Національний Університет “Києво - Могилянська Академія”

Департамент комп’ютерних технологій

Кафедра інформатики

**СОФІЗМИ В МАТЕМАТИЦІ**

Курсова робота

студентки II курсу

Сігаєвої Марини

Науковий керівник:

Глибовець Микола Миколайович

Київ. 1997

Тисячи шляхів ведуть до помилки, до істини - тільки один.

Жан-Жак Руссо.

З античних часів математику вважають наукою точною, що не терпить помилок, вимагає ясності понять та тверджень, нічого не сприймає без доведень, проголошує красу та велич логічних міркувань. За словами Ж.Фабра "математика - дивовижна вчителька в мистецтві спрямовувати думки, наводити порядок там, де вони не впорядковані, викорчовувати безглуздя, фільтрувати брудне і наводити ясність". Помилки в міркуваннях, найчастіше виникають через порушення законів формальної логіки, основи якої заклав визначний давньогрецький філософ Арістотель (праці "Категорії", "Про тулмачення", "Перша аналітика", "Друга аналітика", "Топіка"). Помилки, пов'язані з порушенням законів логіки та законів математики бувають двох типів: паралогізми і софізми. ***Паралогізми*** *(з грецької - неправильне)*- це хибне міркування, логічна помилка, допущена не навмисне, а через втрату послідовності в міркуваннях чи порушення одного з законів логіки. Паралогізми в математиці неприпустимі, бо де є місце помилці, там вже немає місця математиці. Зовсім інша ситуація з софізмами. ***Софізми*** *(з грецької -хитрий викрутас, вигадка, хитрий умовивід)* - це міркування навмисне побудовані так, що вони містять логічнупомилку і, звичайно, приводять до хибних висновків. Засновником школи софістів був давньогрецький філософ Протогор із Адбери (бл. 480 - бл.410 до р. х.). Введення софізмів сприяло вдосконавленню ораторського мистецтва, підвищенню логічної культури мислення. Щоправда, пізніше в деяких філософів-софістів мистецтво софістики перетворилося на суперечку заради суперечки. Різні приклади софізмів наводить у своїх діалогах Платон (427 -347 до р. х.). Евклід ( 1V ст. До р. х.)створив дивовижний збірник "Псевдарій",який на жаль не дійшов до нас. Це був перший збірник саме математичних софізмів та парадоксів. Вперше аналіз та класифікацію софізмів дав Арістотель у трактаті "Про софістичні спростування". На сьогодні софізми, і зокрема математичні, навчають мислити , доводити й спростовувати, чітко висловлювати свої думки; вони здивовують та захоплюють, дають поштовх для творчості, пошуку нового, відкриттів. Найчастіше софізми та паралогізми виникають, коли міркування порушують закони логіки: закон тотожності, закон суперечності, закон виключного третього, закон достатьньої підстави.

***Закон тотожності*** вимагає, щоб одна і та сама думка, яка наводиться в даному умовиводі, при повторенні мала однаковий зміст. При порушенні цього закону виникають помилки трьох видів: еквівокація, логомахія і амфіболія.

Суть помилки *еквівокації (з латинської - такі, що звучать однаково)* в тому, що в міркуваннях використовують багатозначне ім'я предмета, то в одному, то в іншому значенні, вважаючи це ім'я однозначним. Наприклад: "Кожен метал є елементом. Латунь - метал. Отже, латунь є елементом." Неправильний висновок зумовлений помилкою еквівокації. У першому реченні слово "метал" використано у значенні хімічного елемента, в другому йдеться про сплав металів - речовину, яка має фізичні властивості металу: ковкість, електропроводність, металевий блиск тощо. У математиці помилка еквівокації маайже неможлива і завжди очевидна, оскільки вимога відсутності омонімії не допускає двозначності понять,використаних у математичних міркуваннях.

Іноді під час дискусії один з її учасників використовує деяке багатозначне ім'я в іншому значенні ніж його опонент. Суперечка може бути нескінченою. Такий диспут називається *логомахією (з грецької - словесна суперечка )*. Логомахією називається також диспут,який не дає нічого суттєво важливого.

*Амфіболія (з грецької - двозначність)* виникає, коли використовують речення, яке можна тулмачити по-різному. Наприклад, відома фраза "Страчувати не можна помилувати" допускає два протележні тулмачення.

