ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

Институт транспортной техники и организации производства

(ИТТОП)

Кафедра: «Локомотивы и локомотивное хозяйство»

#### **Курсовой проект**

**на тему:**

**«Статистические методы обработки выборочных данных наблюдений или экспериментов»**

### Выполнил: студент Краснов М.А.

### группы ТЛТ-451

Принял: Пузанков А.Д.

Москва 2009

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. ПЕРВИЧНЫЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ
2. ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКОЙ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ АНАЛИЗИРУЕМОЙ ВЕЛИЧИНЫ И РАСЧЕТ ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИК
3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ И РАСЧЕТ ЕГО ПАРАМЕТРОВ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДА МОМЕНТОВ
4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДА ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ
5. **Первичный анализ экспериментальных данных**

Запишем полученные значения в вариационный ряд в возрастающем порядке:

Таблица 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 16,4 | 21,6 | 35,46 | 38,76 | 39,84 | 40,65 | 44,25 | 46,73 | 47,62 | 50,25 |
| 50,25 | 51,02 | 51,8 | 55,22 | 55,25 | 55,55 | 61,73 | 63,3 | 64,93 | 67,56 |
| 68,5 | 68,5 | 71,94 | 73 | 73,53 | 73,53 | 74,07 | 77,52 | 78,12 | 78,74 |
| 78,74 | 80,64 | 85,47 | 86,2 | 87,72 | 90,1 | 92,6 | 94,34 | 95,24 | 96,15 |
| 99,01 | 99,01 | 106,4 | 108,6 | 116,28 | 133,3 | 135,13 | 137 | 144,93 | 149,25 |
| 153,84 | 161,3 | 166,7 | 172,4 | 172,4 | 175,44 | 178,6 | 178,6 | 185,18 | 192,3 |
| 208,33 | 212,76 | 227,27 | 232,56 | 238,1 | 243,9 | 256,41 | 277,8 | 277,8 | 285,7 |
| 285,71 | 285,71 | 322,6 | 322,6 | 344,83 | 370,4 | 370,4 | 370,4 | 384,6 | 420,6 |
| 526,3 | 555,55 | 588,23 | 943,4 |  |  |  |  |  |  |

xmax = 943,4; xmin = 16,4

Результат последних двух измерений вызывает сомнения. Поэтому выполняем проверку:

Величину выборочного среднего находим из соотношения:



(1)



Корень квадратный из дисперсии, взятый с положительным знаком, называется среднеквадратическим отклонением и рассчитывается по формуле:

(2)



Упрощённая проверка сомнительного результата на брак выполняется из условия:



Таким образом, по упрощенной проверке результат сомнительного измерения браком являются последнее одно значение, отбрасываем их и пересчитываем и :



Проверяем по упрощённой проверки:



Таким образом, по упрощенной проверке результат сомнительного измерения браком являются последние два значения, отбрасываем их и пересчитываем и :



Таким образом, по упрощенной проверке результат сомнительного измерения браком являются последнее одно значение, отбрасываем их и пересчитываем и :



Таким образом, по упрощенной проверке результат сомнительного измерения не является браком.

Так же выполним подобную проверку с помощью критерия Ирвина:



Таким образом, по расчётам обеих проверок результат последнего сомнительного измерения не является браком.

Из этого следует, что нужно произвести повторный расчёт, но уже без данного измерения:



**2. Построение эмпирической плотности распределения случайной анализируемой величины и расчёт её характеристик**

Определяем размах имеющихся данных, т.е. разности между наибольшим и наименьшим выборочным значениями (R = Xmax – Xmin):



Выбор числа интервалов группировки k при числе наблюдений n<100 – ориентировочное значение интервалов можно рассчитать с использованием формулы Хайнхольда и Гаеде:



Тогда ширина интервала:



