1. МОДЕЛІ ПОВЕДІНКИ СПОЖИВАЧІВ

В теорії споживання вважається, що споживач керується принципом рацiональностi: вiн завжди прагне максимізувати свою корисність, i єдине, що його стримує, — це обмежений дохід:

*max u(x)* (1.1)

*px = M*

де *х=(х1,...,хn)′* – вектор-стовпчик обсягів споживчих товарів, що придбав споживач за заданих цін; *n* – число різноманітних товарів; *u(х)* – функція корисності споживача; р = (p1,…,pn) – вектор-рядок цін товарів; *М* – обсяг доходу споживача.

Це задача на умовний екстремум, i її розв’язок зводиться до знаходження безумовного екстремуму функції Лагранжа:

*L(x,λ)=u(x)-λ(px-M).*

Необхідними умовами локального екстремуму є:

 (1.2)

  (1.3)

Точка екстремуму справді визначає точку максимуму, оскільки матриця Гессе *U(х)=*є вiд’ємно визначеною. З виразу (1.3) бачимо, що споживач за фіксованого доходу так обирає набір , що в цій точці відношення граничної корисності дорівнює відношенню цін:



Якщо розв’язати (1.2), (1.3) відносно , отримаємо функцію попиту споживача:



2. РІВНЯННЯ СЛУЦЬКОГО

Розглянемо, як зміниться попит споживача, що визначається моделлю (1.1), якщо зміниться ціна одного з товарів. Нехай ціна *n*-го товару зросла на . Це приводить до такої зміни попиту на товари

 (2.1)

де *р* – вектор-рядок цін; *U* – матриця Гессе;  – вектор-стовпчик попиту на товари;  – множник Лагранжа;  – індекс *n* за дужками біля матриці означає, що взято й *n*-й стовпчик.

Проаналізуємо зміст складових, що входять у рівняння (2.1).

Зміна попиту за збільшення ціни з компенсацією доходу. Нехай дохід споживача збільшився на таку величину , яка компенсує споживачеві збільшення ціни на *n*-й товар (благо) на .

Збільшення ціни з компенсацією доходу приводить до такої зміни попиту:

 (2.2)

Тобто друга складова у правій частині рівняння (2.1) — це зміна попиту, якщо зростання ціни *n*-го товару на  компенсується збільшенням доходу на .

Зміна попиту за зміни доходу. Якщо дохід змінюється на , то відповідно змінюється попит:



 (2.3)

Об’єднуючи вирази (2.1), (2.2), (2.3), отримаємо рівняння Слуцького, яке є серцевиною теорії корисності:

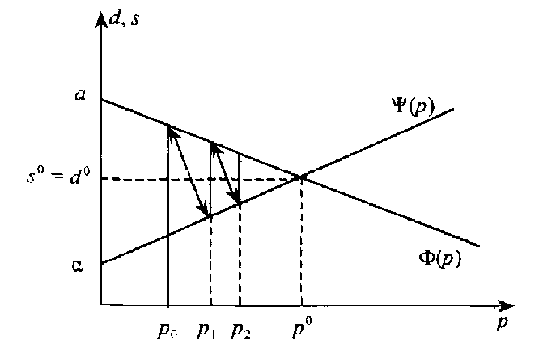
 (2.4)

Оскільки вивчається зміна попиту за зростання ціни на *n*-й товар, що не компенсується підвищенням доходу, то друга складова в (2.4) (з від’ємним знаком) знімає штучний приріст по спричинений компенсуючим зростанням доходу.

Ефект доходу полягає у змiнi споживання внаслідок зміни реального доходу, яка виникла через зміну цін.

Ефект заміщення полягає у змiнi споживання внаслідок зміни відносних цін.

Графік представлено на малюнку 2.1



Малюнок 2.1 - Графік

3. МОДЕЛІ ПОВЕДІНКИ ВИРОБНИКІВ

Моделі оптимального (раціонального) вибору виробника (фірми). Нехай виробнича фірма випускає один продукт (чи багато продуктів, але з постійною структурою). Позначимо річний випуск у натурально-речовiй формі через *Х* – кількість одиниць продукту одного виду, вектор-стовпчик можливих обсягів різних видів ресурсів через *х = (х1, ..., хn)′*. Тоді технологія фірми визначатиметься її виробничою функцією, яка виражає зв'язок між випуском i витратами ресурсів:

*Х=F(х).*

Припускається, що *F(х)* двiчi неперервно диференційована, неокласична, i матриця її других похідних є вiд’ємно визначеною.

Якщо  – вектор-рядок цін ресурсів, а *р* – цінапродукції, то кожному вектору витрат *х* вiдповiдає прибуток:

 (3.1)

У (3.1)  – вартість річного випуску фірми, або її річний дохід,  – витрати виробництва чи вартість витрат ресурсів за рік.

Якщо не вводити інших обмежень, крім невід’ємних обсягів витрат ресурсів, то задача знаходження максимуму прибутку набере вигляду:

 (3.2)

Це задача нелiнiйного програмування з *n* умовами невід’ємності:  Необхідними умовами існування екстремуму є умови Куна-Таккера:

 (3.3)

Якщо в оптимальному розв’язку використовуються всi види ресурсів, тобто , то умови (3.3) матимуть вигляд:

 (3.4)

тобто в оптимальній точці вартість граничного продукту даного ресурсу повинна дорівнювати його цiнi.

Розглянемо задачу знаходження максимуму випуску за заданого обсягу витрат

 (3.5)

Це задача нелiнiйного програмування з одним лiнiйним обмеженням i умовою невiд’ємностi змінних. Побудуємо функцію Лагранжа



і знайдемо її максимум за умови невiд’ємностi змiнних. Для цього необхідно, щоб виконувались умови Куна-Таккера:

 (3.6)

Як бачимо, якщо покласти , умови (3.6) збiгаються з умовами (3.3).