### Контрольная работа по курсу «Экономико-математические методы»

### Вариант 0

**Задача 1.** Необходимо составить оптимальный суточный рацион кормления на стойловый период для дойных коров живой массой 550 кг. Минимальная потребность коров в кормовых единицах и переваримом протеине в зависимости от суточного удоя приведена в табл. 2.

**Таблица 2. Суточная потребность в питательных веществах дойных коров живой массой 550 кг**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Среднесуточный удой, кг** | **Потребность в** | |
| **кормовых единицах, кг** | **переваримом протеине, г** |
| 0 | 12 | 10,3 | 1136 |

Рацион составляется из трех видов кормов: комбикорма, сена и силоса. Содержание питательных веществ в единице каждого вида корма показано в табл. 3.

**Таблица 3. Содержание питательных веществ в 1 кг корма и себестоимость кормов**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Показатель** | **Комбикорм** | **Сено** | **Силос** |
| Кормовые единицы, кг | 1 | 0,5 | 0,2 |
| Переваримый протеин, г | 160 | 60 | 30 |
| Себестоимость 1 кг корма, руб. | 4,2 | 0,9 | 0,6 |

Согласно физиологическим особенностям животных в рационе должно содержаться следующее допустимое количество концентрированных и грубых кормов (табл. 4)

**Таблица 4. Потребность коров в концентрированных и грубых кормах, % от общей потребности в корм. ед.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Концентрированные корма, не менее** | **№ варианта** | **Грубые корма, не более** |
| 0 | 26% | 0 | 21% |

Составить рацион кормления коров, имеющий минимальную себестоимость. Требуется решить задачу вручную симплексным методом.

**Решение:**

Выразим все условия задачи в виде системы ограничений и запишем целевую функцию. Для этого обозначим через х1 – искомое содержание комбикорма в рационе (кг), через х2 – сена (кг) и через х3 – силоса (кг).

Составим систему ограничений:

1. условие по содержанию кормовых единиц в рационе:

1\*х1+0,5\*х2+0,2\*х3≥10,3

1. условие по содержанию переваримого протеина в рационе:

160\*х1+60\*х2+30\*х3≥1136

1. условие по содержанию концентратов в рационе (не менее 10,3 кг корм. ед. х 0,26 = 2,678 кг корм. ед.):

1\*х1≥2,678

1. условие по содержанию грубых кормов в рационе (не менее 10,3 кг корм. ед. х 0,21 = 2,163 кг корм. ед.):

0,5\*х2≤2,163

Целевая функция – минимум себестоимости рациона:

Z=4,2\*х1+0,9\*х2+0,6\*х3→min

Перейдем в системе ограничений от неравенств к равенствам, для этого введем дополнительные переменные:

1. 1\*х1+0,5\*х2+0,2\*х3-х4=10,3
2. 160\*х1+60\*х2+30\*х3-х5=1136
3. 1\*х1-х6=2,678
4. 0,5\*х2+х7=2,163

Целевая функция – минимум себестоимости рациона:

Z=4,2\*х1+0,9\*х2+0,6\*х3+0\*х4+0\*х5+0\*х6+0\*х7→min

Дополнительные переменные имеют следующий экономический смысл:

х4 – количество кормовых единиц сверх минимума, кг

х5 – количество переваримого протеина сверх минимума, г

х6 – количество концентрата сверх минимума, кг корм. ед.

х7 – разница между максимальной потребностью в грубых кормах и фактическим содержанием в рационе, кг корм. ед.

В ограничениях, в которых нет дополнительных переменных с коэффициентом «+1», введем искусственные переменные с коэффициентом «+1». В целевую функцию введем их с оценками «М», т.к. задача решается на минимум.

