Министерство образования и науки Российской Федерации

Южно-Уральский государственный университет

Кафедра Системы управления

*Курсовая работа*

по курсу

Исследование операций и Теория систем

Выполнил: Пушников А.А.

Группа: ПС-669

Проверила Плотникова Н.В.

Дата«\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2006г.

Челябинск

2006г

**Содержание**

Теория систем

Модели системы

Модель черного ящика

Модель состава

Модель структуры

Структурная схема

Динамическая модель

Классификация модели

Закономерности модели

Исследование операций

Задача 1

Задача 2

Задача 3

Задача 4

# Теория систем

## 

## Модели системы

Рассматривается модель движения жесткого летательного аппарата самолетного типа. В качестве исследуемого аппарата взят некий гипотетический самолет современного типа.

### 

### Модель черного ящика

К входам системы относятся управляющие органы летательного аппарата и возмущения окружающей среды. Рассматриваемый самолет обладает органом управления тягой двигателя и аэродинамическими рулями: элероны, закрылки, руль направления и высоты (рис. 1). Так же на самолет влияет скорость ветра, температура и плотность окружающего воздуха.



Рисунок 1. Рулевые органы ЛА

К выходам ЛА относятся данные, полученные с датчиков самолета. Непосредственно измеряется положение летательного аппарата в пространстве относительно нормальной системы координат, для этого используются датчики углового положения и система глобального позиционирования (GPS). Так же измеряются угловые скорости, угловые ускорения, линейные скорости и линейные ускорения (перегрузки).

### Модель состава

Модель движения летательного аппарата можно разбить на следующие подсистемы и элементы:

* Аэродинамика летательного аппарата. Выражает воздушный поток вокруг самолета. Воздействие воздушного потока заключается в создании сил и моментов.
* Момент и сила тяги, вызываемые двигателем.
* Поступательное движение. Вычисляется скорость движения самолета в связной системе координат.
* Вращательное движение. Вычисляются угловые скорости самолета в связанной системе координат.
* Навигация. Вычисляет положение самолета в нормальной системе координат.
* Угловое положение. Через углы Эйлера или матрицу направляющих косинусов.
* Показания датчиков.
* Сигналы управляющих приводов. Положение ручка тяги, закрылок, элеронов, руля высоты и направления.

### 

### Модель структуры

Структура движения летательного аппарата определяется отношениями между следующими парами элементов, указанны прямые отношения (табл. 1).

Таблица 1

|  |  |
| --- | --- |
| Аэродинамические моменты | Угловые скорости |
| Аэродинамические силы | Угловые скорости |
| Аэродинамические силы | Аэродинамические моменты |
| Момент, вызываемый двигателем | Угловые скорости |
| Сила тяги | Скорость движения самолета |
| Сила тяги | Момент, вызываемый двигателем |
| Скорость движения самолета | Навигация |
| Навигация | Показания датчиков |
| Скорость движения самолета | Показания датчиков |
| Угловые скорости | Показания датчиков |
| Сигналы управляющих приводов | Аэродинамические моменты |
| Сигналы управляющих приводов | Аэродинамические силы |
| Сигналы управляющих приводов | Момент и сила тяги, вызываемые двигателем |
| Угловое положение | Угловые скорости |

### 

### Структурная схема

Так как в модели нас интересует функции каждого элемента системы, рассмотрим структурную схему в зависимости от сил и моментов, действующих на модель (рис. 2).

Fд

угловое положение

(x,y,z)

w

V

Mд

Ma

Fa

Внешние воздействия

Навигация

Угловое положение

показания датчиков

Поступательное движение

Вращательное движение

Аэродинамика

Сила

Момент

Сила тяги

Момент двигателя

Сигналы приводов

Рисунок 2.Структурная схема.

