ЗМІСТ

Вступ

1. Теоретична частина

1.1 Постановка задачі

1.2 Методи розв'язування задачі

2. Практична частина

2.1 Архітектура програми

2.2 Опис програми

2.3 Контрольний приклад та аналіз результатів машинного експерименту

Висновки

Список використаної літератури

ДОДАТКИ

# Вступ

Центральним поняттям програмування є, безперечно, поняття алгоритму. З нього починається робота над програмою і від якості алгоритму залежить її успішне створення. Тому вміння програмувати в значній мірі означає розробляти хороші алгоритми і застосовувати вже відомі.

На сьогодні існує велика кількість різноманітних мов програмування, кожна з яких має свої певні переваги та недоліки. В цьому розмаїтті не завжди легко зробити свій вибір на користь якоїсь певної мови програмування.

Для реалізації поставленої задачі вибрано середовище Turbo Pascal. Алгоритмічна мова Паскаль була створена Н.Віртом на початку 70-х років. Завдяки зусиллям розробників ця мова програмування стала потужним інструментом професійних програмістів‚ не втративши простоти і ясності, властивих цій мові від народження.

Розробник системи Turbo Pascal - фірма Borland International виникла в 1984 році і за порівняно короткий час неодноразово дивувала користувачів персональних ЕОМ своїми Turbo системами. Було випущено кілька версій Turbo Pascal: 3.0‚ 4.0‚ 5.0‚ 5.5‚ 6.0‚ 7.0‚ Pascal for Windows, Borland Pascal.

Головні особливості середовища Turbo Pascal:

* широкий спектр типів даних‚ можливість обробки рядкових та структурних типів даних;
* достатній набір операторів управління розгалуженнями та циклами;
* добре розвинутий апарат підпрограм та зручні конструкції роботи з файлами;
* великі можливості управління усіма ресурсами ПЕОМ;
* різноманітні варіанти стикування з мовою Асемблера;
* підтримка ідей об'єктно-орієнтованого програмування (ООП).

Саме з огляду на ці особливості програмна реалізація курсового проекту було здійснено в середовищі Turbo Pascal.

Розробник системи програмування Turbo Pascal - фірма Borland International виникла в 1984 році і за порівняно короткий час неодноразово дивувала користувачів персональних ЕОМ своїми Turbo системами. Було випущено на ринок програмних продуктів декілька версій Turbo Pascal: 3.0, 4.0, 5.0, 5.5, 6.0, 7.0, Pascal for Windows, Borland Pascal.

Курсовий проект складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури, графічної частини та додатків. Текст пояснювальної записки набрано та роздруковано з використанням текстового редактора Word. Графічна частина виконана з допомогою графічного редактора Visio.

# 1. Теоретична частина

## Постановка задачі

В задачах‚ пов'язаних з аналізом‚ ідентифікацією‚ оцінкою якості‚ моделюванням різноманітних пристроїв автоматики‚ керування‚ інформаційно-вимірювальної техніки‚ радіоелектроніки‚ часто виникає необхідність обчислення визначених інтегралів.

Якщо функція  неперервна на відрізку  і відома її первинна функція ‚ то визначений інтеграл від цієї функції в межах від a до b може бути обчисленим за формулою Ньютона-Лейбніца

 (1)

Однак у більшості випадків обчислення інтегралу за формулою (1) є практично неможливим через складність аналітичного визначення первісної функції. В поширеній задачі‚ коли підінтегральна функція задається таблично (масивом значень)‚ поняття первісної втрачає смисл‚ і інтеграл може бути обчисленим лише чисельно.

Задача чисельного інтегрування функції полягає в обчисленні значення визначеного інтегралу на основі ряду значень підінтегральної функції. Графічно інтеграл визначається площею‚ яка обмежена графіком функції .

Найчастіше на використовуються на практиці і є найбільш відомими наступні методи знаходження визначених інтегралів:

* методи Ньютона-Котеса‚ Гауса‚ Чебишева‚ що базуються на так званих квадратурних формулах‚ які одержуються шляхом заміни функції  інтерполяційними многочленами;
* методи Монте-Карло‚ що базуються на використанні статистичних моделей.

## Методи розв'язування задачі

Формули Ньютона-Котеса. Для виведення формул Ньютона-Котеса інтеграл (1) представляють у вигляді

‚ (2)

де  - вузли інтерполяції‚  - коефіцієнти‚ залежні від виду формули‚  - погрішність квадратурної формули.