1. 1\*х1+0,5\*х2+0,2\*х3-х4+у1=10,3
2. 160\*х1+60\*х2+30\*х3-х5+у2=1136
3. 1\*х1-х6+у3=2,678
4. 0,5\*х2+х7=2,163

Z=4,2\*х1+0,9\*х2+0,6\*х3+0\*х4+0\*х5+0\*х6+0\*х7+М\*у1+М\*у2+М\*у3→min

F=1151,141M-(157,8M\*х1+60,1M\*х2+29,6M\*х3-M\*х4-M\*х5-M\*х6) →0

Разрешим уравнение относительно искусственных и дополнительных переменных с коэффициентами «+1». Аналогично запишем целевую функцию, представив ее для удобства двумя строками:

1. у1=10,3-(1\*х1+0,5\*х2+0,2\*х3-1\*х4)
2. у2=1136-(160\*х1+60\*х2+30\*х3-1\*х5)
3. у3=2,678-(1\*х1-1\*х6)
4. х7=2,163-(0,5\*х2)

Z=0-(-4,2\*х1-0,9\*х2-0,6\*х3) →min

F=1151,141M-(157,8M\*х1+60,1M\*х2+29,6M\*х3-M\*х4-M\*х5-M\*х6) →0

Заполним симплексную таблицу 1:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Базисные переменные | Свободные члены, bi | **x1** | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | bi/aij |
| 1 | y1 | 10,300 | **1,000** | 0,500 | 0,200 | -1,000 | 0,000 | 0,000 | 10,300 |
| 2 | y2 | 1136,000 | **160,000** | 60,000 | 30,000 | 0,000 | -1,000 | 0,000 | 7,100 |
| **3** | **y3** | **2,678** | **1,000** | **0,000** | **0,000** | **0,000** | **0,000** | **-1,000** | **2,678** |
| 4 | x7 | 2,163 | **0,000** | 0,500 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | - |
| m+1 | Z | 0,000 | **-4,200** | -0,900 | -0,600 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | X |
| m+2 | F | 1151,141M | **157,8M** | 60,1M | 29,6M | -M | -M | -M | x |

1. Разрешающий столбец – х1.
2. Разрешающая строка – у3.
3. Заполняется симплексная таблица 2.
   1. Переменная у3 выводится из базиса, переменная х1 вводится в базис.
   2. Расчет элемента, стоящего на месте разрешающего:

1/1=1

* 1. Расчет элементов начальной строки, стоящей на месте разрешающей:

2,678/1=2,678; 0/1=0; 0/1=0; 0/1=0; 0/1=0;-1/1=-1

157,8М/(-1)=157,8М

3.4. Расчет остальных элементов таблицы:

Столбца bi:

10,300-1\*2,678=7,622; 1136,000-160,000\*2,678=707,520; 2,163-0,000\*2,678=2,163;

0-(-4,200)\*2,678=11,248; 1151,141M-157,8M\*2,678=728,552М;

Столбца х2:

0,500-1,000\*0,000=0,5000; 60,000-160,000\*0,000=60,000 и т.д. - переписывается без изменения, т.к. при расчете требуется постоянно умножать на 0,000

без изменения также переписываются столбцы х3, х4, х5, поскольку в этих столбцах в начальной строке стоят нулевые элементы.

Расчет элементов столбца х6:

0,000-1,000\*(-1,000)=1,000; 0,000-160,000\*(-1,000)=160,000;

0,000-0,000\*(-1,000)=0,000; 0,000-(-4,200)\*(-1,000)=-4,200;

-М-157,8M\*(-1,000)=156,8М.