Результат подсчёта частот и характеристик эмпирического распределения

Таблица 2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Границы интервала  группировки | Ср.знач.  интерв. | Распределение  данных | fi | U | U\*f | U^2\*f |
| 16,4…61,31 | 38,86 | //////////////// | 16 | -1 | -16 | 16 |
| 61,31…106,22 | 83,77 | ////////////////////////// | 26 | 0 | 0 | 0 |
| 106,22…151,13 | 128,68 | //////// | 8 | 1 | 8 | 8 |
| 151,13…196,04 | 173,59 | ////////// | 10 | 2 | 20 | 40 |
| 196,04…240,96 | 218,50 | ///// | 5 | 3 | 15 | 45 |
| 240,96…285,87 | 263,41 | ///// | 5 | 4 | 20 | 80 |
| 285,87…330,78 | 308,32 | //// | 4 | 5 | 20 | 100 |
| 330,78…375,69 | 353,23 | //// | 4 | 6 | 24 | 144 |
| 375,69…420,60 | 398,14 | // | 2 | 7 | 14 | 98 |
| ИТОГО | | | 80 |  | 105 | 531 |

Принимаем «ложный нуль» x0=83,77 и обозначаем нулем тот интервал, которому соответствует максимальная частота (f=26). Далее, для интервалов, следующих к наименьшему наблюдаемому значению вписываем -1, -2 … и 1, 2, … для интервалов, следующих к наибольшему значению наблюдаемой величины.

Выборочное среднее х и среднеквадратическое отклонение Sx рассчитываем, используя следующие выражения:

(3)



Для построения гистограммы, приведённой на рис.1, по оси абсцисс в выбранном масштабе отмечаем границы интервалов. Левая ось размечается масштабом частот, а на правую, в случае необходимости, можно нанести шкалу относительных частот. На чистом поле гистограммы указываются значения: числа данных; среднего арифметического; среднеквадратического отклонения.



Рис.1

Помимо гистограммы эмпирические данные измерений случайной величины могут быть представлены в виде кумулятивной кривой функции распределения вероятностей. Для этого данные, представленные в табл.1., должны быть дополнены частостями (см. табл.2.).

Частость находим из соотношения:



Таблица частот f и частостей ω.

Таблица 3.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Границы интервала  группировки | Частота,fi | Частость,  ω i | Накопленная  частость, ω н |
|
| 16,4…61,31 | 16 | 0,20 | 0,20 |
| 61,31…106,22 | 26 | 0,33 | 0,53 |
| 106,22…151,13 | 8 | 0,10 | 0,63 |
| 151,13…196,04 | 10 | 0,13 | 0,75 |
| 196,04…240,96 | 5 | 0,06 | 0,81 |
| 240,96…285,87 | 5 | 0,06 | 0,88 |
| 285,87…330,78 | 4 | 0,05 | 0,93 |
| 330,78…375,69 | 4 | 0,05 | 0,98 |
| 375,69…420,60 | 2 | 0,03 | 1,00 |
| ИТОГО | 80 | 1 |  |



## Рис. 2

**3. Определение вида закона распределения случайной величины и расчёт его параметров при помощи метода моментов**

Экспоненциальный (нормальный) закон распределения

Параметр закона распределения:



Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | xi  103 км | fi  шт | λ\*xi | e-λ\*xi | φ(xi)  10-6 | fi’  шт |  |
| 1 | 38,86 | 16 | 0,270 | 0,763 | 0,531 | 19,08 | 0,50 |
| 2 | 83,77 | 26 | 0,583 | 0,558 | 0,388 | 13,96 | 10,39 |
| 3 | 128,68 | 8 | 0,895 | 0,408 | 0,284 | 10,21 | 0,48 |
| 4 | 173,59 | 10 | 1,208 | 0,299 | 0,208 | 7,47 | 0,86 |
| 5 | 218,50 | 5 | 1,520 | 0,219 | 0,152 | 5,47 | 0,04 |
| 6 | 263,41 | 5 | 1,833 | 0,160 | 0,111 | 4,00 | 0,25 |
| 7 | 308,32 | 4 | 2,145 | 0,117 | 0,081 | 2,93 | 0,39 |
| 8 | 353,23 | 4 | 2,458 | 0,086 | 0,060 | 2,14 | 1,62 |
| 9 | 398,14 | 2 | 2,770 | 0,063 | 0,044 | 1,57 | 0,12 |
| ИТОГО: | | 80 |  | | | | 14,64 |



Рис. 4

Нормальный закон распределения двухпараметрический, число степеней свободы υ = 7 и = 14,067.



