Городская открытая научно – практическая конференция

школьников и студентов

**Тема: Софизмы**

2007г.

**Содержание:**

Цели, задачи, актуальность

История

Классификация ошибок

Логические

Терминологические

Психологические

Примеры

Вывод

Литература

Цели:

Дать определение софизму

Определить сферу его применения

Задачи:

Узнать, какие бывают софизмы

Привести примеры софизмов

Составить свой софизм

Актуальность:

В настоящее время уроки математики, на мой взгляд, в своем большинстве проходят сухо, однообразно и не всегда вызывают особого интереса у учащихся. Применение софизмов поможет исправить это, привить интерес к предмету, разнообразить урок.

Софи́зм (от греч. σόφισμα, «мастерство, умение, хитрая выдумка, уловка») — ложное умозаключение, которое, тем не менее, при поверхностном рассмотрении кажется правильным. Софизм основан на преднамеренном, сознательном нарушении правил логики.

## История

Аристотель называл софизмом «мнимые доказательства», в которых обоснованность заключения кажущаяся и обязана чисто субъективному впечатлению, вызванному недостаточностью логического или семантического анализа. Убедительность на первый взгляд многих софизмов, их «логичность» обычно связана с хорошо замаскированной ошибкой — семиотической. За счёт метафоричности речи, омонимии или полисемии слов, амфиболий и прочих, нарушающих однозначность мысли и приводящих к смешению значений терминов, или же логической: подмена основной мысли (тезиса) доказательства, принятие ложных посылок за истинные, несоблюдение допустимых способов рассуждения (правил логического вывода), использование «неразрешённых» или даже «запрещённых» правил или действий, например деления на нуль в математических софизмах (последнюю ошибку можно считать и семиотической, так как она связана с соглашением о «правильно построенных формулах») происходит нарушение правил логики.

Вот один из древних софизмов («рогатый»), приписываемый Эвбулиду: «Что ты не терял, то имеешь. Рога ты не терял. Значит, у тебя рога». Здесь маскируется двусмысленность большей посылки. Если она мыслится универсальной: «Всё, что ты не терял…», то вывод логически безупречен, но неинтересен, поскольку очевидно, что большая посылка ложна; если же она мыслится частной, то заключение не следует логически. Последнее, однако, стало известно лишь после того, как Аристотель создал логику.

А вот современный софизм, обосновывающий, что с возрастом «годы жизни» не только кажутся, но и на самом деле короче: «Каждый год вашей жизни — это её 1/n часть, где n — число прожитых вами лет. Но n + 1>n. Следовательно, 1/(n + 1)< 1/n».

Исторически с понятием «Софизм» неизменно связывают идею о намеренной фальсификации, руководствуясь признанием Протагора, что задача софиста — представить наихудший аргумент как наилучший путём хитроумных уловок в речи, в рассуждении, заботясь не об истине, а об успехе в споре или о практической выгоде. (Известно, что сам Протагор оказался жертвой «софизма Эватла».) С этой же идеей обычно связывают и «критерий основания», сформулированный Протагором: мнение человека есть мера истины. Уже Платон заметил то, что основание не должно заключаться в субъективной воле человека, иначе придётся признать законность противоречий (что, между прочим, и утверждали софисты), а поэтому любые суждения считать обоснованными. Эта мысль Платона была развита в аристотелевском «принципе непротиворечия» , уже в современной логике, — в истолкованиях и требовании доказательств «абсолютной» непротиворечивости. Перенесённая из области чистой логики в область «фактических истин», она породила особый «стиль мышления», игнорирующий диалектику «интервальных ситуаций», то есть таких ситуаций, в которых критерий Протагора, понятый, однако, более широко, как относительность истины к условиям и средствам её познания, оказывается весьма существенным. Именно поэтому многие рассуждения, приводящие к парадоксам и в остальном безупречные, квалифицируются как софизмы, хотя по существу они только демонстрируют интервальный характер связанных с ними гносеологических ситуаций. Так, софизм «куча» («Одно зерно — не куча. Если n зёрен не куча, то n + 1 зерно — тоже не куча. Следовательно, любое число зёрен — не куча») — это лишь один из «парадоксов транзитивности», возникающих в ситуации «неразличимости». Последняя служит типичным примером интервальной ситуации, в которой свойство транзитивности равенства при переходе от одного «интервала неразличимости» к другому, вообще говоря, не сохраняется, и поэтому принцип математической индукции в таких ситуациях неприменим. Стремление усматривать в этом свойственное опыту «нетерпимое противоречие», которое математическая мысль «преодолевает» в абстрактном понятии числового континуума (А. Пуанкаре), не обосновывается, однако, общим доказательством устранимости подобного рода ситуаций в сфере математического мышления и опыта. Достаточно сказать, что описание и практика применения столь важных в этой сфере «законов тождества» (равенства) так же, вообще говоря, как и в эмпирических науках, зависит от того, какой смысл вкладывают в выражение «один и тот же объект», какими средствами или критериями отождествления при этом пользуются. Другими словами, идёт ли речь о математических объектах или, к примеру, об объектах квантовой механики, ответы на вопрос о тождестве неустранимым образом связаны с интервальными ситуациями. При этом далеко не всегда тому или иному решению этого вопроса «внутри» интервала неразличимости можно противопоставить решение «над этим интервалом», то есть заменить абстракцию неразличимости абстракцией отождествления. А только в этом последнем случае и можно говорить о «преодолении» противоречия.