Здійснивши в (2) заміну підінтегральної функції відповідним інтерполяційним многочленом Лагранжа для  рівновіддалених вузлів з кроком ‚ можна отримати наступну формулу для розрахунку коефіцієнтів при довільній кількості вузлів

 (3)

де  - приведена змінна.

Зазвичай‚ коефіцієнти  називають коефіцієнтами Котеса. При цьому формула (3) набуває такого вигляду

. (4)

В таблиці 1 наводяться значення коефіцієнтів Котеса та оцінки погрішностей для значень  від 1 до 8. Оскільки коефіцієнти Котеса при великій кількості ординат є доволі складними‚ то на практиці для наближеного обчислення визначених інтегралів розбивають проміжок інтегрування на велику кількість дрібних проміжків і до кожного з них застосовують квадратурну формулу Ньютона-Котеса з малим числом ординат. Таким чином‚ отримуються формули більш простої структури‚ точність яких може бути довільно високою.

Таблиця 1. Коефіцієнти Котеса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |
| 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |
| 2 | 1 | 4 | 1 |  |  |  |  |  |  | 6 |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 |  |  |  |  |  | 8 |
| 4 | 7 | 32 | 12 | 32 | 7 |  |  |  |  | 90 |
| 5 | 19 | 75 | 50 | 50 | 75 | 19 |  |  |  | 288 |
| 6 | 41 | 216 | 27 | 272 | 27 | 216 | 41 |  |  | 840 |
| 7 | 751 | 3577 | 1223 | 2989 | 2989 | 3577 | 3577 | 751 |  | 17280 |
| 8 | 989 | 5888 | -928 | 10496 | -4540 | -928 | -928 | 5888 | 989 | 28350 |

Наприклад‚ отримані таким чином формули прямокутників‚ трапецій і Сімпсона (парабол) мають вигляд

(5)

(6)

.(7)

При обчисленні визначених інтегралів слід враховувати похибку знаходження значень . Якщо ‚ наприклад‚ будуть задані з однаковою похибкою ‚ то сумарна похибка становитиме

.

Якщо використання формул оцінки похибки пов'язано з труднощами‚ обумовленими необхідністю знаходження похідних вищих порядків (четвертого‚ а навіть і п'ятого)‚ то можна використовувати практичний метод екстраполяції Річардсона [1].

Точність квадратурних формул з фіксованим розташуванням рівновіддалених вузлів обмежена можливостями використовуваних методів інтерполяції.

Формула Чебишева. Формула (2) може бути зведена до вигляду

(8)

шляхом заміни змінної

.

При виводі формули Чебишева використовуються наступні умови: коефіцієнти  рівні між собою; квадратурна формула (8) є точною для всіх поліномів до степені  включно. Враховуючи‚ що  і при  , отримаємо . Тоді формула (8) матиме вигляд

.(9)

Для знаходження  необхідно розв'язати систему нелінійних рівнянь

(10)

Система рівнянь (10) має розв'язок при . Значення абсцис  в формулі Чебишева наведено в таблиці 2. Обмежена точність і є принциповим недоліком формули Чебишева.

Таблиця 2. Значення абсцис  в формулі Чебишева

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 2 | 1; 2 | 0,577330 | 6 | 1;6  2;5  3;4 | 0,866247  0,422519  0,266635 |
| 3 | 1; 3  2 | 0,707107  0 |
| 4 | 1; 4  2; 3 | 0,794654  0,187592 | 7 | 1;7  2;6  3;5  4 | 0,883862  0,529657  0,323912  0 |
| 5 | 1; 5  2; 4  3 | 0,832498  0,3745413  0 |

Формула Гауса. Формула Гауса називається формулою найвищої алгебраїчної точності. Для формули (8) найвища точність може бути досягнута для поліномів степені ‚які визначаються  константами  та .

Дійсно‚ вважаючи‚ що  може бути апроксимованою поліномами степені 

‚

Отримаємо

.

Для знаходження цих сталих отримуємо систему рівнянь

(11)

Ця система є нелінійною і її розв'язування звичайними методами пов'язано зі значними труднощами. Однак‚ якщо використати систему для поліномів виду

‚(12)

де  - поліном Лежандра‚ то її можна звести до лінійної системи відносно коефіцієнтів  із заданими точками .

Поліномами Лежандра називаються поліноми виду

.

Перші п'ять поліномів Лежандра мають вигляд



Оскільки степені поліномів у співвідношенні (12) не перевищують ‚ то повинна виконуватись система (11) і формула (8):

.

Внаслідок властивості ортогональності ліва частина останньої рівності дорівнює нулю‚ тоді

‚

що завжди забезпечується при довільних значеннях  в точках ‚ які відповідають кореням відповідних поліномів Лежандра.