***Закон суперечності*** *(латинська назва - Lex contradictionis)* полягає в тому, що не можуть бути одночасно істиними два протележні висловлювання про один і той самий об'єкт, взятий в один і той самий час і в одному й тому самому розумінні. Закон суперечності пов'язаний з так званими *контрарними (з латинської - протележний) протележностями*. Це вид протележностей, коли зіставляється загальностведжувальне і загально-заперечувальне висловлювання: "Всі ромби - опуклі чотирикутники", "Жоден ромб не є опуклим чотирикутником". Цікаво, що обидві контрарні протилежності можуть бути хибними: "Всі прості числа непарні", "Всі прості числа парні", тобто існує третя можливість - "Існує єдине парне просте число". Оперуючи з контрарними протележностями, потрібно дотримуватися правил: 1) з істиності одного з контрарних висловлювань випливає хибність іншого; 2) з хибності одного з контрарних висловлювань не можна встановити істинність контрарного щодо нього висловлювання (воно може бути як істинним, так і хибним). У цому фундаментальне значення закону суперечності для людського мислення - з хибності випливає і істина , і хибність.

***Закон виключеного третього*** *( латинська назва - Lex exclusi tertii sive medii inter duo contradictoria)* стверджує, що з двох суперечливих висловлювань, де розглядається один і той самий об'єкт в один і той самий час, одне обов'язково істинне. Цей закон поширюється на так звані *контрадикторні (з латинської - суперечливий) проте-лежності.* Це вид протележностей, коли зіставляються: загальностверджувальне і частиннозаперечувальне висловлювання ( "Всі парні числа складені", "Деякі парні числа не є складеними" ) або загальнозаперечувальне і частинностверджувальне ( "Навколо будь-якого неправиль-ного багатокутника не можна описати коло", "Навколо де-яких неправильних багатокутників можна описати коло" ). Одне з контрадикторних висловлювань обов'язково істинне, інше - неодмінно хибне, третього бути не може. Цей закон відіграє в математиці дуже важливу роль. Він лежить в основі опосередкованих доведень.

***Закон достатньої підстави*** вимагає, щоб кожна істинна думка була обгрунтована іншими думками, істинність яких доведено. За законом достатньої підстави наші висловлювання повинні бути внутрішньо пов'язаними, випливати одне з одного (наступне з попереднього), обгрунтовувати одне одне.

Отож бо помилки йдуть від порушень законів логіки, або інших математичних законів. Паралогізми чекають на неуважних або недостатньо натренованих у складному мистецтві міркувань. Софізми - навмисне розставлені логічні пастки. Але бувають й інші, тривожніші, справді катастрофічні ситуації в пізнавальній діяльності людини. Іноді правильні формально-логічні міркування приводять до результатів, які не узгоджуються з загальноприйнятою думкою, здаються безглуздими. Це ***парадокси*** *(з грецької - несподіваний, дивовижний)*. Давньогрецький філософ Діодор Кронос, не розв'язавши однієї з найдавніших логічних загадок - парадоксу Евбуліда, помер від розпачу, а інший філософ Філет Косський, зазнавши такої самої невдачі, кінчив життя самогубством. Ще складнішими були парадокси (апорії) Зенона Елейського. Парадокси виникали і виникають в усіх галузях людської діяльності. Вивчення парадоксів, спроби їх розгадати й знешкодити мають не тільки теоритичний інтерес. Якщо в логіці Й математиці можливі парадокси, то де гарантія, що в складну програму ЕОМ, яка керує, наприклад деякими життєвоважливими процесами, не прослизне один з них? Тоді такий парадокс може обернутися трагічними подіями в реальності.

Що ж до софізмів, то вони безпечні, захоплюючі, виконують навчальну та розважальну функції. Наведемо приклади деяких математичних софізмів за підрозділами: арифметика, алгебра і початки аналізу, геометрія, логіка.

**АРИФМЕТИКА**

1. 3 = 5   
Маємо очевидну рівність 25 - 15 - 10 = 15 - 9 - 6, звідки 5 (5 - 3 - 2)=3 (5 - 3 - 2), або 5 = 3.

2. 5 = 7   
Нехай a = 3/2 b, або 4a = 6b. Тоді 4a = 14a - 10a, а 6b = 21b - 15b, звідки 14a - 10a = 21b - 15b, або 15b - 10a = 21b - 14a, або 5 (3b - 2a) = 7 (3b - 2a), або 5 = 7.