По-видимому, первыми, кто понял важность семиотического анализа софизмов, были сами софисты. Учение о речи, о правильном употреблении имён Продик считал важнейшим. Анализ и примеры софизмов часто встречаются в диалогах Платона. Аристотель написал специальную книгу «О софистических опровержениях», а математик Евклид — «Псевдарий» — своеобразный каталог софизмов в геометрических доказательствах.

## 

## Классификация ошибок

### 

### Логические

Так как обычно вывод может быть выражен в силлогистической форме, то и всякий софизм может быть сведён к нарушению правил силлогизма. Наиболее типичными источниками логических софизмов являются следующие нарушения правил силлогизма:

1. Вывод с отрицательной меньшей посылкой в первой фигуре: «Все люди суть разумные существа, жители планет не суть люди, следовательно, они не суть разумные существа»;
2. Вывод с утвердительными посылками во второй фигуре: «Все, находящие эту женщину невинной, должны быть против наказания её; вы — против наказания её, значит, вы находите её невинной»;
3. Вывод с общим заключением в третьей фигуре: «Закон Моисеев запрещал воровство, закон Моисеев потерял свою силу, следовательно, воровство не запрещено»;
4. Особенно распространённая ошибка quaternio terminorum, то есть употребление среднего термина в большой и в меньшей посылке не в одинаковом значении: «Все металлы — простые тела, бронза — металл: бронза — простое тело» (здесь в меньшей посылке слово «металл» употреблено не в точном химическом значении слова, обозначая сплав металлов): отсюда в силлогизме получаются четыре термина.

### 

### Терминологические

Грамматические, терминологические и риторические источники софизмов выражаются в неточном или неправильном словоупотреблении и построении фразы (всякое quaternio terminorum предполагает такое словоупотребление); наиболее характерные:

* 1. ошибка гомонимия (aequivocatio), например: реакция, в смысле химическом, биологическом и историческом; доктор это как врач и как учёная степень.
  2. Ошибка сложения — когда разделительному термину придается значение собирательного. Все углы треугольника больше 2 π в том смысле, что сумма меньше 2 π.
  3. Ошибка разделения, обратная, когда собирательному термину дается значение разделительного: "все углы треугольника равны 2 π" в смысле "каждый угол равен сумме 2 прямых углов".
  4. Ошибка ударения, когда подчёркивание повышением голоса в речи и курсивом в письме определенного слова или нескольких слов во фразе искажает её первоначальный смысл.
  5. Ошибка выражения, заключающаяся в неправильном или неясном для уразумения смысла построении фразы, например: сколько будет: дважды два плюс пять? Здесь трудно решить имеется ли в виду 2\*2+5=9 или 2\*(2+5)=14.
* Более сложные софизмы проистекают из неправильного noстроения целого сложного хода доказательств, где логические ошибки являются замаскированными неточностями внешнего выражения. Сюда относятся:
  1. petitio principii: введение заключения, которое требуется доказать, в скрытом виде в доказательство в качестве одной из посылок. Если мы, например, желая доказать безнравственность материализма, будем красноречиво настаивать на его деморализующем влиянии, не заботясь дать отчет, почему именно он — безнравственная теория, то наши рассуждения будут заключать в себе petitio principii.
  2. Ignoratio elenchi заключается в том, что мы, возражая на чье-нибудь мнение, направляем нашу критику не на те аргументы, которые ей подлежат, а на мнения, которые мы ошибочно приписываем нашим противникам.
  3. A dicto secundum ad dictum simpliciter представляет заключение от сказанного с оговоркой к утверждению, не сопровождаемому этой оговоркой.
  4. Non sequitur представляет отсутствие внутренней логической связи в ходе рассуждения: всякое беспорядочное следование мыслей представляет частный случай этой ошибки.