Підставивши ці значення  в систему (11) і враховуючи перші n рівнянь‚ можна легко визначити коефіцієнти .

Формула (8)‚ де - нулі поліному Лежандра ‚ а  визначаються з системи (11)‚ називається формулою Гауса.

Таблиця 3. Елементи формули Гауса.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 1 | 1 | 0 | 2 |
| 2 | 1; 2 | 0,57735027 | 1 |
| 3 | 1;3  2 | 0,77459667  0 | 0,55555556  0,88888889 |
| 4 | 1;4  2;3 | 0,86113631  0,33998104 | 0,34785484  0,65214516 |
| 6 | 1; 6  2; 5  3; 4 | 0,93246951  0,66120939  0,23861919 | 0,17134250  0,36076158  0,46791394 |
| 7 | 1; 7  2; 6  3; 5  4 | 0,94910791  0,74153119  0,40584515  0 | 0,12948496  0,27970540  0,38183006  0,41795918 |
| 8 | 1; 8  2; 7  3; 6  4; 5 | 0,96028986  0,79666648  0,52553142  0,18343464 | 0,10122854  0,22238104  0,31370664  0,36268378 |

В таблиці 3 подано значення  та  для формули Гауса для різних  від 1 до 8.

Стандартні програми‚ які використовують формули Гауса з різним числом вузлів як формули‚ що забезпечують найкращу точність‚ входять до складу багатьох пакетів програм для наукових та інженерних розрахунків.

# 2. Практична частина

## 2.1 Архітектура програми

Для реалізації поставленої задачі розроблено програму INTEGRALY.PAS (лістінг програми представлено в додатку 4).

Програма складається з головного блоку, шести процедур:

1. VVID\_INTERVAL;
2. INIT\_GAUS;
3. INIT\_CHEB;
4. CALCULATION;
5. VYVID\_REZ;
6. INFORM.

Запуск програми здійснити двома способами:

1. з головного меню інтегрованого середовища Turbo Pascal шляхом вибору опції Run (попередньо програма повинна бути завантажена в ОП - F10, File, Open, INTEGRALY.PAS);
2. з середовища операційної оболонки Norton Commander шляхом запуску INTEGRALY.EXE (попередньо програма повинна буди відкомпільована з опцією Destination To Memory).

Програма виводить на дисплей головного меню, котре пропонує користувачеві вибір однієї з опцій:

- ВВІД

- ОБЧИСЛЕННЯ

* РЕЗУЛЬТАТИ
* ІНФОРМАЦІЯ

- ВИХІД.

При виборі певної опції активізується відповідна процедура. Завершення роботи програми і повернення в середовище системи програмування Turbo Pascal здійснюється при натисканні клавіші Esc, що відповідає вибору опції "ВИХІД". Програма знаходить розв’язки систем лінійних рівнянь з двома та трьома невідомими, виводить обчислені визначники та знайдені розв’язки на дисплей, або інформує користувача про відсутність розв’язків.

Опишемо процедури програми INTEGRALYS.PAS.

Процедура VVID\_INTERVAL. Призначення - ввід лівої та правої меж інтегрування (інтервалу інтегрування). Процедура викликається з головного меню програми при виборі пункту "ВВІД" шляхом натискання функціональної клавіші F2.

Після вводу меж інтегрування процедура припиняє роботу і повертає керування в програму. Процес виконання процедури представлено екранною копією (див. додаток 1).

Процедура INIT\_GAUS. Призначення - визначення (ініціація) значень елементів  квадратурної формули Гауса. Виклик процедури здійснюється процедурою CALCULATION.

Процедура INIT\_CHEB. Призначення - визначення (ініціація) значень елементів  квадратурної формули Чебишева. Виклик процедури здійснюється процедурою CALCULATION.

Процедура CALCULATION. Призначення - обчислення визначеного інтеграла з допомогою квадратурних формул‚ розглянутих в попередньому розділі. Процедура викликається з головного меню програми при виборі пункту "ОБЧИСЛЕННЯ" (функціональна клавіша F3). Обчислені різними методами значення визначеного інтеграла зберігаються в масиві змінних. Після обчислення інтегралів процедура передає керування головному блокові програми.

Блок схема процедури представлена в додатку 3.

