на примере.

1. 

Пусть требуется вычислить определенный интеграл

Величина интеграла, вычисленная аналитически равна 9. Для численного вычисления величины интеграла с использованием приведенной формулы выполните следующие действия:

* табулируйте подинтегральную функцию в диапазоне изменения значений аргумента 0 – 3 (см. рис.).
* в ячейку С3 введите формулу **=(A3-A2)\*B2+(A3-A2)\*(B3-B2)/2+C2,** которая реализует подинтегральную функцию.
* Скопируйте буксировкой формулу, записанную в ячейке С3 до значения аргумента х = 3. Вычисленное значение в ячейке С17 и будет величиной заданного интеграла - 9.

## Нахождение экстремумов функций с помощью инструмента Поиск решения

Если функция F(x) непрерывна на отрезке [a, b] и имеет внутри этого отрезка локальный экстремум, то его можно найти используя надстройку Excel **Поиск решения**.

Рассмотрим последовательность нахождения экстремума функции на примере следующего упражнения.

Пусть задана неразрывная функция Y= X2+X +2. Требуется найти ее экстремум (минимальное значение).

Для решения задачи выполните действия:

* В ячейку А2 рабочего листа введите любое число принадлежащее области определения функции, в этой ячейке будет находиться значение Х;
* В ячейку В2 введите формулу, определяющую заданную функцию. Вместо переменной Х в этой формуле должна быть ссылка на ячейку А2: **=A2^2 + A2 +2**
* Выполните команду меню Сервис/Поиск решения;
* Настройте параметры инструмента **Поиск решения**: число итераций – 1000, относительная погрешность 0,00001.
* в поле *Установить целевую ячейку* укажите адрес ячейки, содержащей формулу ( А2), установите переключатель Минимальному значению, в поле *Изменяя ячейки* введите адрес ячейки, содержащей Х (А2);
* Щелкните на кнопке Выполнить. В ячейке А2 будет помещено значение Х функции, при котором она имеет минимальное значение, а в ячейке В2 – минимальное значение функции.

Обратите внимание, что в окне Поиск решения можно устанавливать ограничения. Их целесообразно использовать, если функция многоэкстремальна, а нужно найти экстремум в заданном диапазоне изменения аргумента.

## Решение систем линейных уравнений

### Встроенные функции для работы с матрицами

В библиотеке Excel в разделе математических функций есть функции для выполнения операций над матрицами (табл.1.1).

Таблица .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Русифицированное имя функции** | **Англоязычное имя функции** | **Выполняемое действие** |
| МОБР (параметр) | MINVERSE (parametr) | обращение матрицы |
| МОПР (параметр) | MDETERM (parametr) | вычисление определителя матрицы |
| МУМНОЖ (список параметров) | MMULT (parametrlist) | Умножение матриц |

Параметрами функций, приведенных в таблице, могут быть адресные ссылки на массивы, содержащие значения матриц, или имена диапазонов и выражения, например

МОБР (А1: B2) или МОПР (матрица\_1).

### Решение систем линейных уравнений

Известно, что система линейных уравнений в матричном представлении записывается в виде:

**AX=B.**

Решение такой системы записывается в виде

**X=A-1B,**

Где A-1 –матрица, обратная по отношению к А.

### Пример решения системы линейных уравнений:

Пусть система уравнений задана матрицами:

Для решения задачи выполните действия:

* Выделите диапазон размерностью 2 х 2 и присвойте ему имя **А**;
* Выделите диапазон размерностью 1 х 2 и присвойте ему имя **В**;
* Выделите диапазон размерностью 1 х 2 и присвойте ему имя **Х**;
* Используя список имен выделите диапазон А и введите в него значения элементов матрицы А;
* Используя список имен выделите диапазон В и введите в него значения элементов вектора В;
* Используя список имен выделите диапазон Х для помещения результата решения системы;
* В выделенный диапазон Х введите формулу

**=МУМНОЖ(МОБР(А);В);**

* Укажите Excel, что выполняется операция над массивами, для этого нажмите комбинацию клавиш <Ctrl>+<Shift>+<Enter>, в ячейках диапазона Х будет получен результат: х1=2,16667, х2= - 1,33333

Чтобы выполнить проверку полученных результатов достаточно перемножить исходную матрицу на вектор результата, итогом этой операции является вектор свободных членов.

