**О способах обучения младших подростков математике в форме квази-исследовательской деятельности**

В.Л. Соколов.

В настоящее время в образовательной практике России сложилась ситуация, когда большое количество выпускников классов, обучающихся в начальной школе по системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина — В.В. Давыдова, переходят в среднее звено общеобразовательных учебных заведений. Целью обучения в системе Эльконина — Давыдова является развитие основы теоретического мышления, его основных компонентов: анализа, планирования, рефлексии.

Какие реальные возможности есть у младших подростков в развитии теоретического мышления в пятых — шестых классах? На наш взгляд, возрастные возможности младших подростков в содержании и форме обучения математике используются недостаточно. Мы предполагаем, что Ообучение математике, построенное по содержанию и в форме квази-ислледовательской деятельности, может существенно влиять на развитие теоретического мышления младших подростков и на успешность усвоения самого содержания обучения математике. Организованные таким образом занятия позволяют продолжить содержание предшествующего обучения и развития в начальной школе, могут существенно влиять на индивидуальную траекторию интеллекта.

Учащиеся присваивают культурные формы в процессе учебной деятельно-сти, осуществляя при этом мыслительные действия, адекватные тем, посредст-вом которых исторически вырабатывались продукты духовной культуры, т.е. школьники как бы воспроизводят реальный процесс создания людьми понятий, образов, ценностей и норм. Отсюда В.В. Давыдов делает важный вывод о том, что обучение в школе всем предметам необходимо строить так, чтобы оно в сжатой сокращенной форме воспроизводило действительный исторический процесс рождения и развития знаний.

Ученику необходимо научиться исследовать условия задачи, отыскивать связи между свойствами объекта и возможными способами его преобразования. Этим условиям удовлетворяет поисково-исследовательская (квазиисследова-тельская, по определению В.В. Давыдова) деятельность (3).

Проект культурно-исторического типа школы (В.В. Рубцов, А.А. Марго-лис, В.А. Гуружапов), охватывающий образовательное пространство от дошко-льника до выпускника, предлагает возможность не вообще продолжить учеб-ную деятельность, а строить учение как собственную квазиисследовательскую деятельность, характерную для обучения подростков. Задача приспособления современного человека к многомерности своего бытия может быть решена че-рез снятие в процессе обучения самих форм исторических типов сознания и деятельности, т.е. обобщенных (и исторически определенных) способов работы с миром вещей и миром идей. Третья ступень культурно-исторического типа школы, соответствующая возрасту 10 — 14 лет, должна, по замыслу авторов, создавать условия необходимым образом моделирующие формы, присущие та-кому типу деятельности как исследование (4).

В традиционной системе обучения не ставится задача формирования спо-собности к теоретическому осмыслению явлений действительности, и нет со-держания, на котором эту задачу можно было бы поставить, не формируется и способность видеть в отвлеченных формулах реально происходящие процессы.

В практике развивающего обучения объективно существуют два типа ква-зиислледовательской деятельности. Первый тип: когда учебная деятельность в своей форме воспроизводит способ изложения исследователями результатов своей деятельности. Этот тип поисково-исследовательской деятельности реаль-но отражен в технологии обучения. Вместе с тем, этот тип может быть назван дискуссионно-аналитическим.

В то же время, в практике развивающего образования у ученика часто воз-никают переживания сродни переживаниям исследователя, первооткрывателя, что является проявлением аналогов исследовательского подхода к изучаемому предмету. На фоне этих переживаний и учебная деятельность претерпевает су-щественные изменения. Это те самые ситуации, благодаря которым способ про-изводства продуктов духовной культуры сокращенно воспроизводится в инди-видуальном сознании школьников, когда ребенок вдруг открывает и сам фор-мулирует закономерности строения объекта, делает самостоятельные широкие обобщения относительно изучаемого материала как бы спонтанно. В этом слу-чае учебная ситуация будет складываться иначе, чем для другого ученика, не испытавшего таких переживаний. Этот тип действий назовем квазиисследова-тельской деятельностью второго типа. Первый тип развития более проработан в технологии развивающего образования. Второй тип также имеет место в рамках системы Эльконина — Давыдова. Реально ситуации второго типа возникают редко. Благодаря особому содержанию программ, в учебном процессе законо-мерно возникают ситуации возможного духовного взлета учеников, хотя сам момент «открытия» для учителя и для ученика, как правило не предсказуем. В узловых, поворотных точках образовательных траекторий, в которых принци-пиально возможен скачок в развитии детей, следует быть готовым поддержать учеников в попытке выйти на более высокую образовательную траекторию.