Процедура VYVID\_REZ. Призначення - форматований вивід результатів обчислення визначеного інтеграла на дисплей. Процедура викликається з головного меню програми при виборі пункту "РЕЗУЛЬТАТИ" (функціональна клавіша F4). Результат роботи процедури представлено не екранній копії (див. додаток 5). Для отримання друкованого результату потрібно натиснути клавішу PrtScr (при роботі в режимі MS DOS) або комбінацію клавіш Shift+PrtScr (при роботі з ОС Windows 3.xx, Windows 9x).

Процедура INFORM. Призначення - ввід короткої інформації про методи чисельного інтегрування та квадратурні формули. Процедура викликається з головного меню програми при виборі пункту "ІНФОРМАЦІЯ" шляхом натискання функціональної клавіші F1.

Після вводу текстової інформації на екран дисплею процедура організовує паузу в роботі і повертає керування в програму при натисканні довільної клавіші. Результат виконання процедури представлено екранною копією (див. додаток 1).

Головний блок програми реалізовано у вигляді вертикального меню з використанням функціональних клавіш. Вибір опції меню здійснюється за допомогою натискання відповідної функціональної клавіші‚ вихід з меню (а тим самим і з програми) здійснюється при натисканні клавіші Esc. Блок-схема головного блоку програми подано в додатку 2.

## 2.2 Опис програми

Програма складена‚ відкомпільована і відлагоджена в середовищі Turbo Pascal 6.0.

На початку програми, відповідно до вимог технології програмування, знаходиться вступний коментар до програми, а решта операторів програми мають таке призначення:

|  |  |
| --- | --- |
| Оператор | Призначення оператора |
| 001 | Заголовок програми |
| 002 | Підключення зовнішнього модуля управління виводом на дисплей (Crt) |
| 003-008 | Опис глобальних змінних програми |
| 009-011 | Опис підінтегральної функції |
| 012 | Заголовок процедури Init\_Gauss |
| 013 | Початок процедури |
| 014 | Визначення кількості вузлів інтегрування |
| 015-022 | Ініціалізація абсцис інтегрування та коефіцієнтів формули Гауса |
| 023 | Кінець процедури Init\_Gauss |
| 024 | Заголовок процедури Init\_Cheb |
| 025 | Початок процедури |
| 026 | Визначення кількості вузлів інтегрування |
| 027-032 | Ініціалізація абсцис інтегрування та коефіцієнтів формули Чебишева |
| 033 | Кінець процедури Init\_Cheb |
| 034 | Початок процедури Vvid\_Interval |
| 035 | Опис локальної змінної |
| 036 | Початок процедури |
| 037 | Очистка вікна виводу |
| 038-040 | Вивід екранної форми для вводу даних |
| 041-042 | Ввід меж інтегрування |
| 043 | Кінець процедури Vvid\_Interval |
| 044 | Заголовок процедури Calculation |
| 045 | Початок процедури |
| 046-047 | Присвоєння значення 0 масиву integral [1..5] |
| 048-051 | Обчислення наближеного значення інтегралу за формулою прямокутників і присвоєння цього значення змінній integral[1] |
| 052-055 | Обчислення наближеного значення інтегралу за формулою трапецій і присвоєння цього значення змінній integral[2] |
| 056-064 | Обчислення наближеного значення інтегралу за формулою Сімпсона і присвоєння цього значення змінній integral[3] |
| 065 | Виклик процедури Init\_Gauss |
| 066-069 | Обчислення наближеного значення інтегралу за формулою Гауса і присвоєння цього значення змінній integral[4] |
| 070 | Виклик процедури Init\_Cheb |
| 071-076 | Обчислення наближеного значення інтегралу за формулою Чебишева і присвоєння цього значення змінній integral[5] |
| 077 | Заголовок процедури Vyvid\_Rez |
| 078 | Початок процедури |
| 079-089 | Вивід на дисплей екранної форми для виводу результатів обчислень |
| 090-093 | Вивід масиву вихідних наближених значень інтегралу‚ обчислених різними методами |
| 094 | Організація паузи в роботі програми |
| 095 | Кінець процедури Vyvid\_Rez |
| 096 | Початок процедури Inform |
| 097-098 | Опис локальних змінних процедури |
| 098 | Початок процедури |
| 099-104 | Очистка вікна виводу |
| 105-128 | Вивід короткої інформації про чисельне інтегрування та про методи‚ що використовуються для наближеного обчислення визначених інтегралів |
| 129 | Організація паузи в роботі програми |
| 130 | Кінець процедури Inform |
| 131 | Початок головного блоку програми |
| 132 | Організація циклу виводу меню програми |
| 133 | Початок тіла циклу |
| 134 | Очистка екрану |
| 135-136 | Визначення основного та фонового кольорів |
| 137 | Оголошення вікна виводу |
| 138-162 | Вивід головної екранної форми програми та меню |
| 163 | Очікування натискання довільної клавіші і присвоєння коду цієї клавіші змінній choise |
| 164-165 | Зміна основного та фонового кольорів |
| 166-174 | Заголовок оператора вибору(аналіз коду клавіші) |
| 167 | Виклик процедури Vvid\_Interval‚ якщо користувачем натиснуто клавішу F2 (код клавіші 6016) |
| 168-170 | Виклик процедури Calculation‚ якщо користувачем натиснуто клавішу F3 (код клавіші 6116) |
| 171 | Виклик процедури Vyvid\_Rez‚ якщо користувачем натиснуто клавішу F4 (код клавіші 6216) |
| 172 | Виклик процедури Inform‚ якщо користувачем натиснуто клавішу F1 (код клавіші 5916) |
| 173 | Кінець роботи програми при натисканні користувачем клавіші Esc (код клавіші 2716) |
| 174 | Кінець дії оператора вибору |
| 175 | Кінець тіла циклу |
| 176 | Кінець програми. |