### Психологические

Психологические причины софизмов бывают троякого рода: интеллектуальные, аффективные и волевые. Во всяком обмене мыслей предполагается взаимодействие между 2 лицами, читателем и автором или лектором и слушателем, или двумя спорящими. Убедительность софизма предполагает два фактора: α — психические свойства одной и β — другой из обменивающихся мыслями сторон. Правдоподобность софизма зависит от ловкости того, кто защищает его, и уступчивости оппонента, а эти свойства зависят от различных особенностей обеих индивидуальностей.

#### 

#### Интеллектуальные причины

Интеллектуальные причины софизма заключаются в преобладании в уме лица, поддающегося софизму, ассоциаций по смежности над ассоциациями по сходству, в отсутствии развития способности управлять вниманием, активно мыслить, в слабой памяти, непривычке к точному словоупотреблению, бедности фактических знаний по данному предмету, лености в мышлении (ignava ratio). Обратные качества, разумеется, являются наиболее выгодными для лица, защищающего софизм: обозначим первые отрицательные качества через b, вторые соответствующие им положительные через а.

#### 

#### Аффективные причины

Сюда относятся трусость в мышлении — боязнь опасных практических последствий, вытекающих от принятия известного положения; надежда найти факты, подтверждающие ценные для нас взгляды, побуждающая нас видеть эти факты там, где их нет, любовь и ненависть, прочно ассоциировавшиеся с известными представлениями. Желающий обольстить ум своего соперника софист должен быть не только искусным диалектиком, но и знатоком человеческого сердца, умеющим виртуозно распоряжаться чужими страстями для своих целей. Обозначим аффективный элемент в душе искусного диалектика, который распоряжается им как актёр, чтобы тронуть противника, через с, а те страсти, которые пробуждаются в душе его жертвы и омрачают в ней ясность мышления через d. Аrgumentum ad homuiem, вводящий в спор личные счеты, и argumentum ad populum, влияющий на аффекты толпы, представляют типичные софизмы с преобладанием аффективного элемента.

#### 

#### Волевые причины

При обмене мнений мы воздействуем не только на ум и чувства собеседника, но и на его волю. Во всякой аргументации (особенно устной) есть элемент волевой — императивный — элемент внушения. Категоричность тона, не допускающего возражения, определенная мимика e действуют неотразимым образом на лиц, легко поддающихся внушению, особенно на массы, с другой стороны, пассивность f слушателя особенно благоприятствует успешности аргументации противника. Таким образом, всякий софизм предполагает взаимоотношение между шестью психическими факторами: a + b + c + d + e + f. Успешность софизма определяется величиной этой суммы, в которой (a + с + е) составляет показатель силы диалектика, (b + d + f) есть показатель слабости его жертвы. Прекрасный психологический анализ софистики дает Шопенгауэр в своей "Эристике" (перевод книги Д. Н. Цертелева). Само собой разумеется, что логические, грамматические и психологические факторы теснейшим образом связаны между собой.

## Примеры софизмов

### 

### Чётное и нечётное

5 есть 2+3 («два и три»). Два — число чётное, три — нечётное, выходит, что пять — число и чётное и нечётное.

### Не знаешь то, что знаешь

«Знаешь ли ты, о чём я хочу тебя спросить?» — «Нет». — «Знаешь ли ты, что добродетель есть добро?» — «Знаю». — «Об этом я и хотел тебя спросить. А ты, выходит, не знаешь то, что знаешь».

### Лекарства

«Лекарство, принимаемое больным, есть добро. Чем больше делать добра, тем лучше. Значит, лекарств нужно принимать как можно больше».

### Вор

«Вор не желает приобрести ничего дурного. Приобретение хорошего есть дело хорошее. Следовательно, вор желает хорошего»

### Отец — собака

«Эта собака имеет детей, значит, она — отец. Но это твоя собака. Значит, она твой отец. Ты её бьёшь, значит, ты бьёшь своего отца и ты — брат щенят».

### Рогатый

«Что ты не терял, то имеешь. Рога ты не терял. Значит, у тебя рога».

-1>1

Дана дробь: 1/Х. Как известно, она возрастает с уменьшением знаменателя

Поэтому, т.к. ряд 5, 3, 1, -1, -3, -5 убывающий, то ряд вида 1/Х=1/5, 1/3, 1, -1, -1/3, -1/5 и т.д. есть возрастающий. Но в возрастающем ряду каждый последующий член больше предыдущего, а это значит: 1/3>1/5, 1>1/3, -1>+1...