1. 1 = 2   
   1 - 3 + (9/4) = 4 - 6 + 9/4, (1 - 3/2) (1 - 3/2) = (2 - 3/2) (2 - 3/2), (1 - 3/2)2 = (2 - 3/2)2, 1 - 3/2 = 2 - 3/2, 1 = 2.
2. Розширимо можливості скорочення дробів, наприклад, у такий спосіб:  
   1~~6~~/~~6~~4 = 1/4 ;1~~9~~/~~9~~5 = 1/5 ;   
   19~~9~~8/89~~9~~1 = 1~~9~~8/8~~9~~1 = 18/81;

5. Нове правило дії над дробовими числами:  
(9 - 25) / (6 + 10) = (9 / 6) - (25 / 10);   
(121 - 64) / (55 + 40) = (121 / 55) - (64 / 40);   
(80 - 50) / (2 + 5) = (8 / 2) - (50 / 5).

6. Просте і корисне правило спрощення:   
(53 + 43) / (53 + 13) = (5 + 4) / (5 + 1) = 3 / 2;   
(63 + 43) / (63 + 23) = (6 + 4) / (6 + 2) = 5 / 4.

1. Сума (різниця) двох чисел дорівнює їх добутку (частці):   
   55/4 = 5\*5/4; (36/5) - 6 = (36/5) / 6.
2. Логарифм суми дорівнює сумі логарифмів:   
   lg (16 + 16/15) = lg (16) + lg (16/15);   
   lg (17 + 17/16) = lg (17) + lg (17/16).

**Відповіді, розв'язання.**

1, 2. Софізм засновано на типовому випадку замаскованого виконання забороненої дії - ділення на нуль. Заборона ділення на нуль - одне з фундаментальних положень усієї математики. Варіації цього софізму існують і в алгебрі, і в геометрії, ів тригонометрії.

3. Неправомірне поширення істиності прямої теореми: "Якщо числа рівні, то і квадрати їх рівні" на обернену: "Якщо квадрати двох чисел рівні, то й ці числа рівні".

1. Справді існують окремі види дробів, у яких можна закреслювати в чисельнику та знаменнику "зайві" цифри, не змінюючи величини дробу. Скорочення цього типу  
   можливі лише для дробів такого виду:  
   amm...mb / bmm...ma = ab / ba, де a + b = m i a < b. Існує тільки 16 дробів такого виду.
2. Рівність (a - b) / (c + d) = (a / c) - (b / d) еквівалентна таким (при c, d ≠ 0 i (c + d) ≠0):   
   (a - b) cd = (c + d) (ad - bc); acd - bcd = acd + ad2 - bc2 - bcd;   
   ad2 - bc2 = 0 і справджується тільки при виконанні цих умов.
3. Це корисне правило також не є загальним, і може бути застосовано тільки до числових виразів спеціального виду. Воно засноване на формулі   
   (a3  + b3) / (a3 + (a - b)3 = (a + b) / (a + (a - b).

7. Правило справджується для чисел виду   
a + (a/a-1) = a\*(a/a-1) i a2 / (a - 1) = (a2 / (a - 1)) : a , де а>0.

8. lg (a + b) = lg a + lg b, звідси b>1 i a =b / (b - 1).

**АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ**

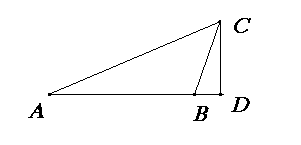
1. 2 \* 2 = 5.   
   А) Нехай a = b + c, тоді 5a = 5b + 5c і 4b + 4c = 4a . Додавши почленно дві останні рівності, дістанемо 4b + 4c + 5a = 5b + 5c + 4a; тепер, віднявши від обох частин по 9а, матимемо: 4b +4c - 4a = 5b + 5c - 5a, або 4 ( b + c - a ) = 5 ( b + c - a ), звідки випливає, що 4 = 5.   
   B) Нехай b - будь-яке число і a = b+1 (1). Помноживши рівність (1) почленно на ( a - b ), матимемо a2 - ab = ab + a - b2 - b, або a2 + + b2 = 2ab + a - b (2). Підставивши в рівність (2) значення a = 2 і  
   b = 2, маємо 4 + 4 = 8 + 2 - 2, тобто правильну рівність. Тому й вихідна рівність a = b + 1 буде правильною при a = b = 2, таким чином, 2 = 2 +1, або 4 = 5.
2. Будь-яке число дорівнює своїй половині.   
   Нехай a = b , або a2 = ab, тоді a2 - b2 = ab - b2, або (a + b)(a - b) = =b (a - b), звідки a + b = b. Оскільки, за умовою a = b, то 2b = b або b = 1/2 b.
3. Усі числа рівні між собою.   
   Нехай a та b - два довільних числа і a > b. Тоді завжди існує число d - середнє арифметичне чисел a i b, тобто(a + b) / 2 = d, або a + b = 2d, (1)  
   з рівності (1) дістанемо:   
   b = 2d - a i (2)  
   2d - b = a. (3)  
   Перемноживши рівності (2) і (3), дістанемо   
   2db - b2 = 2ad - a2. (4)  
   Віднімемо почленно рівність (4) від очевидної рівності d2 = d2, матимемо d2 - 2db + b2 = d2 - 2da + a2, або (d - b)2 = (d - a)2, або d - b = d - a.   
   Звідси a = b.
4. 0 = 1.   
   Розглянемо систему рівнянь:  x3 - y3 = 3xy (x - y), (1)  
    x - y = 1. (2)  
   Рівність (1) можна переписати так: (x - y)3 = 0. В силу (2) получаем 13 = 0. Отож маємо: 1 = 0.
5. 4 > 12.   
   До обох частин очевидної нерівності 7 > 5 додамо по (- 8), тоді 7 - 8 > 5 - 8 , або -1 > -3. Тепер, помноживши почленно останню нерівність на (-4), дістанемо (-1)\*(-4) > (-3)\*(-4) , або 4 > 12.
6. 0 = 4.   
   Розглянемо нескінчений ряд 4 - 4 + 4 - 4 + ... і обчислимо в різний спосіб його суму S. По-перше, згрупувавши члени по два, дістанемо: (4 - 4) + (4 - 4) + ... = 0. Тепер згрупуємо члени ряда по два, починаючи з другого члена: 4 - (4 - 4) - (4 - 4) - ... = = 4. Оскільки S = 0 i S = 4, то 4 = 0.
7. Доведемо методом математичної індукції твердження: у всіх кішок очі одного і того самого кольору.   
   Для n =1 (одна кішка) твердження очевидно справджується.  
   Припустимо, що твердження правильне для n, тобто, що будь-які n кішок мають однаковий колір очей. Доведемо, що воно правильне і для n+1. Візьмемо довільну сукупність із n+1 кішок і пронумеруємо їх. За індуктивним припущенням кішки з номерами від 1 до n мають однаковий колір очей, кішки з номерами від 2 до (n + 1) (їх також n штук) теж мають один і той самий колір очей. В обидві множини входить, наприклад кішка номер 2. Тому у всіх (n = 1) кішок очі одного кольору. Такий результат викликає заперечення, але хіба можна встояти перед силою неспростованих висновків математичної логіки?

**Відповіді, розв’язання.**

1. A) b + c - a = 0. Отже виконана неприпустима дія - ділення на нуль.  
   B) Рівність справджується тільки при a = b + 1, а тому не можна брати значення a = b = 2.
2. 3b - 2a = 0, замасковане ділення на нуль.
3. Помилка при добуванні квадратного кореня з обох частин рівності.
4. Рівність 1 = 0 тільки доводить, що дана система рівнянь несумісна.
5. При множенні або діленні обох частин нерівності на від'ємне число знак нерівності змінюється на протилежний.
6. Числовий ряд u1 + u2 + u3 + u4 + ... називають збіжним або таким, що має суму, якщо послідовність його частинних сум S1 = u1, S2 = u1 + u2, S3 = u1 + u2 + u3, ... має скінченну границю lim Sn = S, n . Число S при цьому називають сумою ряду і записують S = u1 + u2 + u3 + ... Якщо послідовність частинних сум ряду розбіжна, то ряд є розбіжним і немає суми. Легко перевірити, що послідосвність частинних сум ряду, що розглядається, не має скінченної границі (S1 = 4, S2 = 0, S3 = 4, S4 = 0), тому він є розбіжним, і не має суми. Застосування до розбіжного ряду поняття суми привело до парадоксальних висновків. В сімнадцятому столітті поняття збіжності рядів що не було встановлено. Тому багато математиків потрапляли у подібні ситуації. Наприклад, Лейбніц довго прагнув знайти практично не існуючу суму розбіжного ряду. Про розбіжні ряди Абель писав: "Розбіжні ряди - в цілому витвір сатани, і це ганьба що дехто дозволяє собі грунтувати на них яке б то не було доведення".
7. Доведено другу частину індукції, але при n = 1 висловлення не має смислу.