## 2.3 Контрольний приклад та аналіз результатів машинного експерименту

Випробування будь-якої системи є найбільш відповідальним і пов’язаний з найбільшими труднощами і найбільшими втратами часу. Відладка і тестування - найважливіші етапи життєвого циклу програм. Не можна робити висновок про правильність програми лише на тій підставі, що програма повністю протрансльована (відкомпільована) і видала числові результати. Все, чого досягнуто в даному випадку - це отримання деякої вихідної інформації, необов’язково правильної. В програмі все ще можуть міститись логічні помилки. Тому необхідно здійснювати "ручну" перевірку результатів‚ отриманих внаслідок машинного експерименту.

Існує кілька способів перевірки правильності машинних результатів:

1. обчислення результатів вручну;
2. отримання результатів з довідкової літератури, документації або сукупності таблиць;
3. отримання результату з допомогою іншої програми.

Контрольний приклад для перевірки правильності розробленої програми виконано вручну. Для перевірки роботи програми в нормальних умовах розглянемо визначений інтеграл‚ обчислення якого не викликає жодних труднощів‚ а саме

.

Обчислення цього інтегралу здійснимо‚ використовуючи формулу Ньютона-Лейбніца:

.

Отриманий результат співпадає з вихідними даними програми, представленими в додатку 6.

Розроблена програма дає можливість порівняти описані в розділі 1.1 методи чисельного інтегрування. Наведена в додатку 6 екранна форма результатів роботи програми свідчить про те‚ що з перелічених методів чисельного інтегрування найгірший результат дає застосування формули прямокутників‚ а найкращий результат - застосування формул Гауса.

# Висновки

Розв’язування задач обчислювального характеру з використанням персональних комп’ютерів має велике практичне значення, оскільки дає можливість значно економити час при виконанні простих але громіздких обчислень. Використання з цією метою готових пакетів прикладних програм (типу MathCad) для виконання математичних обчислень має певні вади. Ліцензовані пакети програм мають високу вартість і достатньо висока складність експлуатації. Тому їх використання для розв’язування нескладних задач (а саме такою є задача чисельного інтегрування) є недоцільним. Надзвичайно важливо вміти самостійно складати прості програми для розв’язування задач обчислювального характеру.

В даному курсовому проекті розроблено і описано програму чисельного інтегрування за формулами Ньютона-Котеса. Для розробки програми вибрано мову Паскаль (середовище Turbo Pascal 6.0). Програма розроблена із застосуванням методики процедурного програмування.

Програма відкомпільована з отриманням незалежного ехе-файла та відладжена з використанням набору тестових даних‚ які розроблено вручну. Результат машинного експерименту та контрольного прикладу повністю співпали, тому можна зробити висновок про можливість використання розробленої програми на практиці.

Вибір алгоритмічної мови Паскаль для реалізації поставленої задачі повністю виправдав себе.

# Список використаної літератури.

1. В.Я.Сердюченко. Розробка алгоритмів та програмування мовою Turbo Pascal. - Харків: "Паритет", 1995. - 349 с.
2. М.Я.Ляшенко‚ М.С.Головань. Чисельні методи. К: "Либідь"‚ 1996. - 285 с.
3. В.Т.Маликов, Р.Н.Кветный. Вычислительные методы и применение эВМ. К: Головное издательство издательского объединения "Выща школа", 1989. - 214 с.
4. Д.Ван Тассел. Стиль, разработка, эффективность, отладка и испытание программ. Москва: "Мир", 1985. - 332 с.