Міністерство освіти і науки України

Вінницький державний педагогічний університет

Імені Михайла Коцюбинського

Курсова робота

на тему:

Формування та розвиток математичних здібностей

Виконала:

студентка спеціальності

Математика та основи інформатики

групи 4Бм

Мазур О.С.

Керівник: Чала Катерина Олександрівна

2010р

м. Вінниця

**Зміст**

Вступ.

Розділ 1. Загальна характеристика здібностей.

* 1. Поняття про здібності

1.2 Задатки як природні передумови здібностей і таланту та їх відмінність.

1.3 Розвиток здібностей

Розділ 2. Математичні здібності

2.1 Основні поняття та загальна схема структури математичних здібностей

2.2 Вікові особливості формування та розвитку математичних здібностей

2.3 Про статеві відмінності в характеристиці математичних здібностей

2.4 Розвиток творчих здібностей учнів та дослідження

Висновки

Список використаної літератури

Додатки

**Вступ**

Однією з важливих рис сучасного розвитку суспільства є швидкий ріст потреби у науково-технічних кадрах, які володіють глибокими знаннями і здатні здійснювати творчий, дослідницький підхід до розв'язання різноманітних теоретичних і практичних завдань. Правильний добір і розстановка кадрів передбачають максимальну реалізацію можливостей кожної людини, а для цього необхідно виявляти ці можливості та розвивати їх. Виходячи із сказаного, можна зрозуміти той інтерес, який за останні 20-30 років проявляється в психолого-педагогічній літературі до проблеми здібних та обдарованих дітей, діагностики та формування здібностей на різних вікових етапах розвитку людини. Для вітчизняної психології останні роки були досить продуктивними щодо використання існуючих у світовій науці та створенні нових методик, спрямованих на об'єктивне вивчення психічних явищ і на цій основі надання кваліфікованої допомоги конкретній людині.

Коли ми намагаємося зрозуміти і пояснити, чому різні люди обставинами життя поставлені в однакові, або приблизно однакові умови, досягають різних успіхів, ми звертаємося до поняття “здібності”, вважаючи, що різницю в успіхах можна цілком достатньо пояснити ними. Це ж поняття використовується нами тоді, коли потрібно усвідомити, у силу чого одні люди швидше і краще, ніж інші, опановують знання, уміння і навички. Що ж таке здібності?

Здібності − визначаються як індивідуально-психологічні особливості людини, що виражають її готовність до оволодіння визначеними видами діяльності і до їхнього успішного виконання, що є умовою їхнього успішного виконання. Під ними розуміється високий рівень інтеграції і генералізації психічних процесів, властивостей, відношень, дій і їхніх систем, що відповідають вимогам діяльності.

У даній роботі розглядається формування і розвиток математичних здібностей. А саме вікові особливості формування і розвиток математичних здібностей, відмінність математичних здібностей у дівчаток і хлопчиків та ін.

*Об'єктом дослідження* стали учні школи

*Предметом дослідження* стали математичні здібності як психологічна особливість особистості.

*Мета роботи* полягає у детальному вивченні математичних здібностей учнів школи.

*Гіпотеза дослідження:* ефективність формування дослідницьких математичних здібностей старшокласників значно зростає, якщо забезпечуватиметься системний підхід у цьому процесі, що передбачає своєчасне виявлення дослідницьких здібностей старшокласників, розвиток інтересу до математично структурованого матеріалу, врахування індивідуальних та вікових особливостей прояву цих здібностей.

Загальна гіпотеза знаходить свій прояв у таких часткових: 1) науково-теоретичне обґрунтування психології дослідницьких математичних здібностей полягає в тому, що вони є складовою наукової математичної творчості; 2) математичні дослідницькі здібності є системним утворенням, в якому можна виділити такі визначальні складові: взаємозв'язок конвергентного і дивергентного мислення як здатності індивіду до аналітико-синтетичної діяльності, зокрема операцій класифікації та узагальнення, що пов'язане з вмінням знаходити нові,нестандартні та інваріантні рішення математичних задач; 3) індивідуальні прояви дослідницьких здібностей як інтерес до специфічно дослідницьких математичних задач проявляється вже в учнів середнього шкільного віку, але найвищого рівня проявів він досягає в юнацькому віці і полягає у схильності до математики, зокрема до того типу задач, які вимагають творчого, інваріантного розв'язку; 4) формування дослідницьких математичних здібностей буде значно ефективнішим в умовах діяльного підходу до змісту і методів вивчення математики, урахування індивідуального інтересу старшокласників до дослідницької математичної діяльності та володіння практичними навичками.