### Динамическая модель

Обозначения:

* набор входных воздействий (входов) в системе – вектор управления (вход системы);
* набор выходных воздействий (выходов) в системе – набор данных получаемых с датчиков будет выходом системы;
* набор параметров, характеризующих свойства системы, постоянные во всё время рассмотрения, и влияющих на выходные воздействия системы, – конструктивные и неконструктивные параметры летательного аппарата;
* набор параметров, характеризующих свойства системы, изменяющиеся во время ее рассмотрения (параметры состояния) – линейные и угловые скорости, положение в пространстве и угловое положение, аэродинамические силы и моменты, силы и моменты в двигателе;
* параметр (или параметры) процесса в системе – t;
* правило - нелинейная зависимость скоростей и положения в пространстве летательного аппарата от вектора управления;



* правило - нелинейная зависимость показаний датчиков от вектора управления, скоростей и положения в пространстве летательного аппарата;



* правило - нелинейная зависимость показаний датчиков от скоростей и положения в пространстве.



Тогда модель может быть записана так:



## Классификация модели

Классификация системы:

по их происхождению - искусственная система, машина;

по описанию входных и выходных процессов - c количественными переменными, непрерывная, детерминированная система;

по описанию оператора системы – параметризованная, разомкнутая, нелинейная;

по способам управления – система управляемая извне, с управлением типа регулирование;

## Закономерности модели

1. Целостность. Совокупность аэродинамической модели и модели двигателя дают летательному аппарату возможность движения в воздухе.
2. Иерархичность. Совокупность управляющих элементов, датчиков, аэродинамической модели и модели двигателя дают летательному аппарату возможность управляемого движения в воздухе.
3. Коммуникативность. На полет летательного аппарата действуют температура окружающей среды, скорость и направление ветра, плотность воздуха и др.
4. Эквифинальность. Рано или поздно, самолет вынужден будет приземлится или разобьется. Т.о. скорости, ускорения, моменты и силы будут равны нулю.

# Исследование операций

## 

## Задача 1

Авиакомпания «Небесный грузовик», обслуживающая периферийные районы страны, располагает А1 самолетами типа 1, А2 самолетами типа 2, А3 самолетами типа 3, которые она может использовать для выполнения рейсов в течение ближайших суток. Грузоподъемность (в тысячах тонн) известна: В1 для самолетов типа 1, В2 для самолетов типа 2, В3 для самолетов типа 3.

Авиакомпания обслуживает два города. Первому городу требуется тоннаж в С1, а второму – в С2 т. Избыточный тоннаж не оплачивается. Каждый самолет в течение дня может выполнить только один рейс.

Расходы, связанные с перелетом самолетов по маршруту «центральный аэродром – пункт назначения», обозначены символом aij, где первый индекс соответствует номеру города, а второй – типу самолета.

А1=8, А2 = 15, А3 =12, В1 = 45, В2 = 7, В3 = 4, С1 = 20000, С2 = 30000, a11= 23,   
a12 = 5, a13 = 1.4, a21 = 58, a22 = 10, a23 =3.8.

Решение

1. Составим математическую модель задачи. Возьмём в качестве целевой функции расходы на перелеты самолетов (соответственно, необходима минимизация целевой вункции), а в качестве переменных – число рейсов в день xij, где первый индекс соответствует номеру города, а второй – типу самолета.

Целевая функция:



Ограничений задачи:



Основная задача линейного программирования:



2. Правую часть уравнений (ограничения и целевую функцию) представляем в виде разности между свободным членом и суммой всех остальных:



Составим симплекс – таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x11 | | x12 | | x13 | | | | x21 | | | | x22 | | | | x23 | | |
|  | 0 |  | 23 |  | 5 |  | 7/5 | |  | | 58 | |  | | 10 | |  | | 19/5 | |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
| y1 | 8 |  | 1 |  | 0 |  | 0 | |  | | 1 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
| y2 | 15 |  | 0 |  | 1 |  | 0 | |  | | 0 | |  | | 1 | |  | | 0 | |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
| y3 | 12 |  | 0 |  | 0 |  | 1 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  | | 1 | |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
| y4 | -20000 |  | -45 |  | -7 |  | -4 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
| y5 | -30000 |  | 0 |  | 0 |  | 0 | |  | | -45 | |  | | -7 | |  | | -4 | |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
|  | bi | | x11 | | x12 | | x13 | | | x21 | | | | x22 | | | | x23 | | | |
|  | 0 |  | 23 |  | 5 |  | 7/5 |  | | 58 | |  | | 10 | |  | | 19/5 | |  | |
|  | -150 |  | 0 |  | -10 |  | 0 | |  | | 0 | |  | | -10 | |  | | 0 | |
| y1 | 8 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | | 1 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  | |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |
| y2 | 15 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | | 0 | |  | | 1 | |  | | 0 | |  | |
|  | 15 |  | 0 |  | 1 |  | 0 | |  | | 0 | |  | | 1 | |  | | 0 | |
| y3 | 12 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | | 0 | |  | | 0 | |  | | 1 | |  | |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |
| y4 | -20000 |  | -45 |  | -7 |  | -4 |  | | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  | |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |  | | 0 | |
| y5 | -30000 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | | -45 | |  | | -7 | |  | | -4 | |  | |
|  | 105 |  | 0 |  | 7 |  | 0 | |  | | 0 | |  | | 7 | |  | | 0 | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x11 | | x12 | | x13 | | x21 | | y2 | | x23 | |
|  | -150 |  | 23 |  | -5 |  | 7/5 |  | 58 |  | -10 |  | 19/5 |  |
|  | -228/5 |  | 0 |  | 0 |  | -19/5 |  | 0 |  | 0 |  | -19/5 |
| y1 | 8 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |
| x22 | 15 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |
| y3 | 12 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  |
|  | 12 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |
| y4 | -20000 |  | -45 |  | -7 |  | -4 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |
| y5 | -29895 |  | 0 |  | 7 |  | 0 |  | -45 |  | 7 |  | -4 |  |
|  | 48 |  | 0 |  | 0 |  | 4 |  | 0 |  | 0 |  | 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x11 | | x12 | | x13 | | x21 | | y2 | | y3 | |
|  | -978/5 |  | 23 |  | -5 |  | -12/5 |  | 58 |  | -10 |  | -19/5 |  |
|  | 464 |  | -58 |  | 0 |  | 0 |  | -58 |  | 0 |  | 0 |
| y1 | 8 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 8 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |
| x22 | 15 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |
| x23 | 12 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |
| y4 | -20000 |  | -45 |  | -7 |  | -4 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |
| y5 | -29847 |  | 0 |  | 7 |  | 4 |  | -45 |  | 7 |  | 4 |  |
|  | 360 |  | 45 |  | 0 |  | 0 |  | 45 |  | 0 |  | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x11 | | x12 | | x13 | | y1 | | y2 | | y3 | |
|  | 1342/5 |  | -35 |  | -5 |  | -12/5 |  | -58 |  | -10 |  | -19/5 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| x21 | 8 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| x22 | 15 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| x23 | 12 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  | 0 |  | 0 |  | 1 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| y4 | -20000 |  | -45 |  | -7 |  | -4 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| y5 | -29487 |  | 45 |  | 7 |  | 4 |  | 45 |  | 7 |  | 4 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Ответ: Задача не имеет допустимого решения

## Задача 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вар | с1 | | с2 | | с3 | | с4 | | с5 | | с6 | | b1 | | b2 | | b3 | | Знаки ограничений | | | | | | | a11 | | a12 | | a13 | a14 | |
| 1 | | 2 | | | 3 | |
| 8 | 2 | | 6 | | 2 | | –2 | | 2 | | 0 | | 2 | | 6 | | 1 | | = | | = | | | = | | –1 | | 2 | | 1 | 0 | |
| № вар. | | a15 | | a16 | | a21 | | a22 | | a23 | | a24 | | a25 | | a26 | | a31 | | a32 | | a33 | a34 | | a35 | | a36 | | Тип экстр. | | |
| 8 | | 0 | | 0 | | 2 | | 1 | | 1 | | 1 | | 2 | | 0 | | 1 | | –1 | | 0 | 0 | | 1 | | 0 | | max | | |

1. Основная задача линейного программирования:





Правую часть уравнений (ограничения и целевую функцию) представляем в виде разности между свободным членом и суммой всех остальных:



2. Составим симплекс – таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x1 | | x2 | |
|  | 2 |  | -4 |  | -6 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| x3 | 2 |  | -1 |  | 2 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| x4 | 2 |  | 1 |  | 1 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| x5 | 1 |  | 1 |  | -1 |  |
|  |  |  |  |  |  |