#### Решите систему уравнений вида AX=B и выполните проверку решения



## Решение нелинейных уравнений методом подбора параметра

Используя возможности Excel можно находить корни нелинейного уравнения в допустимой области определения переменной. Последовательность операций нахождения корней следующая:

1. Уравнение представляется в виде функции одной переменной;
2. Производится табулирование функции в диапазоне вероятного существования корней;
3. По таблице фиксируются ближайшие приближения к значениям корней;
4. Используя средство Excel **Подбор параметра,** вычисляются корни уравнения с заданной точностью.

Рассмотрим последовательность отыскания корней нелинейного уравнения на примере.

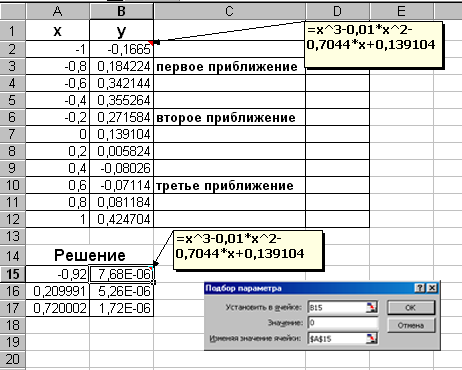
Требуется найти все корни уравнения **X3-0,01X2-0,7044X+0,139104=0** на отрезке [-1 ; 1]. Правая часть уравнения представлена полиномом третьей степени, следовательно, уравнение может иметь не более трех корней.

1. представим уравнение в виде функции

**Y = X3-0,01X2-0,7044X+0,139104**

Известно, что корни исходного уравнения находятся в точках пересечения графика функции с осью Х.

1. Для локализации начальных приближений необходимо определить интервалы значений Х, внутри которых значение функции пересекает ось абсцисс, т.е. функция меняет знак. С этой целью табулируем функцию на отрезке [–1;+1] с шагом 0,2, получим табличные значения функции. Из полученной таблицы находим, что значение функции трижды пересекает ось Х, следовательно, исходное уравнение имеет на заданном отрезке все три корня.
2. Анализ таблицы показывает, что функция меняет знак в следующих интервалах значений аргумента Х: (-1;-0,8), (-0,2;0,4) и (0,6;0,8). Поэтому в качестве начальных приближений возьмем значения Х: -0,8; -0,2 и 0,6 .
3. На свободном участке рабочего листа, как показано на рисунке, в ячейки А15: A17 введите начальные приближения, а соответствующие ячейки столбца В скопируйте формулу.



1. Выполните команду меню **Сервис/Параметры,** во вкладке **Вычисления** установите относительную погрешность вычислений E=0,00001, а число итераций N=1000, установите флажок **Итерации.**
2. Выполните команду меню **Сервис/Подбор параметра**. В диалоговом окне заполните следующие поля:

***Установить в ячейке***: в поле указывается адрес ячейки, в которой записана формула правой части функции;

***Значение***: в поле указывается значение, которое должен получить полином в результате вычислений, т.е. правая часть уравнения (в нашем случае 0);

***Изменяя значение***: в поле указывается адрес ячейки (где записано начальное приближение), в которой будет вычисляться корень уравнения и на которую ссылается формула.

После щелчка на ОК получим значение первого корня: -0,92.

Выполняя последовательно операции аналогичные предыдущим, вычислим значения остальных корней: -0,209991 и 0,720002.

## Решение систем нелинейных уравнений

Применяя надстройку Excel **Поиск решения** можно решать системы нелинейных уравнений. Предварительно система уравнений должна быть приведена к одному уравнению. Рассмотрим последовательность решения на примере упражнения.



Дана система двух уравнений:

Требуется найти все корни приведенного уравнения для диапазона значений х и y [-3; 3].