**ГЕОМЕТРІЯ**

1. Будь-яке коло має два центри.  
   Нехай прямі *BD* та*AD* перетинаються в точці *D*. Побудуємо *CB**BD*, *CAAD* і коло, яке проходить через точки *A*, *B*, *C* й перетинає *BD* та *AD* відповідно в точках *K* i *M*. Тоді *KBC**MAC*Звідси випливає, що ці кути спираються на діаметри *KC* і *MC* одного і того самого кола. Середини відрізків *KC* і *CM* - точки *O1*і *O2* є двома різними центрами одного і того самого кола.
2. Відрізки паралельних прямих, вміщені між сторонами кута, рівні.  
   Нехай *CED* - довільний кут і *CD* || *AB*. Тоді *AE* : CE = BE: *DE*, звідки *AE \* DE = BE \* CE.* (1) Помножимо почленно рівність (1) на різницю *AB - CD* і виконаємо такі перетворення:   
    *AE \* DE \* AB - AE \* DE \* CD = BE \* CE \* AB - BE \* CE \* CD, AE \* DE \* AB - BE \* CE \* AB = AE \* DE \* CD - BE \* CE \* CD, AB ( AE \* DE - BE \* CE ) = CD ( AE \* DE - BE \* CE )*,   
   звідки *AB = CD*.
3. Частина відрізка прямої дорівнює всьому відрізку.   
   Перетнемо довільно взяту пряму в точках *A* і *B* прямими *MN* і *PQ* , перпендикулярними цій прямій. Проведемо пряму *ED*, яка перетинає пряму *MN* у точці *E*, *AB* в *C* і *PQ* в *D*. Трикутник *CBE* подібний трикутнику *AEC*, звідки *BD : AE = CB : AC;  
   BD : AE = ( AB - AC ) : AC.* (1)  
   Побудуємо пряму *FH* || *AB*, тоді з подібності трикутників *CBD* та *FHD* маємо: *BD : HD = BC : FH* або  
    *BD : HD = ( AB - CA ) : FH*. (2)  
    Із співвідношень (1) i (2) знаходимо *BD*:   
   *BD = AE ( AB - AC ) / AC = HD ( AB - AC ) / FH,* або   
   *AF \* FH \* AB - AE \* FH \* AC = AC \* HD \* AB - AC2 \* HD*. (3) Додамо до обох частин рівності (3) різницю *AE \* FH \* AC - - DH \* AB \* AC*, зведемо подібні члени і винесемо за дужки спільний множник *AB ( AE \* FH - AC \* HD )*, звідки *AB = AC*.
4. Зовнішній кут трикутника дорів-нює внутрішньому, не суміжному з ним.   
   Нехай у чотирикутнику *ABCD* ***C = 1800*. Оскільки будь-які три точки, які не лежать на одній прямій повністю визначають положення кола, то можна стверджувати, що через точки *A*, *B* і *C* проходить єдине коло. Точку перетину його із стороною *DC* позначимо через *E*. Побудувавши відрізок *BE*, маємо чотири- кутник *ABED*, вписаний в коло, причому *A +* *E =* *B +* *D = = 1800* . Оскільки *A +* *C = 1800*  і *A +* *BED = 1800*, то *BED* = *C*.
5. Опукла обвідна ламана коротша за опуклу ламану, яку вона охоплює.   
   Відрізки *AB* і *BC* обвідной візьмемо довільно, а відрізки *AD* і *DC* - пропорційні до відрізків і обвідної: *AD = k AB*, *DC = k BC* , де *k* - будь-який додатній дріб. З останніх рівностей маємо:   
   *-AD = k (-AB)* і *-DC = k (-BC)*,   
   *-AD + (-DC) = k (-AB + (-BC))*,   
    (*-AD + (-DC)) : (-AB + (-BC)) = k* , але *k = AD : AB*, тому *((-AD)+ (-DC)) : (-AB) + (-BC))=AD : AB.* (1)   
   В останній пропорцій попередній член у правій частині менший за наступний *( AD < AB )*, а тому й попередній її член в лівій частині теж має бути меншим за свій наступний:   
   *((-AD) + (-DC)) < ((-AB) + (-BC))* (2) звідки *AB + BC < AD + DC*.



