**Реферат**

**по курсу “Теория информации и кодирования ”**

**Тема:**

**"СПЕЦИАЛЬНЫЕ КОДЫ"**

# 1. КОДЫ ФИБОНАЧЧИ

**1.1 ЗОЛОТЫЕ ПРОПОРЦИИ**

В математике существует большое количество иррациональных (несоизмеримых) чисел, т. е. обозначающих длину отрезка несоизмеримого с единицей масштаба. Ряд из них широко используется как в математике, так и в др. областях.

Например: Число *π = 2πR/D=3,14159*… , которое представляет отношение длины окружности к ее диаметру. Число *e = 2,71828*… , при этом . Логарифмы с основанием *e* удобны для математических расчетов. Число *√2 =1,44*… , которое представляет отношение диагонали к стороне квадрата и ряд других чисел.

Особое иррациональное число *α = (1+√5)/2 = 1,61803,* которое называется золотая пропорция или золотое сечение и является результатом решения задачи деления отрезка в крайнем и среднем отношении (рис. 1)

*A C B*

о o o

Рис. 1 Деление отрезка

Если задан отрезок *AB* то необходимо найти такую точку *C*, чтобы выполнялось условие *AB/CB = CB/AC.*

Обозначим: *x = CB/AC*; *(CB+AC)/CB = 1+1/x = x*.

При этом *x2–x–1 = 0*. Корни этого уравнения равны: *x1,2=(1±√5)/2*.

Положительный корень называется золотой пропорцией , а точка *C* - золотым сечением. Золотая пропорция обладает рядом уникальных свойств.



Пропорция 1,61... использовалась в архитектуре, художественных произведениях, музыке с античных времен. С этим числом связан ореол мистики, таинственности, божества и т.д.

В последнее десятилетие эта пропорция нашла свое применение в ЭВМ, АЦП-ЦАП, измерениях и т. д.

**1.2** **ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ**

С золотым сечением тесно связаны числа Фибоначчи открытые итальянским математиком Леонардо из Пизы (Фибоначчи) в XIII веке, которые вычислены по формуле:

 (1)

Эти числа представляют ряд: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...

## Отношение соседних чисел Фибоначчи 1/1, 2/1, 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, 21/13 ... в пределе стремится к золотой пропорции

 . (2)

Числа Фибоначчи обладают еще рядом полезных свойств. Например, остатки от деления чисел Фибоначчи на 2 образуют последовательность: 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, ... и т. д.

Обобщенные числа Фибоначчи или *p*-числа Фибоначчи вычисляются по рекуррентной формуле:

 (3)

Где *p* = 0, 1, 2, 3, … . При *р* = 0 число *ϕ0(n)* совпадает с двоичными разрядами 2n (табл. 1).

## Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *n* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| *ϕ0(n)* | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |

При *р = 1* число *ϕ0(n)* совпадает с обычным рядом Фибоначчи:

1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

При *р = * число *ϕ0(n) = 1* для любого *n ≥ 0* равно:

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...

**1.3 КОДЫ ФИБОНАЧЧИ**

Любое натуральное число *N* можно представить с помощью *p*-чисел Фибоначчи

 (4)

где: *ai* ∈{0, 1} - двоичная цифра *i*-го разряда; *ϕp(i)* - вес *i*-го разряда;

Любое натуральное число *N* можно представить также следующим способом:

 (5)

Такое представление чисел *N* называется *p*-кодом Фибоначчи. Каждому *p*∈*{*0, 1, 2, …, ∞} соответствует свой код, т. е. их число бесконечно.

При *p* = 0 *p* -код Фибоначчи совпадает с двоичным кодом.

Для 1-кода Фибоначчи кодовые комбинации имеют вид:

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | KK | | Вес порядка | | | | |
|  | |  | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 0 | | A0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | | A1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | | A2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | | A3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | | A4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | | A5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | | A6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | | A7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | | A8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | | A9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | | A10 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | | A11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | | A12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | | A13 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | | А14 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | | А15 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | KK | | Вес порядка | | | | |
|  | |  | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 5 | | A16 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | | A17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | | А18 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | | A19 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 7 | | A20 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | | A21 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 8 | | A22 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 9 | | A23 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | | A24 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | | A25 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 9 | | A26 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | | A27 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 10 | | A28 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | | A29 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 11 | | A30 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | | А31 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Как видно из таблицы 5 разрядным 1-кодом Фибоначчи можно закодировать 13 натуральных чисел от 0 до 12, при этом каждому числу соответствует множество комбинаций.



Коды Фибоначчи образуют соответствующую систему счисления с набором арифметических операций.

Сложение: Вычитание:

0+0 = 0; 0- 0 = 0;

0+1 = 1; 1 -1 = 0;

1+0 = 1; 1 -0 = 1;

1+1 = 111; 10-1 = 1;

1+1 = 1001; 110 -1 = 11;

1000-1 = 111.

При сложении 2-х единиц может быть:

1. *ϕ1(n)+**ϕ1(n)=**ϕ1(n)+**ϕ1(n-1)+**ϕ1(n-2)* т. е. равно 1 и перенос 1 в два младших разряда.
2. *ϕ1(n)+**ϕ1(n)=**ϕ1(n+1)+**ϕ1(n-2)* т. е. равно 0 и перенос 1 в два разряда - предыдущий и последующий.