***Шаг 1*.** Приведем систему к одному уравнению. Пара (x, y) является решением системы тогда и только тогда, когда она является решением следующего уравнения с двумя неизвестными:

(x2 + y2 – 3)2 + (2x + 3y – 1)2 = 0

***Шаг 2.*** Для решения последнего уравнения необходимо найти начальные приближения, для этого табулируем выражение, стоящее в левой части как функцию по двум переменным x и y. Для табуляции функции выполните следующие действия:

* В столбец А введите последовательность значений Х с шагом 0,5, а строку 3 – последовательность значений У также с шагом 0,5.
* Присвойте диапазонам значений Х и У имена Х и У, соответственно.
* Выделите диапазон ячеек, в котором будут вычисляться значения функции (B4:N16).
* В выделенный диапазон введите формулу

**=(Х^2+Y^2-3)^2+(2\*Х+3\*Y-1)^2.**

* Нажав комбинацию клавиш [Ctrl]+[Shift]+[Enter] выполните операцию над выделенным массивом. В выделенном диапазоне появятся вычисленные значения функции.

***Шаг 3.*** Найдем начальные приближения. Поскольку табулируемая функция задает поверхность, то начальные приближения следует искать во впадинах, т.е. в точках, где функция принимает наименьшие значения. На рисунке эти точки затемнены. Начальными приближениями являются пары (-1;1) и (1,5; -0,5).

Введите значения найденных приближений в смежные ячейки рабочего листа ( см. рис.). Над столбцами сделайте надписи XX и YY, которые будут выполнять в формулах роль меток. Обратите внимание, что мы уже использовали имена Х и Y, поэтому имена новых меток должны отличаться.

***Шаг 4***. В ячейку строки, в которой записана первая пара Х и У введите формулу, вычисляющую значение функции:

**=(XX^2+YY^2-3)^2+(2\*XX+3\*YY-1)^2**

и скопируйте ее в следующую строку.

***Шаг 4***. Установите курсор на ячейку, в которой записана формула и выполните команду меню **Сервис/Поиск решения**. Выполните настройку параметров инструмента Поиск решения: Предельное число итераций – 1000, относительная погрешность 0,000001.

В окне Поиск решения в качестве целевой ячейки установите адрес ячейки, содержащей формулу, взведите переключатель *Минимальному значению,* в поле *Изменяя ячейки* укажите адрес диапазона, содержащего начальные приближения и щелкните на ОК. В ячейках, где хранились начальные приближения будет получена первая пара корней.

Повторите такие же операции для второй пары приближений.

Решением системы являются пары (-1,269; 1,1791) и (1,5764; -0,718).



##### Задания для самостоятельной работы

1. Найти корни уравнения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант** | Уравнение | **Ответ** |
| 1 | Sin(x)e-2x  = 0 для значений х [-2;2] | Х = 0 |
| 2 | X3-2,56x2-1,3251x+4,395006=0 | X=-0,94644 |
| 3 | X3-2,92x2+1,4355x+0,791136=0 для х [-3;3] | -0,32; 1,229997; 2,010001 |
| 4 | x3-2,84x2-5,6064x-1476336 = 0 | 4,700766 |
| 5 | X3+1,41x2-5,4724x-7,380384 = 0 | 3,542723 |

1. **Найти корни линейного уравнения вида Ах=В и выполнить проверку:**

###### Вариант 1 Вариант2

###### Вариант 3 Вариант 4



1. **Найти производную функции:**
2. Y = 2x2 при х = 3
3. Y= Sin(x) для х = 0
4. Y = Cos(x) для х = 0
5. Y= Sin(x) для х = Пи/2
6. Y = Cos(x) для х = Пи/2
7. Y= Tg(x) для х = 0
8. **Вычислить определенный интеграл:**

А) В)

****С) D)



1. **Найти экстремум функции:**
2. Y = (2 – x)2
3. Y = x2 + y2 – 3
4. Y = (x-2)2 +(y+3)2-6
5. Y = sin(2x) для х [0; Пи/2]