Аналогично составляем симплексную таблицу 2:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Базисные переменные | Свободные члены, bi | y3 | x2 | x3 | x4 | x5 | **x6** | bi/aij |
| 1 | y1 | 7,622 | -1,000 | 0,500 | 0,200 | -1,000 | 0,000 | **1,000** | 7,622 |
| **2** | **y2** | **707,520** | **-160,000** | **60,000** | **30,000** | **0,000** | **-1,000** | **160,000** | **4,422** |
| 3 | x1 | 2,678 | -1,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | **-1,000** | -2,678 |
| 4 | x7 | 2,163 | 0,000 | 0,500 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | **0,000** | - |
| m+1 | Z | 11,248 | -4,200 | -0,900 | -0,600 | 0,000 | 0,000 | **-4,200** | X |
| m+2 | F | 728,552М | -157,8M | 60,1M | 29,6M | -M | -M | **156,8М** | x |

Симплексная таблица 3:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Базисные переменные | Свободные члены, bi | y3 | **x2** | x3 | x4 | x5 | y2 | bi/aij |
| 1 | y1 | -152,378 |  | **-159,500** | -159,800 | -161,000 | -160,000 |  | 0,955 |
| 2 | x6 | 4,422 |  | **0,375** | 0,188 | 0,000 | -0,006 |  | 11,792 |
| 3 | x1 | 162,678 |  | **160,000** | 160,000 | 160,000 | 160,000 |  | 1,017 |
| **4** | **x7** | **2,163** |  | **0,500** | **0,000** | **0,000** | **0,000** |  | **4,326** |
| m+1 | Z | 683,248 |  | **671,100** | 671,400 | 672,000 | 672,000 |  | X |
| m+2 | F | -24359,448M |  | **60,1M** | -25058,4M | -25089M | -25089M |  | x |

Симплексная таблица 4:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Базисные переменные | Свободные члены, bi | y3 | х7 | **x3** | x4 | x5 | y2 | bi/aij |
| **1** | **y1** | **-153,460** |  | **-319,000** | **-159,800** | **-161,000** | **-160,000** |  | **0,960** |
| 2 | x6 | 3,341 |  | 0,750 | **0,188** | 0,000 | -0,006 |  | **-0,021** |
| 3 | x1 | 1,082 |  | 320,000 | **160,000** | 160,000 | 160,000 |  | **-0,007** |
| 4 | х2 | 4,326 |  | 1,000 | **0,000** | 0,000 | 0,000 |  | **-0,006** |
| m+1 | Z | 682,167 |  | 1342,200 | **671,400** | 672,000 | 672,000 |  | **-4,269** |
| m+2 | F | -243360,53М |  | 120,2М | **160,4M** | -25089M | -25089M |  | x |

Симплексная таблица 5:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Базисные переменные | Свободные члены, bi | y3 | х7 | у1 | x4 | x5 | y2 | bi/aij |
| 1 | х3 | 27,295 |  | -319,000 | 1,000 | -1,200 | -25728,000 |  | - |
| 2 | x6 | -0,986 |  | 0,750 | -0,001 | 0,000 | -25568,006 |  | - |
| 3 | x1 | 2,678 |  | 320,000 | -1,001 | -25567,800 | -25408,000 |  | - |
| 4 | х2 | 4,326 |  | 1,000 | 0,000 | 0,000 | -25568,000 |  | - |
| m+1 | Z | 677,841 |  | 1342,200 | -4,202 | -25055,800 | -24896,000 |  | х |
| m+2 | F | 0М |  | 0М | 0M | 0M | 0M |  | x |

**Ответ:** оптимальный суточный рацион кормления коров на стойловый период состоит из 2,678 кг комбикорма, 4,326 кг сена и 27,295 кг силоса. При этом его себестоимость составляет 31,518 руб.

**Задача 2.** В хозяйстве необходимо за время уборки при заготовке силоса перевезти 4000т зелено й массы с пяти полей (табл. 5) к четырем фермам (табл. 6). Растояние перевозки зеленой массы с полей к фермам приведено в табл. 7.