2=1

1)Х2-X2=X2-X2; (X+X)(X-X)=X(X-X); сокращаем: X+X=X; 2X=X; 2=1.

2) Х=1; X2=X; X2-1=X-1; X+1=1, но т.к. Х=1, то 2=1.

**Парадоксы математические**

Здесь мы поговорим о парадоксах в разделе математики. И вот, действительно, самое парадоксальное - это то, что в математике вообще есть парадоксы.

**Парадокс несоизмеримости величин**

Это явление имело место в древности, когда людям были знакомы только рациональные числа.

Две однородные величины, например, длины, площади или объемы, соизмеримы, если имеется их общая мера, т.е. если существует такая однородная с ними величина, которая укладывается в них целое число раз (общий делитель). Полагалось, что все вышеперечисленные величины соизмеримы.

Но вдруг оказалось, что диагональ квадрата и его сторона не имеют такой общей меры, и их частное нельзя было выразить с помощью известных чисел. Парадокс состоял в том, что по отдельности каждая из несоизмеримых величин может быть измерена и количественно точно определена, а их отношение - нет. К примеру, если возьмем сторону квадрата и начнем ее откладывать на диагонали, то обнаружим, что она укладывается только один раз и остается остаток. Тогда, если мы уложим остаток в сторону квадрата, то все будет ОК. Но и он не умещается. Далее полученный остаток не равный 2 не умещается в остаток не равный 1 и так далее.

В результате это отношение было выражено как корень квадратный из 2. Позднее нашли и другие несоизмеримые величины, такие как отношение длины окружности к диаметру и площади круга к площади квадрата, построенному на радиусе (оба равняются числу π).

Т.к. не находилось физического истолкования этих чисел, которое находилось для рациональных (самое банальное - две коровы, высота сооружения - тридцать три целых и половина камня), то греки придумали иррациональные, т.е. "бессмысленные", числа внедрить в геометрию, обозначать ими длины определенных отрезков, а не числа.

**Парадокс бесконечно малых величин**

Математический кризис в этой области существовал в период XVII - XVIII веков.

Бесконечно малые - это переменные величины, стремящиеся к нулю, или, если быть точнее, к пределу, равному нулю. Проблема состояла в их туманном понимании: то они рассматриваются как числа равные нулю, то как ему неравные. Причем, при таком подходе, люди рассматривали их как постоянные величины. Тогда из этого и из названия таких величин следует, что бесконечное является чем-то завершенным.

Кризис перестал быть таковым после создания теории пределов в начале XIX века французским математиком Огюстеном Луи Коши (1789 - 1857). С того момента бесконечно малые величины рассматриваются как постоянно изменяющиеся, а не постоянные, стремящиеся к пределу, но никогда его не достигающие. Постоянно изменяющиеся числа!

**Парадокс Рассела**

Парадокс связан с теорией множеств.

В письме от 16 июня 1902 года Готтлобу Фреге, уже завершавшему свой трехтомный труд, частью изданный, "Обоснования арифметики", венчавший усилия логицистов, Бертран Артур Уильям Рассел (1872 - 1970) сообщил о том, что обнаружил парадокс множества всех нормальных множеств (нормальным множеством называется множество, не содержащее себя в качестве элемента), указывая на противоречивость исходных позиций Фреге, тем самым чуть-чуть его обломав. Парадокс имеет n-ое количество вариаций.

Например, "каталог всех нормальных каталогов".

Каталоги подразделяются на два вида: 1) нормальные, которые в числе перечисленных в них каталогов не упоминают себя, и 2) ненормальные, которые входят в число перечисляемых ими каталогов.

Библиотекарю дается задание составить каталог всех нормальных каталогов и только нормальных каталогов. Должен ли он при составлении своего каталога его упомянуть? Если он его не упомянет, то составленный им каталог будет нормальным. Но такой каталог должен упомянут, а тогда это уже ненормальный каталог, и из списка должен быть вычеркнут. Библиотекарь не может ни упомянуть, ни не упомянуть свой каталог.

Теперь расскажем о вариациях этого парадокса. Начнем с более простого и известного.

**Парадокс парикмахера (приписывается также Бертрану Расселу)**

В некой деревни (некотором взводе и т.д.), в которой живет один-единственный парикмахер, был издан указ: "Парикмахер имеет право брить тех и только тех жителей деревни, которые не бреются сами". Может ли парикмахер брить самого себя?

**Парадокс "мэр города"**

Каждый мэр города живет или в своем городе, или вне его. Был выделен один специальный город, где бы жили мэры, не живущие в своих городах. Где должен жить мэр этого специального города?