Коды Фибоначчи обладают рядом полезных свойств (например, избыточность и т. д.), позволяющих строить быстродействующие и помехоустойчивые АЦП (“фибоначчевые” АЦП), реализующих специальные алгоритмы преобразования. Коды Фибоначчи используются для диагностики ЭВМ, в цифровых фильтрах для улучшения спектрального состава сигнала за счет перекодировки и др. областях.

**2. ДВОИЧНЫЙ ОТРАЖЕННЫЙ КОД. КОД ГРЕЯ**

Код Грея отличается от двоичного кода тем, что при переходе к следующей кодовой комбинации изменяется только один элемент кодовой комбинации (табл. 3).

Если при передаче сообщений с помощью кода Грея одновременно изменяется несколько разрядов кода, то это свидетельствует об ошибке, в этом состоит обнаруживающая способность кода Грея.

Код Грея, не взвешенный и непригоден для вычислительных операций без предварительного перевода в двоичный код.

Таблица 3

Если обозначить:  *ai*- двоичный код;

*bi* - Код Грея, то правило перехода из двоичного кода к коду Грея имеет вид:

*bi =ai  ai+1*

где - суммирование по mod 2 *ai+1 - ai* - со сдвигом на один разряд вправо.

**Пример:**

1) *ai* = 1 1 1 0 1

 1 1 1 0 1

*bi* = 1 0 0 1 1

2) ai = 1 1 1 1

 1 1 1 1

bi = 1 0 0 0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число | Дв. Код | Код Грея |
| 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15 | 0000  0001  0010  0011  0100  0101  0110  0111  1000  1001  1010  1011  1100  1101  1110  1111 | 0000  0001  0011  0010 |
| 0110  0111  0101  0100 |
| 1100  1101  1111  1110 |
| 1010  1011  1001  1000 |

Схема кодера Грея приведена на рис. 2. Как видно из кодер Грея реализуется с помощью регистра RG, сдвигового регистра SRG и сумматора по модулю 2 SM2.

**Правила перехода из кода Грея в двоичный код.** Существует несколько способов перехода.

1. Используется следующий алгоритм:

*an-1 = bn-1;*

*ai = ai+1 bi* .

где *an-1*- значение старшего разряда двоичного числа.

*ai bi*

*n n n n*

*n*

Рис.2. Схема кодера Грея

## SRG

## SM2

**RG**

**Пример 1.** Дана запись числа кодом Грея *bi* = 10101 → *b4 b3 b2 b1 b0* получить двоичную запись. Используя приведенные выше формулы, получим

*a4 = b4*= 1 ;

*a3 = a4  b3*=1  0 = 1;

*a2 = a3  b2*=1  1 = 0;

*a1 = a2  b1*=0  0 = 0;

*a0 = a1  b0*=0  1 = 1;

*ai =a4 a3 a2 a1 a0*= 11001

2. Переход осуществляется по алгоритму *ai = * - т. е. как сумма по модулю 2 всех предыдущих значений

**Пример 2.** Дана запись числа кодом Грея *bi* = 11001. При этом двоичная запись равна *ai* = 10101;

**Правила перехода из двоичного кода и кода Грея к десятичной записи**

Для двоичного кода: 

Для кода Грея: 

для нечетных “1” знак “+”, для четных “1” знак “-”.

**Пример 3.** Дана запись числа двоичным кодом *ai* = .

При этом десятичная запись равна

*a10* = 1⋅25 + 1⋅24 + 1⋅22 +1⋅21 = 32+16+4+2 = 54.

**Пример 4.** Дана запись числа двоичным кодом *ai* =110110. Получить код Грея и преобразовать его в десятичную запись.

Получим код Грея

*ai* = 1 0 1 1 0

** 1 1 0 1 1 0

*bi* = 1 0 1 1 0 1.

Получим десятичную запись

*b10* = 1⋅(26-1)- 1⋅(24-1)+ 1⋅(23-1)- 1⋅(21 -1) = 63-15+7-1=54.

**Достоинство кода Грея**: Простота перевода в двоичный код и обратно, а также к десятичной записи.

**Применение** **кода Грея**: Код Грея, чаще всего, используется для надежного перехода от аналогового представления информации к цифровой и обратно, т. е. в аналого-цифровых преобразователях (АЦП).

**Список Литературы**

1. Вернер М. Основы кодирования. — М.: Техносфера, 2004.
2. Зюко А.Г. , Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. М: Радио и связь, 2001 г. –368 с.
3. Кнут Дональд, Грэхем Роналд, Паташник Орен Конкретная математика. Основание информатики — М.: Мир; Бином. Лаборатория знаний, 2006. — С. 703.
4. Лидовский В.И. Теория информации. - М., «Высшая школа», 2002. – 120с.
5. Метрология и радиоизмерения в телекоммуникационных системах. Учебник для ВУЗов. / В.И.Нефедов, В.И. Халкин, Е.В. Федоров и др. – М.: Высшая школа, 2001 г. – 383с.
6. Рудаков А. Н. Числа Фибоначчи и простота числа 2127-1 // Математическое Просвещение, третья серия. — 2000. — Т. 4.
7. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. –М.: Радио и Связь, 1984.
8. Цапенко М.П. Измерительные информационные системы. - . – М.: Энергоатом издат, 2005. - 440с.