**Таблица 5. Количество зеленой массы с полей, т**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Поле** | | | | |
|  | **1-е** | **2-е** | **3-е** | **4-е** | **5-е** |
| 0 | 800 | 1000 | 1200 | 400 | 600 |

**Таблица 6. Потребность ферм в зеленой массе, т**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | **Ферма** | | | |
|  | **1-я** | **2-я** | **3-я** | **4-я** |
| 0 | 1000 | 600 | 800 | 1600 |

**Таблица 7. Расстояние от полей до ферм, км**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поля** | **Ферма** | | | |
|  | **1-я** | **2-я** | **3-я** | **4-я** |
| 1-е | 5 | 6 | 2 | 2 |
| 2-е | 9 | 7 | 4 | 6 |
| 3-е | 7 | 1 | 4 | 5 |
| 4-е | 5 | 2 | 2 | 4 |
| 5-е | 6 | 4 | 3 | 4 |

Составить такой план перевозок, чтобы общие транспортные расходы были минимальными. Требуется решить задачу методом потенциалов.

**Решение.** Заполним расчетную таблицу и составим первый опорный план методом«наилучшего» элемента в таблице. Заполнение таблицы начинается с клетки 3,2 с наименьшим расстоянием, в которую записывается поставка 600 т. Затем последовательно заполняются клетки 4,3; 1,3; 1,4; 5,4; 3,5; 2,1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поле | Ферма | | | | Наличие зеленой массы, т | Ui |
| 1-я | 2-я | 3-я | 4-я |
| 1-е | **5** | **6** | **2-** | **2-** |  | 0 |
|  |  |  | 400 | 400 | 800 |  |
| 2-е | **9-** | **7** | **4+** | **6+** |  | 5 |
|  | 1000 |  |  |  | 1000 |  |
| 3-е | **7+** | **1** | **4** | **5** |  | 3 |
|  |  | 600 |  | 600 | 1200 |  |
| 4-е | **5** | **2** | **2** | **4** |  | 0 |
|  |  |  | 400- |  | 400 |  |
| 5-е | **6** | **4** | **3** | **4-** |  | 2 |
|  |  |  |  | 600 | 600 |  |
| Потребность в зеленой массе, т | 1000 | 600 | 800 | 1600 | 4000 | **Z** |
| Vj | 4 | -2 | 2 | 2 |  | 17400 |

Переходим к анализу первого опорного плана. Значение целевой функции 17400 тонна-километров.

Проверим, является ли план оптимальным. Если нет – улучшим его.

1. Рассчитаем значения потенциалов:

u1=0; v4=2-0=2; u3=5-2=3; u5=4-2=2; v1=7-3=4; v2=1-3=-2;

v3=2-0=2; u2=9-4=5; u4=4-2=2

2. Рассчитаем характеристики для свободных клеток:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **d** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **1** | 5 | 8 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | 4 | -1 | -1 |
| **3** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **4** | 1 | 4 | 0 | 2 |
| **5** | 0 | 4 | -1 | 0 |

3. Максимальная по абсолютной величине отрицательная характеристика в клетке 2,3, для которой строим цепь.

4. Проставляем по углам цепи, начиная с выбранной клетки, знаки «+», «-«. В клетках со знаком «-« минимальная поставка. Ее перераспределяем по цепи. Там где стоит знак «+», прибавляем, а где «-« - отнимаем. Заполняем расчетную таблицу 2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поле | Ферма | | | | Наличие зеленой массы, т | Ui |
| 1-я | 2-я | 3-я | 4-я |
| 1-е | **5** | **6** | **2** | **2** |  | 0 |
|  |  |  | 44 | 756 | 800 |  |
| 2-е | **9** | **7** | **4** | **6** |  | 5 |
|  |  |  | 756 | 244 | 1000 |  |
| 3-е | **7** | **1** | **4** | **5** |  | 3 |
|  | 400 | 600 |  | 200 | 1200 |  |
| 4-е | **5** | **2** | **2** | **4** |  | 0 |
|  | 400 |  |  |  | 400 |  |
| 5-е | **6** | **4** | **3** | **4** |  | 2 |
|  | 200 |  |  | 400 | 600 |  |
| Потребность в зеленой массе, т | 1000 | 600 | 800 | 1600 | 4000 | **Z** |
| Vj | 6 | -2 | 2 | 2 |  | 15288 |