**Парадокс Кантора (1899)**

Согласно одной из теорем немецкого математика Георга Кантора (1845 - 1918), развившего уже упомянутую теорию множеств, не существует самого мощного множества. Сие ввиду того, что для любого сколь угодно мощного множества можно указать еще более мощное. С другой стороны, интуитивно очевидно, что множество всех множеств должно быть самым мощным, ведь оно включает в себя все возможные множества.

Другими словами, пусть множество всех множеств M содержит в себе множество всех своих подмножеств (ведь оно же множество всех множеств). Если первое имеет мощность m, то мощность второго 2m, что больше m. Следовательно, множество M не содержит множество всех своих подмножеств, а, значит, не может быть множеством всех множеств.

**Парадокс изобретателя**

Начнем с одной из его математических интерпретаций:

Попробуем доказать методом математической индукции неравенство



База при n = 1 очевидна.

Предполагая, что для некоторого k наше неравенство верно, и начиная доказательство для k + 1, получим

и



Нам остается доказать, что

- тогда наше неравенство 100% истинно.



Возведем обе части неравенства в квадрат и, после алгебраических преобразований, получим

(k + 1) (2k + 1)2 <= k (2k + 2)2 и, раскрыв скобки,

4k3 + 8k2 + 5k + 1 <= 4k3 + 8k2 + 4k

Здесь мы с ужасом обнаруживаем, что то, что мы получили неверно, а следовательно, и два предыдущих неравенства тоже. Правда, из этого нельзя делать вывод, что неверно и исходное неравенство, а можно лишь тот, что не годится данный метод доказательства - индукция.

Теперь попробуем доказать тем же методом неравенство



Т.к. это неравенство более сильное, то, казалось бы, и доказывать его не имеет смысла, ведь придем к тому же. Однако, попробуем.

База опять очевидна.

Проводя доказательство так же, сначала получим

и



Останется доказать, что



Аналогичным образом возведем в квадрат и раскроем скобки; получим

4k3 + 12k2 + 9k + 2 <= 4k3 + 12k2 + 12k + 4

И что же мы видим? Неравенство истинно. Следовательно, и исходное (то, которое более сильное) тоже верно!

Эта ситуация, когда доказать более сильное утверждение легче, чем более слабое, и называется парадоксом изобретателя. Он был известен еще и древним мыслителям, но придумал это название в начале XX века венгерский математик Д. Пойа, сказав о парадоксе следующие слова: "Легче доказать более сильную теорему, чем более слабую". Этот парадокс существует не только в математике, но и в других областях, в том числе и в жизненных ситуациях. Такое же название (и по праву) получили ситуации, когда решить более общую задачу легче, чем более узкую. Прием, позволяющий это сделать, заключается в том, чтобы свести задачу к более общей, относительно которой исходная задача будет являться лишь частным случаем. Приведу один пример:

В III веке до н. э. тиран города Сиракузы Гиерон поручил своему подданному и близкому родственнику Архимеду определить, не подмешано ли к его золотой короне, изготовленной ювелирами, менее благородное серебро. Эту частную задачу Архимед смог решить лишь как общую (т.к. о химическом анализе тогда еще и не помышляли; к тому же корону разрушать было нельзя), выявив закон "подъемной силы", то есть силы Архимеда, действующей на погруженное в жидкость тело.

Таким же образом появились на свет в математике интегральное (выросшее из изобретенного древнегреческим математиком Евдоксом Книдским (около 408 - около 355 до н. э.) метода "исчерпывания") и дифференциальное (когда Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646 - 1716) долго бился на задачей проведения касательной к кривой в заданной точке, сведя ее к проведению секущей через две бесконечно близкие точки) исчисления, в науке изобретена пастеризация и многое-многое другое.

# Вывод

Софизмом называется умышленно ложное умозаключение, которое имеет видимость правильного. Каков бы ни был софизм, он обязательно содержит одну или несколько замаскированных ошибок.

Разбор софизмов, прежде всего, развивает логическое мышление, т.е. прививает навыки правильного мышления. Обнаружить ошибку в софизме - это значит осознать ее, а осознание ошибки предупреждает от повторения ее в других математических рассуждениях. Помните, что важно добиться отчетливого понимания ошибок, иначе софизмы будут бесполезны.

## Литература

1. Ахманов А. С. Логическое учение Аристотеля
2. Брадис В. М., Минковский В. Л., Харчева Л. К. «Ошибки в математических рассуждениях»
3. Пельман Я. И. «Занимательная математика»
4. В. А. Кордемский, А. А. Ахадов «Удивительный мир чисел» Математический словарь