Так как χ2 > χ0,052, то гипотеза о принадлежности эмпирической выборки значений, экспоненциальному закону распределения отвергается

Распределение Вейбулла - Гнеденко

Величина выборочного коэффициента вариации:



По данным приложения таблица П1,2:



Таблица 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Xi  103 км | fi  шт | xi/a | a\* φ(xi) | φ(xi)  10-6 | fi’  шт |  |
| 1 | 38,86 | 16 | 0,246 | 0,6944 | 4,4017 | 15,81 | 0,00 |
| 2 | 83,77 | 26 | 0,531 | 0,7197 | 4,5618 | 16,39 | 5,63 |
| 3 | 128,68 | 8 | 0,816 | 0,6085 | 3,8567 | 13,86 | 2,48 |
| 4 | 173,59 | 10 | 1,100 | 0,4637 | 2,9393 | 10,56 | 0,03 |
| 5 | 218,50 | 5 | 1,385 | 0,3293 | 2,0870 | 7,50 | 0,83 |
| 6 | 263,41 | 5 | 1,670 | 0,2213 | 1,4029 | 5,04 | 0,00 |
| 7 | 308,32 | 4 | 1,954 | 0,1422 | 0,9014 | 3,24 | 0,18 |
| 8 | 353,23 | 4 | 2,239 | 0,0879 | 0,5570 | 2,00 | 2,00 |
| 9 | 398,14 | 2 | 2,524 | 0,0525 | 0,3325 | 1,19 | 0,54 |
| ИТОГО: | | 80 |  | | | 75,60 | 11,69 |



Рис. 5

Нормальный закон распределения двухпараметрический, число степеней свободы υ = 6 и = 12,592.



Так как χ2 > χ0,052, то эмпирическая выборка значений пренадлежит закону распределения Вейбулла - Гнеденко

Нормальный (Гауссовский) закон распределения

Таблица 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Xi  103 км | fi | ti | φ(ti)  10-2 | φ(xi) | fi’  щт |  |
| 1 | 38,86 | 16 | -1,025 | 0,231 | 0,101 | 8,09 | 7,72 |
| 2 | 83,77 | 26 | -0,586 | 0,328 | 0,144 | 11,52 | 18,18 |
| 3 | 128,68 | 8 | -0,147 | 0,386 | 0,169 | 13,53 | 2,26 |
| 4 | 173,59 | 10 | 0,292 | 0,374 | 0,164 | 13,11 | 0,74 |
| 5 | 218,50 | 5 | 0,731 | 0,298 | 0,131 | 10,48 | 2,86 |
| 6 | 263,41 | 5 | 1,169 | 0,197 | 0,086 | 6,91 | 0,53 |
| 7 | 308,32 | 4 | 1,608 | 0,107 | 0,047 | 3,75 | 0,02 |
| 8 | 353,23 | 4 | 2,047 | 0,048 | 0,021 | 1,68 | 3,18 |
| 9 | 398,14 | 2 | 2,486 | 0,018 | 0,008 | 0,62 | 3,04 |
| ИТОГО: | | 80 |  | | | 69,71 | 38,54 |



Рис. 6

Нормальный закон распределения двухпараметрический, число степеней свободы υ = 6 и = 12.592.



Так как χ2 > χ0,052, то гипотеза о принадлежности эмпирической выборки значений, нормальному (Гауссовскому) закону распределения отвергается

Логарифмически - нормальный закон распределения

Значения средне-выборочное и средне-квадратичное:



Таблица 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Xi  103 км | fi | ti | φ(ti) | φ(xi) | fi’  щт |  |
| 1 | 38,86 | 16 | -1,481 | 0,133 | 4,808 | 17,28 | 0,094 |
| 2 | 83,77 | 26 | -0,404 | 0,367 | 6,155 | 22,12 | 0,682 |
| 3 | 128,68 | 8 | 0,198 | 0,391 | 4,263 | 15,32 | 3,494 |
| 4 | 173,59 | 10 | 0,618 | 0,329 | 2,663 | 9,57 | 0,019 |
| 5 | 218,50 | 5 | 0,941 | 0,256 | 1,645 | 5,91 | 0,140 |
| 6 | 263,41 | 5 | 1,203 | 0,193 | 1,030 | 3,70 | 0,455 |
| 7 | 308,32 | 4 | 1,423 | 0,144 | 0,659 | 2,37 | 1,126 |
| 8 | 353,23 | 4 | 1,614 | 0,108 | 0,430 | 1,55 | 3,892 |
| 9 | 398,14 | 2 | 1,782 | 0,081 | 0,287 | 1,03 | 0,908 |
| ИТОГО: | | 80 |  | | |  | 10,81 |



Рис. 7

Нормальный закон распределения двухпараметрический, число степеней свободы υ = 6 и = 12.592.