Расчеты ведем аналогично. Получены следующие характеристики: d51=-2

Перераспределяем по цепи поставку 400. Строим таблицу 3.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поле | Ферма | | | | Наличие зеленой массы, т | Ui |
| 1-я | 2-я | 3-я | 4-я |
| 1-е | **5** | **6** | **2** | **2** |  | 0 |
|  | 0 | 0 | 44 | 756 | 800 |  |
| 2-е | **9** | **7** | **4** | **6** |  | 3 |
|  | 0 | 0 | 756 | 244 | 1000 |  |
| 3-е | **7** | **1** | **4** | **5** |  | 1 |
|  | 0 | 600 | 0 | 600 | 1200 |  |
| 4-е | **5** | **2** | **2** | **4** |  | 1 |
|  | 400 | 0 | 0 | 0 | 400 |  |
| 5-е | **6** | **4** | **3** | **4** |  | 2 |
|  | 600 | 0 | 0 | 0 | 600 |  |
| Потребность в зеленой массе, т | 1000 | 600 | 800 | 1600 | 4000 | **Z** |
| Vj | 6 | 0 | 1 | 2 |  | 15288 |

Анализ решения: По оптимальному плану необходимо осуществить перевозки в соответсвии с полученной таблицей. В этом случае минимальные затраты на перевозку будут 15288 тонна-километров

**Решение методом линейного прораммирования:**

1. Проверим, прежде всего условие равенства ресурсов:

С полей поставляется: 800+1000+1200+400+600=4000т зеленой массы

Потребность ферм в зеленой массе: 1000+600+800+1600=4000т, т.е. ресурсы поставщиков равны ресурсам потребителей.

2. Пусть Xij – количество тонн зеленой массы, которое нужно перевезти с i поля на j ферму. Из условия задачи, получаем ограничения:

х11+х12+х13+х14=800

х21+х22+х23+х24=1000

х31+х32+х33+х34=1200

х41+х42+х43+х44=400

х51+х52+х53+х54=600

Из условия потребностей ферм:

х11+х21+х31+х41+х51=1000

х12+х22+х32+х42+х52=600

х13+х23+х33+х43+х53=800

х14+х24+х34+х44+х54=1600

Целевая функция задачи – количество тонна-километров:

Z= 5\*х11+6\*х12+2\*х13+2\*х14+

9\*х21+7\*х22+4\*х23+6\*х24+

7\*х31+1\*х32+4\*х33+5\*х34+

5\*х41+2\*х42+2\*х43+4\*х44+

6\*х51+4\*х52+3\*х53+4\*х54→min

Решим систему при помощи таблицы Excel (меню «Сервис»/«Поиск решения»). Для этого запишем все ограничения и целевую функцию. В результате выполнения программы, получаем решение:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поле | Ферма | | | | Наличие зеленой массы, т | Сумма |
| 1-я | 2-я | 3-я | 4-я |
| 1-е | **5** | **6** | **2** | **2** |  |  |
|  | 0 | 0 | 44 | 756 | 800 | 800 |
| 2-е | **9** | **7** | **4** | **6** |  |  |
|  | 0 | 0 | 756 | 244 | 1000 | 1000 |
| 3-е | **7** | **1** | **4** | **5** |  |  |
|  | 0 | 600 | 0 | 600 | 1200 | 1200 |
| 4-е | **5** | **2** | **2** | **4** |  |  |
|  | 400 | 0 | 0 | 0 | 400 | 400 |
| 5-е | **6** | **4** | **3** | **4** |  |  |
|  | 600 | 0 | 0 | 0 | 600 | 600 |
| Потребность в зеленой массе, т | 1000 | 600 | 800 | 1600 |  | **Z** |
| Сумма | 1000 | 600 | 800 | 1600 |  | 15288 |

**Ответ:** По оптимальному плану необходимо осуществить перевозки в соответсвии с полученной таблицей. В этом случае минимальные затраты на перевозку будут 15288 тонна-километров.