В.А. Гуружапов высказал предположение, что второй тип исследователь-ской деятельности в начальной школе, который возникает случайно в силу са-мого содержания, в подростковом возрасте может специально культивироваться через совершенствование методики обучения, т.к. содержание предметов теоре-тических дисциплин само по себе предполагает широкие обобщения (1, 2).

Наиболее отчетливо способность учеников к такому типу деятельности проявляется при решении нестандартных задач, где фактически нужно прово-дить миниисследование при анализе условия и решении задачи.

Рассмотрим для примера логико-предметный анализ одной из таких задач.

Задача. Нанизывание рябины на проволоку представляет собой равномер-ный процесс (при условиях плотного расположения ягод и их одинакового раз-мера). Его характеристики: S — длина проволоки (нити), занятой рябиной, Т — количество использованных ягод (см. рисунок).

Оборудование: проволока, линейка, рябина, весы бытовые, весы лабора-торные, небольшая чашка, стеклянная банка (мензурка), резинка.

1) Сколько потребуется ягод, чтобы заполнить нитку заданной длины (S)?

2) Какой длины нить может быть заполнена данным количеством ягод? (Ягоды насыпаны в мензурку).

Предполагаемые способы решения задачи 2).

1. Непосредственное нанизывание ягод достаточно трудоемко по времени, хотя возможно в принципе.

2. Выяснить, какая длина нити (Е) заполнится определенным количеством ягод (например, Т1=10 шт.). Пересчитать все ягоды (Т). Найти Т/Т1=N. Найти искомую длину S=Е·N.

3. Зафиксировать некоторую длину нити (Е). Выяснить, сколько ягод по-требуется для ее заполнения (Т1). Пересчитать все ягоды (Т). Найти Т/Т1=N. Найти искомую длину S=Е·N.

4. Взвесить все ягоды. Разбить их на N равных частей. Нанизать одну та-кую часть ягод на нить. Измерить полученную длину (Е). Найти искомую длину S=Е·N.

5. Если ввести запрет на пользование весами. Отсыпать до краев в малень-кую чашку из банки ягоды. Нанизать их на нитку, и измерить длину занятой части (Е). Узнать сколько таких чашек умещается в банке (N). Найти искомую длину S=E·N.

Приведем описание реального решения задачи 2) обучающимися 5 класса гимназии № 10 г. Пушкино в начале учебного года. Задача была предложена по-сле решения задачи 1) на предыдущем занятии.

Учитель: В мензурку насыпана рябина. (Верхний уровень рябины отмечен резинкой). Имеется проволока. Задача обратная той, которую мы решали в прошлый раз. Кто догадался, какую мы сегодня будем решать задачу?

Сергей: Сколько проволоки понадобится на какое-то количество рябины?

У: Верно. Дана рябина. Какой длины проволоку нужно взять, чтобы нани-зать на нее всю эту рябину?

Лиана: Мне кажется, на проволоку надо нанизать 10 ягод, потом отмерить, сколько это будет сантиметров.

Дети: А откуда ты знаешь, сколько там всего рябины?

У: Можно ли дополнить способ Лианы?

Поля: Нужно подсчитать, сколько всего находится рябининок в мензурке, и умножить на количество рябининок длину 10 ягод.

Сергей: Нужно поделить сначала на 10.

У: Давайте предположим, что в мензурке 200 ягод. Тогда на сколько нуж-но умножить длину 10 рябин?

Поля: На 20. Такое расстояние занимают 10 рябининок, а не одна, поэтому нужно сначала 200 разделить на 10, получится 20, а затем 20 умножить на дли-ну, заполненную 10 ягодами.

У: Чем не удобен такой способ?

Дети: Трудно подсчитать, сколько всего ягод в мензурке.

У: Попробуйте придумать другой способ.

Глеб: Нужно взять проволоку и обмотать мензурку по рядам, там же ряби-на рядами лежит.

Лиана: А внутри, в серединке, там тоже есть рябина.

Саша: Получается, что мы учтем только ту рябину, которая лежит по бо-кам.

Сережа: Еще долгий способ есть. Нужно просто насаживать на проволоку всю рябину.

У: Обратите внимание, какие предметы лежат на столе. Их можно исполь-зовать для решения задачи.

Глеб: Нужно из мензурки насыпать в маленькую чашку. Затем взвесить ягоды в мензурке.

Ставит на весы мензурку с ягодами. Получается 750 г.