1. Квадрат будь-якої сторони у будь-якому трикутнику дорівнює сумі квадратів двох інших сторін цього трикутника.  
   Візьмемо довільний трикутник *ABC* і побудуємо ще прямокутний трикутник *BCD*. Тоді *AC2 = AD2 + CD2* (1) і *BC2 = CD2 + BD2*, *CD2 = BC2 - BD2* (2). Підставимо значення з рівності (2) в рівність (1): *AC2 = AD2 + BC2 + BD2* (3), або *AC2 - BC2 = AD2 - BD2* (4). Але *AD = AD + BD*, тому *AD2 - BD2 = AB2*. Підставивши в рівність (4) замість різниці *AD2 - BD2* значення *AB2*, яке їй дорівнює, матимемо, *AC2 - BC2 = AB2* або   
   *AC2 = AB2 + BC2*.   
   Аналогічно Чернишевський "доводить", що *BC2 = AC2 + AB2*, і закінчує лист словами: "... десь тут має приховуватися обман; відкривши його, ти зробиш велику послугу люблячому тебе брату Миколі Чернишевському".
2. Числені геометричні софізми засновано на принципі прихованого перерозподілу площ прямолінійних плоских фігур. Як ось, наприклад:   
   а) Розріжте зображену фігуру по діагоналі і зсуньте нижню частину прямокутника вздовж розрізу вниз і вліво на відстань між сусідніми лініями. А тепер порахуйте лінії. Виявляється одна з них зникла!

**Відповіді і розв'язання.**

1. Неправильна побудова. Точка C не належить колу.
2. Допущено почленне ділення рівності (2) на вираз *AE \* DE - BE \* CE,* який згідно з рівністю (1) дорівнює 0.
3. У ланцюгу правильних висловлень допущено одну помилку зумовлену замаскованим виконанням неможливої дії - ділення на 0. Із пропорції *AE \* AC = DH \* FH* (для сторін подібних трикутників *ACE* і *HFD* випливає, що *AE \* FH - AC \* HD = 0*).
4. Оскільки в чотирикутнику *ABCD* за умовою *A + C = 1800* і вершини *A*, *B* і *D* лежать на колі, то і четверта вершина *C* лежить на тому ж колі. Отже точки *E* і *C* мають збігатися трикутник *BCE* не може існувати. Він вироджується в сторону чотирикутника *ABCD*.
5. Помилка поширення властивості певного виду на весь рід допущена при переході від рівності (1) до рівності (2). Подане твердження справджується тільки на множині цілих додатніх чисел і не є істинним на числових множинах, які містять від’ємні числа, а саме цей випадок маємо при переході від (1) до (2).
6. Допущено логічну помилку "не випливає", яка полягає в порушенні закону достатньої підстави - в процесі доведення тези висуваються аргументи, самі по собі правильні, але такі , що з них не випливає висловлювання, істинність якого потрібно довести. З рівності *AD = AB + BD* випливає, що *AB= = AD - BD,* але зовсім не випливає, що *AB2 = AD2 - BD2.* Мало б бути: *AB2 = AD2 - 2AD\*BD +BD2*.
7. Отримані 9 ліній стали трохи довше, вони ніби увібрали в себе ту лінію, що зникла.

Зорові помилки й парадокси використав у своїх картинах відомий голландський художник Мауріц Корнеліус Ешер (1898 - 1972). Своїми малюнках він глузує з певних особливостей нашого сприймання тривимірного світу, створюючи насправді вражаючи, просто дивовижні ефекти.

