САМОСТІЙНА РОБОТА

з дисципліни «Економетрія»

на тему: «Лагові моделі. Метод Койка, Ш. Альмона»

2006

У регресійному аналізі , якщо регресійна модель включає не лише поточні, а й попередні (лагові, або затримані) значення незалежних змінних (х), вона має назву дистрибутивно-лагова модель. Ця модель має вигляд:

. (1.1)



. (1.2)



В економіці рідко трапляється миттєва залежність змінної y (залежної змінної) від іншої незалежної змінної (змінних) х. Дуже часто значення у змінюється через невеликий проміжок часу після зміни значення х. Такий проміжок часу називається часовим лагом.

**Оцінка параметрів дистрибутивно-лагових моделей**

Якщо припустити, що дистрибутивно-лагові моделі відіграють важливу роль в економіці, як можна оцінити параметри такої моделі? Нехай ми маємо таку дистрибутивно-лагову модель з однією пояснювальною змінною:

, (1.3)



Де ми не визначаємо довжину лагу. Така модель має назву нескінченна (лагова) модель, тоді як модель типу (1.2) називається скінченною дистрибутивно-лаговою моделлю, оскільки в ній визначена довжина лагу k. Надалі будемо використовувати модель (1.3) як загальний випадок. Оцінити невідомі параметри α і βі в моделі (1.3) можна за двома способами: послідовного оцінювання та апріорного оцінювання, припускаючи, що βі мають певну систематичну закономірність.

**Підхід Койка до дистрибутивно-лагових моделей**

Койк запропонував досить цікавий метод оцінки дистрибутивно-лагових моделей. Припустимо, ми починаємо з дистрибутивно-лагової моделі з невизначеним лaгом (). Припускаючи, що βімають той самий знак, Койк припустив також, що вони змінюються в геометричній прогресії:



k = 0, 1, …, (1.4)



де λ такі, що 0 < λ < 1 – темп зменшення дистрибутивного лагу, а (1- λ*)* – швидкість пристосування. Співвідношення (1.4)показує, що кожний наступний коефіцієнт βменший, ніж попередній (оскільки λ< 1), тобто з кожним наступним кроком у минуле вплив лaгу на уt поступово зменшується, що є досить імовірним припущенням. Значення лaгового коефіцієнта βк -залежить, крім загального β0 також і від λ*.* Чим ближче значення λдо 1, тим повільніший темп зменшення βк*,* а чим ближче він до 0, тим швидше спадає βк *.* У попередньому випадку віддалені в минулому значення *х* досить сильно впливали на уt*,* тоді як у нашому випадку їхній вплив на уt швидко зменшується. Це добре видно в табл. 1.1.

*Таблиця* 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| λ | βо | β1 | β2 | β3 | β4 | β5 |  | β10 |
| 0.75 | βо | 0.75βо | 0.56 βо | 0.42 βо | 0.32 βо | 0.24 βо | ... | 0.06 βо |
| 0.25 | βо | 0.25 βо | 0.06 βо | 0.02 βо | 0.004 βо | 0.001 βо | … | 0 |

Слід зазначити, що метод Койка має такі переваги:

- припускаючи, що λ можуть бути від'ємними, Койк абстрагувався від зміни знака коефіцієнта при βі*;*

- завдяки тому, що λ<1віддалені за часом, значення βістали менш впливовими, ніж поточні;

- сума βі, яка складає довгостроковий мультиплікатор, є скінченною, тобто

. (1.5)



як результат (1.4), модель з кінцевим лагом (1.5) можна записати таким чином:

. (1.6)



Як бачимо, модель (1.6) також незручна для оцінки, оскільки залишається дуже велика (фактично нескінченна) кількість оцінюваних параметрів, крім того, параметр λ входить до моделі в нелінійній формі: тобто метод лінійної (за параметрами) регресії не можна застосувати до цієї моделі. Але Койк пропонує модифікований метод, який полягає в тому, що в модель (1.6) вводиться затримка на один період. Виходячи з цього, модель записується таким чином:

. (1.7)



Далі помножуємо (1.7) на λ і отримаємо:

. (1.8)



Віднявши (1.8) від (1.6), маємо:

, (1.9)



або

, (1.10)



де . Ця процедура відома як ***перетворення Койка****.* Порівнюючи (1.10) з (1.3), бачимо надзвичайне спрощення моделі. Якщо раніше нам треба було оцінювати параметр αλ та нескінченну кількість параметрів βі,тепер достатньо оцінити лише три змінних: α,βо і λ*,* тобто немає причин очікувати мультиколінеарність. Фактично ми позбулись мультиколінеарності заміною хt-1, х*t-2 …* на одну змінну, тобто у*t-1.*



Зазначимо деякі особливості трансформації Койка.