Дети: А сама мензурка тяжелая, она тоже вес дает.

Сергей: Я хочу предложить новую версию способа Глеба. Нужно подсчи-тать сколько ягод вмещается в чашку, а потом посмотреть, приставить вот так (приставляет чашку к мензурке, узнавая, сколько раз она умещается по высо-те). Потом узнать сколько ягод в чашке, и узнать сколько всего ягод в мензур-ке. А потом сделать по Лианиному способу.

Саша: Была бы чашка такой же толщины, тогда получилось бы.

У: А можно точнее узнать, сколько во всей мензурке таких чашек?

Павел: Можно. Надо один раз взять, отсыпать куда-нибудь, другой раз взять, и сколько так раз мы возьмем, столько будет чашек. Потом, сколько ягод в одной чашке умножить на количество чашек.

У: А как проще узнать, сколько в мензурке чашек?

Ксения: В мензурке осталось место оттого, что мы отсыпали рябину. Можно измерить это пространство линейкой. (Измеряет линейкой. Получается 3 см).

Сергей: Теперь нужно измерить все расстояние, занятое рябиной, и поде-лить на 3.

Измеряет расстояние от дна до верхнего уровня рябины. Получает 19 см.

Дети: Получается 6 с половиной чашек.

Сергей: Шесть и одна третья.

У: Давайте округлим до 6 чашек. Итак, в мензурке осталось 6 чашек, и еще одну мы отсыпали. Всего в мензурке 7 чашек.

Дети: Теперь нужно подсчитать, сколько ягод в чашке, умножить на 7.

Один из детей: Ничего не понял.

Лиана: Мы отсыпали одну чашку и стали мерить сколько чашек в мензур-ке. У нас получилось 7 чашек.

Глеб: Теперь нужно подсчитать, сколько в одной чашке рябин и умножить на 7. Мы узнаем сколько всего ягод в мензурке, а затем применим способ Лиа-ны.

Дети: Давайте подсчитаем, сколько рябин в чашке.

Три девочки пересчитывают рябину из чашки. Получают 91 ягоду.

У: Будем считать, что 90 ягод в чашке.

Дети: Значит, всего в мензурке 630 ягод.

У: Вспомним из прошлой задачи, какую длину занимают 10 ягод.

Дети: 9 см.

У: Сколько займут 630 ягод?

Полина: 630 ягод надо разделить на 10, чтобы узнать, сколько раз по 9 см. получается 63. 63 раза по 9 см, получится 567 см, 5 м 67 см проволоки.

У: Попробуйте придумать способ решения этой задачи, используя весы.

Саша: Надо узнать, сколько весит 1 рябинка.

У: Постарайся выбрать ягоду средних размеров.

Измеряем на весах массу одной ягоды. Получаем 500 мг, полграмма.

Саша: Теперь нужно измерить вес пустой мензурки (измеряет).

Сережа: Проще измерить вес рябины в пакете.(Измеряет, получает 310 г).

Юля: Теперь нужно 310 г разделить на полграмма.

Полина: Неправильно. Нужно 310 г умножить на полграмма.

У: Вы пока не умеете делить 310 на 0,5.

Сережа: Нужно перевести 310 грамм в миллиграммы.

310 г = 310 000 мг. 310 000: 500 = 620. Всего 620 ягод.

У: Можно было по-другому узнать, сколько всего ягод. 1 ягода — 0,5 г, по-лучается, что в одном грамме 2 ягоды, а всего 310 г, значит, всего 620 ягод.

Юля: Теперь нанижем 10 ягод на проволоку, получим 9 см.

Полина: 620: 10 = 62; 9 · 62 = 558 (см).

У: Как можно по-другому пересчитать ягоды?

Глеб: Можно все ягоды взвесить, взять оттуда 10 ягод, и их взвесить.

Взвешиваем 10 ягод, получаем 4г 800 мг.

У: Чем больше мы берем ягод, тем точнее мы узнаем средний вес одной ягоды. Одна ягода весит 480 мг.

Сергей: Теперь нужно 310 000 разделить на 480.

Делим, получаем приближенно 645 ягод.

У: Мы получили более точный результат. Округлим его до 650 ягод.

Полина: 650: 10 = 65; 65 · 9 = 585 (см).

У: Есть у вас желание придумать новый способ?

Дети: А у Вас есть свой способ?

