Безкінченно малі функції

Визначення 1. Функція *f(x)* називається безкінченно малою функцією (або просто безкінченно малою) в точці *х=х0*(або при *х🡪х0*), якщо *f(x)=0*.Аналогічно визначаються безкінечно малі функції при 

Так як межа нескінченно малої функції рівна нулю , то можна дати рівносильне визначення нескнченно малої функції. Функція *f(x)* називається нескінченно малою в точці *х=х0*, якщо для любого існує , таке, що для всіх , задовільняющих нерівності , виконується нерівність  і на язику послідовності: функція називається безкінечно малою в точці *х=х0*, якщо для любої зводящоїсі до *х0* послідовність являється нескінченно малою.

Теорема. Для виконання рівняння *f(x)=A* необхідно і достатньо, щоб функція була *х🡪х0* нескінченно малою при *х🡪х0*  

Бескінченно малі функції володіють такими ж свойствами, що і бескінечно малі послідовності.

Теорема. Алгебраїчна сума і проізвідєніє кінцевого числа нескінченно малих функцій при *х🡪х0 ,* а також проізвідєніє безкінечно малої функції на обмежену функцію являються нескінченно малими функціями при *х🡪х0* .

Нескінченно великі функції

Визначення. Функція *f(x)*називається безкінченно великою функцією в точці *х=х0* (або при *х🡪х0*), якщо для любого існує таке, що для всіх задовольняючих нерівність , виконується нерівність .

В цьому випадку пишуть *f(x)=*і говорять, що функція стремиться до нескінченності при *х🡪х0* або, що вона має нескінченну межу в точці *х=х0*.

Якщо виконується нерівність , то пишуть *f(x)=* і говорять, що функція має в точці *х0* нескінченну межу, рівну .

Так наприклад, пишуть *f(x)=*, якщо для любого існує , таке, що для всіх , задовольняючих нерівностями , виконується нерівність  .

“На язику послідовності” це визначення записується так: , якщо для любої зводящої ??? до *х0* послідовності  значення аргументу *х*, елементи *хn* який більше *x0*, відповідають послідовності значення функцій являється нескінченно великий позитивного знака.

Аналогічно визначаються нескінченно великі функції при . Так, наприклад: функція *f(x)*називається нескінченно великою при , якщо для любого існує таке, що для всіх задовольняючих нерівність , виконується нерівність . При цьому пишуть *f(x)=*. Якщо виконується нерівність , то пишуть *f(x)=*(**).

На завершення покажем, що між нескінченно малими і нескінченно великими функціями існує такий же зв'язок, як і між відповідними послідовностями, функціями, зворотньо безкінечно малої, являється безкінченно вищою і наоборот.

Насправді, нехай *f(x)=0* і *f(x)0* при .

Докажем, що **.

Задамо довільне . Так як *f(х)* – нескінченно мала функція в точці *х0*, то для числа 1/існує таке, що для всіх , задовільняющих нерівностям , виконується нерівність . Но тоді для тих же *х* виконується нерівність , т.с. - нескінченно велика функція в точці *х=х0*, що і потрібно було доказати.