Так как χ2 < χ0,052, то эмпирическая выборка значений принадлежит логарифмически-нормальному закону распределения

**4. Определение вида теоретического закона распределения случайной величины графическими методами**

Расчёт координат эмпирических точек заданной выборки

Таблица 8.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Среднее значение  интервала xi , 103 км | fi , шт | Σ fi | F(x)= Σ fi/n+1 |
|  |  |  |  |
| 1 | 38,86 | 16 | 16 | 0,198 |
| 2 | 83,77 | 26 | 42 | 0,519 |
| 3 | 128,68 | 8 | 50 | 0,617 |
| 4 | 173,59 | 10 | 60 | 0,741 |
| 5 | 218,50 | 5 | 65 | 0,802 |
| 6 | 263,41 | 5 | 70 | 0,864 |
| 7 | 308,32 | 4 | 74 | 0,914 |
| 8 | 353,23 | 4 | 78 | 0,963 |
| 9 | 398,14 | 2 | 80 | 0,988 |

Используя полученные в табл.4. данные, строим вероятностную сетку и выполняем проверку согласованности.

Выбор масштаба построения вероятностной сетки:

* ширина графика (ось абсцисс) А = 140 мм ;
* высота графика (ось ординат) Н = 180 мм .

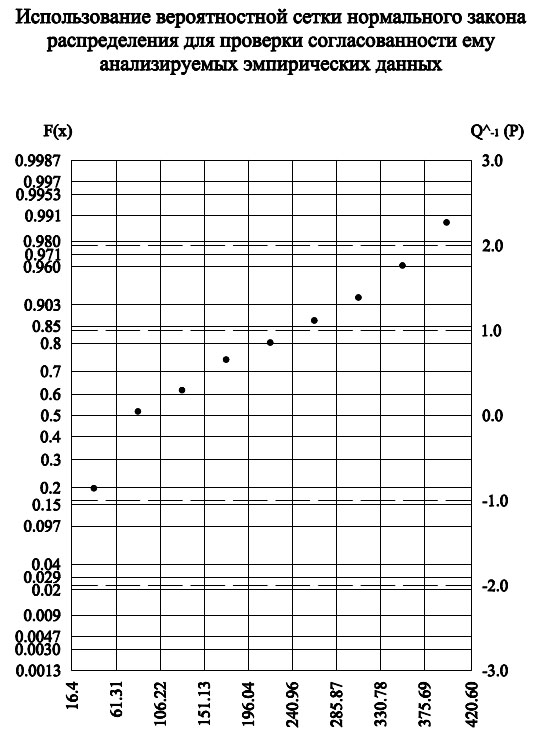
Нормальный закон распределения

Масштаб значений оси абсцисс устанавливается на основе выражения:



Таблица 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P = F(x) | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,8413 | 0,85 | 0,903 |
| y = Q-1(P) | 0 | 0,25 | 0,52 | 0,85 | 1 | 1,05 | 1,3 |
| Ky (P), мм | 0 | 7,5 | 15,6 | 25,5 | 30 | 31,5 | 39 |
| P = F(x) | 0,96 | 0,971 | 0,98 | 0,991 | 0,9953 | 0,997 | 0,9987 |
| y = Q-1(P) | 1,75 | 1,9 | 2,05 | 2,35 | 2,6 | 2,75 | 3 |
| Ky(P), мм | 52,5 | 57 | 61,5 | 70,5 | 78 | 82,5 | 90 |