1. Трансформація Койка переводить дистрибутивно-лагову модель в авторегресивну, оскільки серед незалежних змінних залишається у*t-1.*

2. Поява у*t-1* може спричинити ряд статистичних проблем: у*t-1,* як і у*t*, - стохастична; це означає, що в модель ми вводимо стохастичну змінну.

3. У початковій моделі (1.3) помилка дорівнювала εt, а в перетвореній *.* Тепер статистичні властивості υtзалежать від статистичних властивостей εt.



4. Наявність лагового значення *у* порушує одне з припущень d-тесту Дарбіна-Уотсона. Отже, нам потрібно розробити альтернативу для тестування серійної кореляції при лаговому *у.* Цією альтернативою є h-тестДарбіна.

**Підхід Ш. Альмона до дистрибутивно-лагових моделей: поліноміальний лаг Альмона**

Хоча дистрибутивно-лагова модель Койка широко використовується на практиці, вона базується на припущенні, що коефіцієнти βспадають у геометричній прогресії в міру зростання довжини лагу. Це припущення може бути занадто строгим у деяких ситуаціях, і схема дистрибутивно-лагових моделей Койка не спрацює. У складніших випадках параметри β*і* можна виразити як функцію від *і,* тривалості лагу (часу) і підібрати відповідні криві, які відображатимуть цю функціональну залежність. Саме цей підхід і запропонований Ш.Альманом. Щоб проілюструвати його метод, повернемося до скінченної дистрибутивно-лагової моделі:

. (1.11)



ЇЇ можна записати в більш компактному вигляді:

. (1.12)



Відповідно до теореми ВеєрштрассаАльмон припустив, що β*і* можна апроксимувати поліномом відповідного ступеня від *і,* тривалості лагу. Наприклад:

. (1.13)



Щоб пояснити, як працює схема Альмона*,* припустимо, що β*і* змінюються таким чином, що можна обрати поліноміальну апроксимацію другого ступеня (вигляд залежності краще за все обирати за зовнішнім виглядом графіка залежності величини параметра від лагу). Підставляючи (1.13) до (1.12), отримаємо:

. (1.14)



Визначаючи

(1.15)



можна переписати (1.14) як

. (1.16)



У моделі Альмона *у* залежить від штучно створених змінних *Z,* а не від початкових змінних *х.* Зауважимо, що (1.16) можна оцінити за звичайним методом найменших квадратів. Оцінки αі *аі,* отримані таким чином, матимуть усі бажані статистичні властивості, якщо випадкова величина εtзадовольнятиме припущенням класичної моделі лінійної регресії. З цього боку модель Альмона має чітку перевагу перед моделлю Койка

Перед застосуванням методу Альмона потрібно вирішити такі практичні проблеми.

1. Максимальна тривалість лагу *k* має бути визначена заздалегідь. Це найголовніший недолік методу Альмона. Дослідник повинен визначити найпридатнішу тривалість лагу. На практиці, звичайно, припускають, що *k* достатньо мала.

2. Визначивши *k,* треба також визначити ступінь полінома *т.* В загальному випадку ступінь полінома має бути принаймні на одиницю більший за кількість точок екстремума кривої, що показує залежність β*і* від *і.* Тобто заздалегідь потрібно знати кількість точок екстремуму, таким чином, вибір *т* є великою мірою суб'єктивним. Але в деяких випадках теорія може допомогти знайти потрібний вигляд кривої. На практиці припускають, що за допомогою полінома низького ступеня (скажімо, *т* дорівнює 2 або 3) можна отримати добрі результати. Якщо ми обрали певне значення *т* і хочемо з'ясувати, чи не буде кращим поліном вищого ступеня, потрібно діяти таким чином.