*Стан дослідження.* В даний час темі здібності, в тому числі й математичні присвячено багато книг і оглядів, величезне число сторінок в інтернеті і велика кількість наукової статті, опублікованої в провідних наукових журналах світу по психології, де на сторінках обговорюється багато проблем, які торкаються даної теми, і міститься величезна кількість різної методики формування і розвитку математичних здібностей

*Актуальність.* Цікаво зазначити, що розвиток і формування здібностей в тому числі й математичних переживають період інтенсивного розвитку. Завдяки різним методикам ми здатні постійно розвивати та формувати свої математичні здібності так і здібності учнів. За допомогою різних тестів, кожна людина має можливість визначити чи є в неї ті чи інші здібності.

**Розділ 1. Загальна характеристика здібностей**

**1.1 Поняття про здібності**

Термін **“здібності”**, незважаючи на його давнє і широке застосування в психології, наявність у літературі багатьох його визначень, неоднозначний. Якщо сумувати його дефініції і спробувати уявити їхню компактну класифікацію, то вона буде виглядати так:

**Здібності** − властивості душі людини, що розуміються як сукупність усіляких психічних процесів і станів. Це найбільш широке і найстаріше з існуючих визначень здібностей.

На даний час ним уже практично не користуються в психології.

Здібності являють собою високий рівень розвитку загальних і спеціальних знань, умінь і навичок, що забезпечують успішне виконання людиною різних видів діяльності.

Дане визначення з'явилося і було прийняте в психології XVIII-XIX ст., часто використовується і зараз.

Здібності − це те, що не зводиться до знань, умінь і навичок, але пояснює (забезпечує) їх швидке набуття, закріплення й ефективне використання на практиці.

Це визначення прийняте зараз і найбільше поширене. Водночас воно є найбільш вузьким і найбільш точним з усіх трьох.

Проблема здібностей є складною та багатогранною. Її комплексне дослідження проводиться на психофізіологічному, психологічному і соціально-психологічному рівнях. Однак сьогодні ми ще не можемо сказати, що вона у психології є повністю розв'язаною. У вітчизняних і зарубіжних психологів існують значні розбіжності при тлумаченні самого поняття "здібності". Продовжуються дискусії про роль біологічного і соціального в структурі здібностей, залишається нерозв'язаним питання діагностики і вимірювання здібностей, продовжуються наполегливі пошуки ефективних стратегій формування і розвитку здібностей до конкретних видів діяльності.

Кожен з авторів (Б.М. Теплов, К.К. Платонов, О.Г. Ковальов та ін.) дає своє визначення поняття "здібності", яке, в принципі, є вірним і разом з тим неповним.

Так, О.Г. Ковальов під здібностями розуміє синтез властивостей людської особистості, що відповідає вимогам діяльності і забезпечує високі досягнення в ній. Дещо іншої точки зору дотримується Б.М. Теплов, який зазначає, що здібності − це такі індивідуально-психологічні особливості, які мають відношення до успішності виконання однієї чи декількох діяльностей. Вони не зводяться до наявних навичок, умінь і знань, але можуть пояснити легкість і швидкість їх набуття. Схожу позицію займають Г.С. Костюк і А.В. Петровський. Г.С. Костюк під здібностями розуміє такі істотні психологічні властивості людської особистості, які виявляються в її цілеспрямованій діяльності і зумовлюють її успіх.

Отже, визначаючи поняття здібності, всі автори сходяться в тому, що здібності − це не одна якась психологічна властивість особистості, а цілий її комплекс, що проявляється в активній діяльності людини.