У: Взвесим всю рябину. Получаем 310 г. Теперь берем гирьку, например, в 10 г и смотрим, сколько ягод уравновесят 10 г. В моем способе не надо исполь-зовать, что 10 ягод занимают 9 см. Теперь рябину, которая весит 10 г, нанизыва-ем на проволоку. При этом я не пересчитываю, сколько у меня ягод. Пока я на-низываю, сообразите, что нужно делать дальше?

Глеб: Теперь нужно измерить, сколько сантиметров заняла рябина. Полу-чается 19 см. 10 ягод занимают 19 см. 310 г ягод займут 19 · 31 = 589 см.

Можно выделить следующие особенности данной задачи:

— отсутствие в ее условии каких-либо числовых данных, что побуждает обучающихся самостоятельно устанавливать математические связи между объ-ектами;

— задача имеет не единственный способ решения, и дети могут предложить несколько разнообразных подходов к ее решению;

— задача не имеет однозначного правильного ответа, точнее, практически его трудно получить;

— роль учителя при решении задачи — руководитель творческого семинара обучающихся.

Эти особенности отличают данную задачу от типичных учебных задач, решаемых посредством квазиисследовательской деятельности первого типа, ко-гда взрослый, вводя определенную помощь, организуя взаимодействие детей, ведет их к заранее известному выводу. Вместе с тем, в совокупности эмпириче-ских данных, представленных в условии задачи ученик открывает закономерно-сти взаимных связей ее объектов, оказываясь в роли исследователя, что приво-дит его к квазиисследовательской деятельности второго типа. При этом дискус-сионно-аналитический метод сохраняется как важный момент квазиисследова-тельской деятельности.

Задачи, подобные рассмотренной, решались детьми на факультативных занятиях в течение первого полугодия. Они вызывали неизменный интерес у обучающихся. В обсуждение вовлекалось большинство детей класса. Даже те ученики, которые не принимали видимого активного участия в обсуждении, следили за ходом развития решения задачи. Проведенное в начале учебного го-да обследование показало, что обучающиеся данного класса находятся на обыч-ном уровне развития математического мышления. По нашему предположению, сама квазиисследовательская форма развития способствовала повышению инте-реса и активности детей. При предъявлении условия новой задачи, ученики час-то могли самостоятельно предугадать и сформулировать вопрос задачи. Осо-бенно это было заметно при постановке новых задач, обратных решенным на предыдущих занятиях. Следует отметить, что, перейдя во втором полугодии к решению обычных задач на сообразительность и смекалку и задач повышенной трудности, где требуется применить математические знания в нестандартной ситуации, степень интереса к нашим занятиям заметно снизилась.

С точки зрения математического содержания обучения, решаемые нами задачи находятся в рамках традиционно изучаемого в школе материала. В рас-смотренной задаче это — прямая пропорциональная зависимость между величи-нами, решение пропорций, выход на действия с десятичными и обыкновенными дробями. По нашему мнению, нужно искать разумное соотношение между ре-гулярным изучением курса математики и квазиисследовательской деятельно-стью второго типа, сохраняя при этом такой ее важный момент, как дискусси-онно-аналитический метод.

Имеется еще одна потенциальная возможность использования рассмот-ренной задачи — анализ границ применимости полученного решения. Так, при решении первой задачи, когда рябина была свежесорванной, и при решении об-ратной второй задачи, спустя неделю, мы получили существенно различные ре-зультаты при проведении одних и тех же измерений. Очевидно, следовало за-даться вопросом, почему это произошло, либо в конце решения задачи выяс-нить, не изменятся ли наши результаты через какое-то время. Но мы сами сразу не сообразили, что за неделю рябина просто усохла.

Подводя итоги обсуждения проблемы, изложенной в данной статье, мы приходим к выводу, что квазиисследовательская деятельность второго типа возможна как закономерная и специально организованная форма обучения для подростков. В таком обучении могут реализоваться познавательная активность подростков и поисковая направленность их сознания.

**Список литературы**

1. Гуружапов В.А. Перспективы обучения школьников с повышенной мотива-цией к учению в форме квазииследовательской деятельности. // Городская научно-практическая конференция «Столичное образование на рубеже XXI века». Выпуск 2. — М., 1999. — с. 60–62.

2. Гуружапов В.А. Развивающее обучение: чтобы урок был впрок. // Управле-ние школой. — 1998. — № 43. — с.11.

3. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. — М.: Интор, 1996.–544с.

4. Рубцов В.В., Марголис А.А., Гуружапов В.А. Культурно-исторический тип школы (проект разработки) // Психологическая наука и образование. — 1996 — № 4 — с.79 — 93.