3. Решим задачу линейного программирования.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x1 | | x2 | |
|  | 2 |  | -4 |  | -6 |  |
|  | 6 |  | -3 |  | 3 |
| x3 | 2 |  | -1 |  | 2 |  |
|  | 1 |  | -0.5 |  | 0.5 |
| x4 | 2 |  | 1 |  | 1 |  |
|  | -1 |  | 0.5 |  | -0.5 |
| x5 | 1 |  | 1 |  | -1 |  |
|  | 1 |  | -0.5 |  | 0.5 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x1 | | x3 | |
|  | 8 |  | -7 |  | 3 |  |
|  | 21/4 |  | 21/4 |  | -21/8 |
| x2 | 1 |  | -0.5 |  | 0.5 |  |
|  | 3/8 |  | 3/8 |  | -3/16 |
| x4 | 1 |  | 1.5 |  | -0.5 |  |
|  | 3/4 |  | 3/4 |  | -3/8 |
| x5 | 2 |  | 0.5 |  | 0.5 |  |
|  | -3/8 |  | -3/8 |  | 3/16 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x4 | | x3 | |
|  | 53/4 |  | 21/4 |  | 3/8 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| x2 | 11/8 |  | 3/8 |  | 5/16 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| x1 | 3/4 |  | 3/4 |  | -3/8 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| x5 | 13/8 |  | -3/8 |  | 11/16 |  |
|  |  |  |  |  |  |

Оптимальное решение найдено.

Ответ: F=53/4, x1=3/4, x2=11/8, x3=0, x4=0, x5=13/8, x6=0.

## Задача 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вар. | а1 | а2 | а3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | с11 | с12 | с13 |
| 8 | 200 | 200 | 600 | 200 | 300 | 200 | 100 | 200 | 25 | 21 | 20 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вар. | с14 | с15 | с21 | с22 | с23 | с24 | с25 | с31 | с32 | с33 | с34 | с35 |
| 8 | 50 | 18 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 |

Исходные данные:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200 |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 200 |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 600 |
| bi | 200 | 300 | 200 | 100 | 200 | 1000 |

Определение опорного плана задачи

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200 |
| 200 |  |  |  |  |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 600 |
|  | 300 | 200 | 100 |  |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 200 |
|  |  |  |  | 200 |
| bi | 200 | 300 | 200 | 100 | 200 | 600 |

L=5000+9000+6400+2500+4200=27300

r+m-1=7>5 это вырожденный случай.

Определение оптимального плана

1. 





|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200+e1 |
| 200 | e1 |  |  |  |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 600 |
|  | 300 | 200 | 100 |  |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 200+e2 |
|  |  |  | e2 | 200 |
| bi | 200 | 300+e1 | 200 | 100+e2 | 200 | 600+e1+e2 |

2. 





|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200+e1 |
| 0 | 200+e1 |  |  |  |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 600 |
| 200 | 100 | 200 | 100 |  |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 200+e2 |
|  |  |  | e2 | 200 |
| bi | 200 | 300+e1 | 200 | 100+e2 | 200 | 600+e1+e2 |

3. 





|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200+e1 |
| 0 | 200+e1 |  |  |  |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 600 |
| 200 | 100 | 200-e2 | 100+e2 |  |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 200+e2 |
|  |  | e2 |  | 200 |
| bi | 200 | 300+e1 | 200 | 100+e2 | 200 | 600+e1+e2 |

4. 





|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200+e1 |
| 0 | e2+e1 | 200-e2 |  |  |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 600 |
| 200 | 300-e2 |  | 100+e2 |  |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 200+e2 |
|  |  | e2 |  | 200 |
| bi | 200 | 300+e1 | 200 | 100+e2 | 200 | 600+e1+e2 |

1. Результат

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200+e1 |
| 0 | e2+e1 |  |  | 200-e2 |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 600 |
| 200 | 300-e2 |  | 100+e2 |  |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 200+e2 |
|  |  | 200 |  | e2 |
| bi | 200 | 300+e1 | 200 | 100+e2 | 200 | 600+e1+e2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | аi |
| A1 | 25 | 21 | 20 | 50 | 18 | 200 |
| 0 |  |  |  | 200 |
| A2 | 15 | 30 | 32 | 25 | 40 | 600 |
| 200 | 300 |  | 100 |  |
| A3 | 23 | 40 | 10 | 12 | 21 | 200 |
|  |  | 200 |  |  |
| bi | 200 | 300 | 200 | 100 | 200 | 600 |

 



Так в системе  нет положительных чисел, то найденный план называется оптимальным.