Здібності, вважав Б.М. Теплов, не можуть існувати інакше, як у процесі постійного розвитку. Здібність, що не розвивається, якою людина перестає користуватися на практиці, згодом втрачається. Тільки завдяки постійним вправам, пов'язаним із систематичними заняттями такими складними видами людської діяльності, як музика, технічна і художня творчість, математика, спорт тощо, ми підтримуємо в себе і розвиваємо відповідні здібності.

Успішність будь-якої діяльності залежить не від якоїсь однієї, а від сполучення різних здібностей, причому це поєднання дає той самий результат і може бути забезпечено різноманітними способами. За відсутності необхідних задатків до розвитку одних здібностей їх дефіцит може бути поповнений за рахунок більш сильного розвитку інших.

Розглянемо питання про класифікацію здібностей людини. У першу чергу необхідно розрізняти природні, або натуральні, здібності (в своїй основі біологічно обумовлені) і специфічні здібності, що мають суспільно-історичне походження.

Багато природних здібностей є спільними для людини і тварин, особливо вищих, наприклад мавп. Такими елементарними здібностями є сприйняття, пам'ять, мислення, здатність до елементарних комунікацій на рівні експресії. Ці здібності безпосередньо пов'язані з уродженими задатками, але не тотожні їм, а формуються на їх основі при наявності елементарного життєвого досвіду через механізми навчання типу умовно-рефлекторних зв'язків, оперантного обумовлювання, імпринтингу і ряду інших. Зрештою за своїми здатностями, за їх набором і механізмом формування людина і тварини принципово відрізняються. У людини, крім біологічно обумовлених, є здібності, що забезпечують її життя і розвиток у соціальному середовищі. Це загальні і спеціальні вищі інтелектуальні здібності, засновані на користуванні мовою і логікою, теоретичні і практичні, навчальні і творчі, предметні і міжособистісні.

Загальні здібності включають ті, якими визначаються успіхи людини в найрізноманітніших видах діяльності. До них, наприклад, належать розумові здібності, тонкощі і точність ручних рухів, розвинута пам'ять, досконала мова і ряд інших. Спеціальні здібності визначають успіхи людини в специфічних видах діяльності, для здійснення яких необхідні задатки особливого роду та їх розвиток. До таких здібностей можна віднести музичні, математичні, лінгвістичні, технічні, літературні, художньо-творчі, спортивні і ряд інших. Наявність у людини загальних здібностей не виключає розвитку спеціальних і, навпаки, нерідко загальні і спеціальні здібності співіснують, взаємно доповнюючи й збагачуючи одна одну.

Теоретичні і практичні здібності відрізняються тим, що перші визначають схильність людини до абстрактно-теоретичних міркувань, а другі − до конкретних, практичних дій. Такі здібності, на відміну від загальних і спеціальних, навпаки, частіше не поєднуються і зустрічаютьсь разом тільки в обдарованих, різнобічно талановитих людей.

Вчені і творчі здібності відрізняються тим, що перші визначають успішність навчання і виховання, засвоєння людиною знань, умінь, навичок, формування якостей особистості, другі − створення предметів матеріальної і духовної культури, продукування нових ідей, відкриттів і винаходів, словом − індивідуальну творчість у різних галузях людської діяльності.

Здібності до спілкування, взаємодії з людьми, а також предметно-діяльнісні, або предметно-пізнавальні, − найбільшою мірою соціально обумовлені. Приклади здібностей першого виду − мова людини як засіб спілкування (мова в її комунікативній функції), здібності міжособистісного сприйняття й оцінки людей, здібність соціально-психологічної адаптації до різноманітних ситуацій, здібності входити в контакт з різними людьми, приваблювати їх до себе, впливати на них тощо.