Переваги методу Альмона:

1) по-перше, він забезпечує гнучкий спосіб залучення до моделі цілого ряду лагових структур, у той час як модель Койка досить суворо вимагає від коефіцієнтів β*і* щоб вони спадали в геометричній прогресії.

2) по-друге, на відміну від методу Койка, в моделі Альмона не потрібно турбуватися про те, що серед пояснювальних змінних є залежні, а отже, ми позбавляємось проблем, які можуть виникнути у зв'язку з цим.

3) нарешті, якщо обрано поліном досить низького ступеня, кількість оцінюваних коефіцієнтів *(аі)* буде набагато менша, ніж початкова кількість їх *(*β*і).*

Тепер повернемось до проблем, пов'язаних із застосуванням методу Альмона. По-перше, ступінь полінома, як і максимальне значення лагу, обирається дуже суб'єктивно. По-друге, з причин, зазначених вище, змінні *Z* можуть бути мультиколінеарними. Для ілюстрації методу Альмона розглянемо ілюстративний приклад

Додаткові властивості методу Альмона.

1.Стандартні помилки коефіцієнтів *а* отримані безпосередньо з методу найменших квадратів, але стандартні помилки деяких оцінених коефіцієнтів β,що є нашою головною метою, не можна отримати таким чином. Ці стандартні помилки можна легко обчислити з оцінених коефіцієнтів *а,* використовуючи відому формулу із статистики.

2. Оцінки коефіцієнтів β,називаються необмеженими оцінкамив тому сенсі, що на них не накладається жодних попередніх обмежень. Однак у деяких ситуаціях на β*і* можуть бути накладені так звані кінцеві точкові обмеження, якщо припустити, що β*0* і β*і* (поточний і k-ий лаговий коефіцієнт) дорівнюють нулеві. Через психологічні, інституціональні і технологічні причини значення пояснювальної змінної в поточному періоді може й не мати жодного впливу на поточне значення залежної змінної, що, таким чином, виправдовує нульове значення β*0*. З тих самих причин після певного часу *k* пояснювальна змінна може й не впливати на залежну змінну, тобто і β*і* теж дорівнюватиме нулеві. Також інколи при оцінці коефіцієнтів β*і* на суму їх накладається таке обмеження: вона повинна дорівнювати одиниці.

**Висновки**

Хоча в емпіричній економетриці модель Койка досить популярна, вона не має теоретичного підґрунтя. Це ускладнення подолане за допомогою моделі адаптивних очікувань і моделі часткових пристосувань. У цих моделях враховується, яким чином економічні агенти формують свої очікування щодо невизначених економічних подій і як вони пристосовуються, якщо їхні очікування не збігаються із дійсністю.

Альтернативою підходу Койка до дистрибутивно-лагових моделей є поліноміальна дистрибутивно-лагова модель Ш. Альмона. Базуючись на теоремі Веєрштрассе, Альмон припустив, що лагові коефіцієнти β*і* можна апроксимувати поліномом відповідного ступеня від *і*, тривалості лагу. Хоча метод Альмона уникає певних проблем, пов’язаних з моделлю Койка, його практична слабкість полягає в тому, що як ступінь поліному, так і максимальну довжину лагу дослідник повинен визначити перед початком самого дослідження.

Незважаючи на проблеми, що трапляються при оцінюванні, дистрибутивно-лагові моделі виявилися дуже корисними в емпіричній економіці, тому що вони перетворюють моделі, які б у будь-якому іншому випадку залишилися статистичними, на динамічні, за допомогою фактору часу. Такі моделі допомагають розрізняти короткостроковий і довгостроковий вплив на залежну змінну при одиничній зміні значення незалежної змінної (змінних). Таким чином, для оцінювання коротко- і довгострокової еластичності за ціною, доходом, нормою затрат та іншими схожими показниками такі моделі виявились дуже корисними.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Догарти Введение в эконометрику

2.Корольов О.А. Економетрія

3. Кулейнич В.И. Эконометрия

4. Лук’яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика

5. Магнус Я.Э. Катышев П.К., Береснецкий А.А. Экономика. Начальный курс

6. Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Економетрія