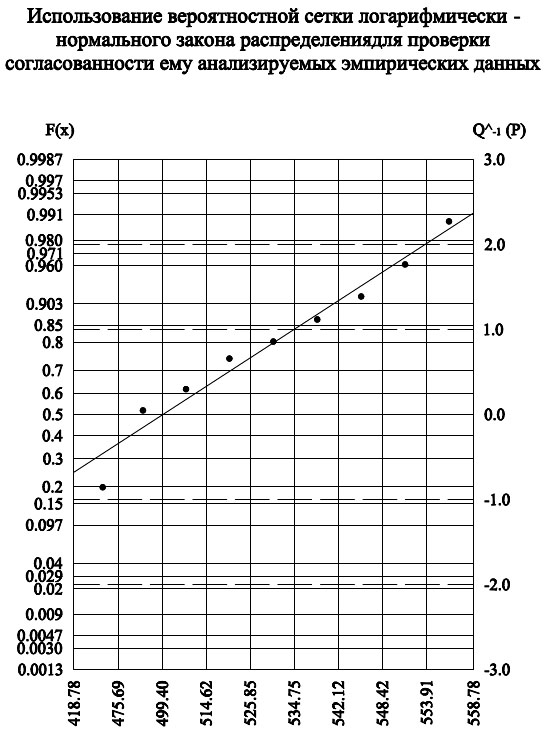
Лгарифмически - нормальный закон распределения

Масштаб значений оси абсцисс устанавливается на основе выражения:



Таблица 10

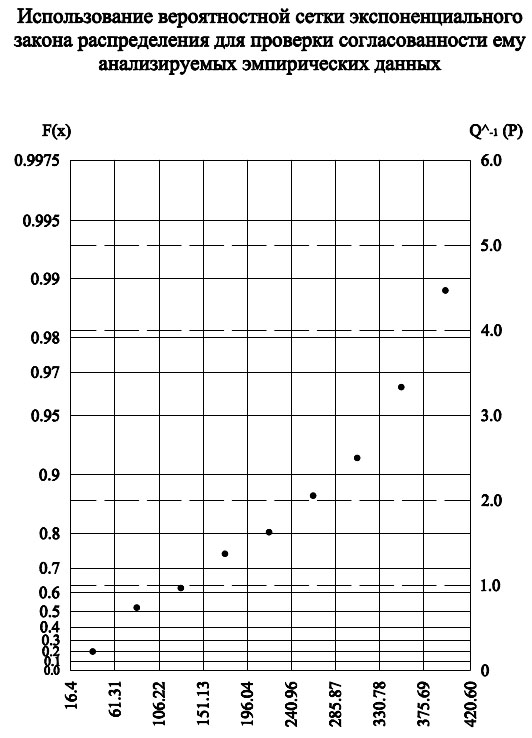
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Границы интервала | xi  103 км |  |  |
| 1 | 418,78…475,69 | 38,86 | 456,01 | 0,198 |
| 2 | 475,69…499,40 | 83,77 | 489,15 | 0,519 |
| 3 | 499,40…514,62 | 128,68 | 507,68 | 0,617 |
| 4 | 514,62…525,85 | 173,59 | 520,60 | 0,741 |
| 5 | 525,85…534,75 | 218,50 | 530,52 | 0,802 |
| 6 | 534,75…542,12 | 263,41 | 538,59 | 0,864 |
| 7 | 542,12…548,42 | 308,32 | 545,38 | 0,914 |
| 8 | 548,42…553,91 | 353,23 | 551,25 | 0,963 |
| 9 | 553,91…558,78 | 398,14 | 556,42 | 0,988 |



Экспоненциальный (нормальный) закон распределения

Таблица 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P = F(x) | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |
| Ky (P), мм | 0,0 | 3,2 | 6,7 | 10,7 | 15,3 | 20,8 | 27,5 | 36,1 |
| P = F(x) | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,97 | 0,98 | 0,99 | 0,995 | 0,9975 |
| Ky(P), мм | 48,3 | 69,1 | 89,9 | 105,2 | 117,4 | 138,2 | 158,9 | 179,7 |



Распределение Вейбулла – Гнеденко

Таблица 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P = F(x) | 0,03 | 0,04 | 0,06 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 |
| y = Q-1(P) | -3,5 | -3,2 | -2,8 | -2,25 | -1,5 | -1,03 | -0,7 |
| Ky (P), мм | -118,8 | -108,6 | -95,0 | -76,4 | -50,9 | -35,0 | -23,8 |
| P = F(x) | 0,5 | 0,632 | 0,78 | 0,9 | 0,97 | 0,955 | 0,999 |
| y = Q-1(P) | -0,36 | 0,00 | 0,41 | 0,83 | 1,25 | 1,66 | 1,93 |
| Ky(P), мм | -12,2 | 0,00 | 13,9 | 28,2 | 42,4 | 56,3 | 65,5 |