Приклади здібностей предметно-пізнавального плану добре відомі. Вони традиційно вивчаються в загальній і диференціальній психології й іменуються здібностями до різноманітних видів теоретичної і практичної діяльності. Дотепер у психології переважно увага зверталася саме на предметно-діяльнісні здібності, хоча здібності міжособистісного характеру мають не менше значення для психологічного розвитку людини, її соціалізації і набуття нею необхідних форм суспільної поведінки. Без володіння мовою як засобом спілкування, наприклад, без уміння адаптуватися до людей, правильно сприймати й оцінювати їх самих та їхні вчинки, взаємодіяти з ними і налагоджувати гарні взаємовідносини в різноманітних соціальних ситуаціях, нормальне життя і психічний розвиток людини були б просто неможливими. Відсутність у людини такого роду здібностей стало б непереборною перепоною на шляху перетворення її з біологічної істоти в соціальну.

Не окремі здібності безпосередньо визначають успішність виконання якоїсь діяльності, а лише вдале їх поєднання, саме таке, яке необхідне для даної діяльності. Практично немає такої діяльності, успіх в якій визначався б лише однією здібністю. З іншого боку, відносна слабість будь-якої однієї здібності не виключає можливості успішного виконання тієї діяльності, з якою вона пов'язана, тому що відсутня здібність може бути компенсована іншими, що входять у комплекс, який забезпечує дану діяльність. Наприклад, слабкий зір частково компенсується особливим розвитком слуху та шкірної чутливості, а відсутність абсолютного звуковисотного слуху − розвитком тембрального слуху.

Здібності не тільки спільно визначають успішність діяльності, але й взаємодіють, випливаючи одна з одної. Залежно від наявності і ступеня розвитку інших здібностей, що входять в комплекс, кожна з них набуває іншого характеру. Такий взаємний вплив виявляється особливо сильним, коли мова йде про взаємозалежні здібності, які разом визначають успішність діяльності. Сполучення різноманітних високорозвинених здібностей називають обдарованістю, це характеристика людини, здатної до багатьох різноманітних видів діяльності.

**1.2 Задатки як природні передумови здібностей і таланту та їх відмінність**

Розглядаючи проблему здібностей, більшість авторів вводять поняття "здатність до діяльності" і "задатки".

Так, В.А. Крутецький і С.Л. Рубінштейн вважають, що здатність до діяльності може бути обумовлена лише всім комплексом необхідних властивостей особистості, які стосуються інтелектуальної, емоційної і вольової сфер. Під задатками більшість авторів розуміють певні природні передумови здібностей. Так, С.Л. Рубінштейн, О.Г. Ковальов, Г.С. Костюк, В.М. Мясищев, Н.С. Лейтес, К.К. Платонов стверджують, що не відповідають дійсності як ті теорії, які стверджують про вродженість здібностей і зводять їх до задатків (теорія успадкованих здібностей), так і теорії, які повністю ігнорують природні передумови здібностей, вважаючи їх залежними лише від середовища і виховання (теорія набутих здібностей). У першому випадку детермінація здібностей зводиться лише до внутрішніх, а в другому − лише до зовнішніх умов. Вказані автори наполягають на тому, що при формуванні здібностей зовнішні умови діють опосередковано − через внутрішні природні фактори.

Отже, у питанні про співвідношення вродженого і набутого в здібностях вітчизняні психологи дотримуються думки про вирішальну роль у розвитку здібностей соціального досвіду людини, умов її життя і діяльності, не відкидаючи при цьому значення індивідуально-природних передумов психічного розвитку, найбільш вивченими з яких є властивості типу вищої нервової діяльності. Б.М. Теплов, вивчаючи це питання, довів, що вони є природними передумовами здібностей, отже, є так званими задатками. Саме задатки − вроджені, а здібності є наслідком їх розвитку.

Аналізуючи проблему взаємозв'язку вродженого і набутого, О.М. Леонтьєв стверджує про необхідність розрізняти в людині два види здібностей: природні (біологічні) і здібності специфічно людські (суспільно-історичного походження). Розвиток, формування психічних функцій, специфічно людських, відбувається в онтогенезі, у формі процесу активного присвоєння індивідом досвіду попередніх поколінь. Людина наділена від природи лише однією здатністю − здатністю до формування специфічно людських здібностей. Задатки відіграють значнішу роль у процесі формування таких здібностей, як музичні, математичні, лінгвістичні. Не без підстав автор вважає, що чим вищий рівень досягнень, тим більшу роль у цьому процесі відіграють задатки.