**ЛОГІКА**

1. Купа (парадокс Евбуліда із Мілета, 1V ст. До н.е.).  
   Одне зерно купи не становить, додавши ще зернину, купи знову не матимемо. Як же дістати купу, додаючи кожного разу по одному зерну, з яких ні одне не становить купи?
2. Софізм Еватла.   
   Еватл брав уроки софістики у давньогрецького софіста Протагора (бл. 481 - 411 до р. Х.). З цію умовою, що гонорар він сплатить тільки в тому випадку, коли виграє свій перший судовий процес. Але після навчання Еватл не взявся вести жодного судового процесу і тому вважав, що може не платити гонорару Протагорові. Вчитель, погрожуючи подати на Еватла в суд, сказав:   
   - Незалежно від того, присудять судді платити мені гонорар, чи не присудять, ти його обов’язково сплатиш. У першому випадку ти сплатиш за вироком суду, в другому - за нашою домовленістю. На це Еватл, навчений Протагором мистецтву софістики, відповів: - Ні в тому, ні в іношому випадку, гонорару я не буду платити. Якщо мені присудять платити, то я не заплачу відповідно до нашої домовленості, бо програю свій перший судовий процес, у другому випадку я не платитиму відповідно до вироку суду.
3. Цікавий софізм заримував один англійський поет (в рос. перекладі):

Их было десять чудаков,Тех спутников усталых,

Что в дверь решили постучать

Таверны “Славный малый”

Пусти, хозяин, ночевать,  
Не будеш ты в убытке,  
Нам только ночку переспать,

Промокли мы до нитки.

Хозяин тем гостям был рад,

Да вот беда некстати:

Лишь девять комнат у него  
И девять лишь кроватей.

- Восьми гостям я предложу

Постели честь по чести,

А двум придется ночь проспать  
В одной кровати вместе.

Лишь он сказал, и сразу крик,

От гнева красны лица:

Никто из всех десятерых

Не хочет потесниться.

Как охладить страстей тех пыл,

Умерить не волненья?

Но старый плут хозяин был

И разрешил сомненья.

Двух первых путников пока,

Чтоб не судили строго,   
Просил пройти он в номер “А”

И подождать немного.

Спал трейтий в “Б”, четвертый в “В”,

В “Г” спал всю ночь наш пятый,

В “Д”, “Е”, “Ж”, “З” нашли ночлег  
С шестого по девятый.

Потом, вернувшись снова в “А”,

Где ждали его двое,

Он ключ от “И” вручить был рад

Десятому герою.

Хоть много лет с тех пор прошло,

Не ясно никому,

Как смог хозяин разместить

Гостей по одному.

Иль арифметика стара,

Иль чудо перед нами,

Понять, что, как и почему,

Вы постарайтесь сами.

**Відповіді і доведення**

1. Проблема виникає при спробі знайти відповідь на питання, коли “не купа” переходить в “купу”. Тобто чи існує фіксована кількість елементів коли здійснюється названий перехід. У парадоксі, по суті, використано повну математичну індукцію, яку не можна застосовувати понять, обсяг яких не чітко визначено, а саме таким і є поняття “купи”. Крім того, в парадоксі ігнорується також об’єктивна закономірність будь-якого явища, в процесі перебігу якого кількісні зміни на певному етапі зумовлюють якісні зміни. При цьому нова якість (“купа”) зовсім не відгороджена від старої якості (“не купи”).
2. З погляду традицій ної логіки софістичний висновок виник внаслідок порушення закону тотожності. Одну й ту ж домовленість Еватл розглядав у різних відношеннях. У першому випадку Еватл мав виступати на суді юристом, який програє свій перший судовий процес, у другому випадку - відповідачем, якого суд виправдав.

Усе це був невеликий острівець галактики софістично-парадоксальних конструкцій думки, автори яких - невтомні шукачі істини або випадкові мадрівники в логічних лабірінтах. Вже багато віків математичні софізми бентежать людську думку, прокладають шлях до істини в хащах помилок, дають поштовх творчості, заманюють несподіванками, вчать логічному мисленню, привчають до красоти бездоганних доведень.

**Використана література.**

1. А. Г. Конфорович “Математичні софізми і парадокси” К.: Радянська школа, 1983.
2. Б. А. Кордемский “Математическая смекалка” М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы (стор. 351 - 355).
3. Математика после уроков. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1971 (стор. 151 - 153).
4. Л. М. Лоповок “Збірник математичних задач логічного характеру” К.: Радянська школа, 1972 (стор. 80 - 84).
5. М. Гарднер “Математические игрі и развлечения” (глава 13).
6. Толковый словарь математических терминов под редакцией В. А. Диткина М.: Просвещение 1965 (стор. 423).
7. Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика, 1985 (стор. 276 - 278).