Ответ: F=19100

## Задача 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | b1 | b2 | c11 | c12 | c22 | extr | a11 | a12 | a21 | a22 | p1 | p2 | Знаки огр. | |
| 1 | 2 |
| 8 | 1 | 2 | –1 | 0 | –1 | max | 1 | 2 | 1 | 1 | 16 | 8 | ≤ | = |



Приведем систему к стандартному виду:



Определение стационарной точки:



Очевидно, что данные координаты не удовлетворяют условиям ограничений.

1. Проверка стационарной точки на относительный max или min:



Стационарная точка является точкой относительного максимума.

2. Составление функции Лагранжа:



3. Применим теорему Куна-Таккера:







Нахождение решения системы:

Перепишем эту систему, оставив все переменные в левой части:

Из уравнения 3 системы следует, что x1=8-x2:



Тогда:



Для обращения неравенств системы в равенства введём V1, V2, W и преобразуем систему:



Запишем условия дополняющей нежесткости:



4. Метод искусственных переменных:

Введем искусственные переменные , в первое и второе уравнения со знаками, совпадающими со знаками соответствующих свободных членов:



Далее решаем полученную задачу линейного программирования, для этого из 1 и 2 уравнений выражаем переменные , и принимаем их в качестве базисных.



Составляем симплекс-таблицу:



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x2 | | u1 | | u2 | | V1 | | V2 | |
|  | -17M |  | -4M |  | -M |  | 0 |  | -M |  | M |  |
|  | M |  | M |  | 0.5M |  | -0.5M |  | 0 |  | -0.5M |
| z1 | 15 |  | 2 |  | -1 |  | 1 |  | 1 |  | 0 |  |
|  | 1 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |
| z2 | 2 |  | 2 |  | 2 |  | -1 |  | 0 |  | -1 |  |
|  | 1 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |
| W | 8 |  | -1 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | x2 | | z2 | | u2 | | V1 | | V2 | |
|  | -16M |  | -3M |  | 0.5M |  | -0.5M |  | -M |  | 0.5M |  |
|  | 3M |  | 3M |  | 1.5M |  | -1.5M |  | 0 |  | -1.5M |
| z1 | 16 |  | 3 |  | 0.5 |  | 0.5 |  | 1 |  | -0.5 |  |
|  | -3 |  | -3 |  | -1.5 |  | 1.5 |  | 0 |  | 1.5 |
| u1 | 1 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |  |
|  | 1 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |
| W | 8 |  | -1 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 1 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | u1 | | z2 | | u2 | | V1 | | V2 | |
|  | -13M |  | 3M |  | 2M |  | -2M |  | -M |  | -M |  |
|  | 13M |  | -3M |  | M |  | 2M |  | M |  | M |
| z1 | 13 |  | -3 |  | 1 |  | 2 |  | 1 |  | 1 |  |
|  | 13 |  | -3 |  | 1 |  | 2 |  | 1 |  | 1 |
| x2 | 1 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |
| W | 9 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |  |
|  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | bi | | u1 | | z2 | | u2 | | z1 | | V2 | |
|  | 0 |  | 0 |  | 3M |  | 0 |  | M |  | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| V1 | 13 |  | -3 |  | 1 |  | 2 |  | 1 |  | 1 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| x2 | 1 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| W | 9 |  | 1 |  | 0.5 |  | -0.5 |  | 0 |  | -0.5 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

u1=u2=z1=z2=V2=0

V1=13

x2=1

W=9

x1=8-x2=7





Ответ: x2=1, x1 =7, 

# Список используемой литературы

1. Волков И. К., Загоруйко Е. А. Исследование операций. – Москва: Издательство МГТУ имени Баумана Н. Э., 2000г. – 436с.
2. Плотникова Н.В. «Исследование операций» Часть 1. Линейное программирование.
3. Плотникова Н.В. «Лекции по курсу теория систем»