Думка про задатки як необхідні внутрішні передумови, від яких залежить розвиток здібностей, висловлена в багатьох роботах провідних психологів (О.Р. Лурія, Г.С. Костюк, С.Л. Рубінштейн).

До них відносять, крім типологічних властивостей нервової системи, функціональну асиметрію півкуль головного мозку, природні властивості аналізаторів, індивідуальні варіанти будови кори мозку, ступінь функціональної зрілості її окремих ділянок. Г.С. Костюк, О.Г. Ковальов, В.М. Мясищев вважають, що під задатками слід вважати не стільки анатомо-фізіологічні властивості мозку, скільки психофізіологічні, в першу чергу ті, які виявляються на найбільш ранніх стадіях розвитку дитини. Здібності пов'язані також з вродженими анатомічними особливостями структури мозку, в першу чергу з особливостями його мікроструктури. Дослідження Н.С. Преображенської і С.А. Саркісова показали, що існують суттєві індивідуальні відмінності в розміщенні клітинних полів у корі великих півкуль головного мозку людини, що, певне, важливе для функціонування мозку і, зокрема, функціонування здібностей.

Під час обговорення вище поняття “здібності” неодноразово згадувалися задатки. Спробуємо тепер з'ясувати детальніше, що це таке, і який зв'язок існує між задатками людей та їхніми індивідуальними відмінами у здібностях.

"У людини є два види задатків: уроджені і набуті. Перші іноді називають природними, а другі − соціальними. Усякі здібності в процесі розвитку проходять ряд етапів, і для того, щоб деяка здібність піднялася у своєму розвитку на більш високий рівень, необхідно, щоб вона була вже достатньо оформлена на попередньому рівні. Цей останній стосовно більш високого рівня розвитку виступає у вигляді своєрідного задатку, наприклад, для того, щоб добре опанувати вищу математику, треба обов'язково знати елементарну, і ці знання стосовно вищих математичних здібностей є задатком. Знання задатків важливе тому, що вони обумовлюють деякі індивідуальні особливості процесу формування здібностей, його кінцевий результат.

Багато уваги проблемі вивчення індивідуальних психологічних відмінностей у дітей було виділено в дослідженнях, проведених Б.М. Тепловим та його учнями. У цих дослідженнях експериментально перевірялася гіпотеза про те, що одним з успадковуваних, генетично обумовлених чинників є тип нервової системи людини, що, у свою чергу, залежить від сполучення її основних властивостей.

Під властивостями нервової системи розуміються такі стійкі її якості, що є природженими. До числа таких властивостей належать:

Сила нервової системи стосовно порушення, тобто її здатність тривалий час витримувати, не виявляючи позамежного гальмування, інтенсивні і часто повторювані навантаження.

Сила нервової системи стосовно гальмування, тобто здатність витримувати тривалі і часто повторювані гальмуючі впливи.

Врівноваженість нервової системи стосовно збудження і гальмування, що виявляється в однаковій реактивності нервової системи у відповідь на збуджувальні і гальмуючі впливи.

Лабільність нервової системи, що оцінюється за швидкістю виникнення і припинення нервового процесу збудження або гальмування.

Досліджуючи зв'язки властивостей нервової системи людини з розв'язуванням завдань (мисленням), психологи дійшли висновку, що лише формально-динамічні характеристики психічної активності людини детермінують переважно (але теж не виключно!) з біологічними факторами.

Таким чином, властивості нервової системи не визначають наперед психічні якості і форми поведінки людини, і тому їх не можна розглядати як задатки розвитку здібностей. Водночас, як писав Б.М. Теплов, вони “утворюють грунт, на якому легше формуються одні форми поведінки, важче − інші”.

Оскільки основні властивості нервової системи людини досить стійкі, практичне завдання їх вивчення у зв'язку з проблемою індивідуальних відмінностей полягає не в пошуку їх зміни, а в знаходженні найкращого для кожного типу нервової системи шляху і методу навчання дітей з даним типом нервової системи.

Розвиваючи в цьому плані ідеї Б.М. Теплова, В.Д. Небиліцин висловив думку про те, що особливе поєднання основних властивостей нервової системи, тобто кожний її тип, має свої достоїнства і недоліки. Наприклад, в умовах монотонної роботи кращі результати показують люди зі слабким типом нервової системи, а при переході до роботи, пов'язаної з великими і несподіваними навантаженнями, навпаки, люди із сильною нервовою системою.

Наявний у людини комплекс індивідуально-типологічних властивостей нервової системи в першу чергу визначає темперамент, від якого далі залежить індивідуальний стиль діяльності.

Таких психологічних властивостей, що з упевненістю можна було б вважати спадково обумовленими, не так уже багато. Серед характеристик, що мають явну генотипову передумову, відзначається, наприклад, темп роботи людини, від якого, у свою чергу, залежить темперамент. Особливо великий вплив генотипу виявляється при вивченні деяких фізіологічних показників, наприклад, електроенцефалограми.

Проте − і це дуже важливий факт − жодна з відомих властивостей нервової системи не є залежною виключно від генотипу, оскільки на неї деякою мірою впливає середовище.

Дослідження, проведені в спеціальних, суворо контрольованих експериментальних умовах, дають підставу для висновку про те, що соціально-культурні чинники, пов'язані з розвитком здібностей, роблять на них набагато сильніший вплив, ніж біологічні. Середні відмінності між групами людей, які виросли в різних культурах, частіше усього набагато більші від тих, що є між людьми різної статі.

**1.3 Розвиток здібностей**

Будь-які задатки, перед тим, як перетворитися на здібності, повинні пройти великий шлях розвитку. Для багатьох здібностей цей розвиток починається з перших днів життя людини і, якщо вона продовжує займатися тими видами діяльності, в яких відповідні здібності розвиваються, не припиняється до кінця життя. У процесі розвитку здібностей можна виділити ряд етапів. На одних відбувається підготовка анатомо-фізіологічної основи майбутніх здібностей, на інших − йде становлення задатків небіологічного плану, на третіх − складається і досягає відповідного рівня потрібна здібність. Усі ці процеси можуть протікати паралельно, тією або іншою мірою накладатися один на одного. Спробуємо простежити ці етапи на прикладі розвитку таких здібностей, в основі яких лежать явно виражені анатомо-фізіологічні задатки, хоча б в елементарній формі представлені з народження.

Первинний етап у розвитку будь-якої такої здібності пов'язаний з дозріванням необхідних для неї органічних структур або з формуванням на їх основі потрібних функціональних органів. Він зазвичай припадає на дошкільне дитинство, що охоплює період життя дитини від народження до 6-7 років. У цей час відбувається удосконалення роботи всіх аналізаторів, розвиток і функціональна диференціація окремих ділянок кори головного мозку, зв'язків між ними й органами руху, насамперед руками. Це створює сприятливі умови для початку формування і розвитку в дитини загальних здібностей, певний рівень яких є передумовою (задатками) для наступного розвитку спеціальних здібностей.

Становлення спеціальних здібностей активно починається вже в дошкільному дитинстві і прискореними темпами продовжується в школі, особливо в молодших і середніх класах. Спочатку розвитку здібностей допомагають різного роду ігри, потім істотний вплив на них починає справляти навчальна і трудова діяльність. В іграх дітей початковий поштовх до розвитку одержують багато рухових, конструкторських, організаторських, художньо-образотворчих, інших творчих здібностей. Різноманітні види творчих ігор у дошкільному дитинстві набувають особливого значення для формування спеціальних здібностей у дітей.

Важливим моментом у розвитку здібностей у дітей є комплексність, тобто одночасне удосконалювання декількох здібностей, що взаємно доповнюють одна одну. Розвивати якусь одну зі здібностей, не турбуючись про підвищення рівня розвитку інших, пов'язаних із нею здібностей, практично не можна. Наприклад, хоча тонкі і точні ручні рухи самі по собі є здібністю особливого роду, але вони ж впливають на розвиток інших, які вимагають відповідних рухів. Уміння користуватися мовою, досконале володіння нею також може розглядатися як відносно самостійна здібність. Але те ж саме уміння як органічна частка входить в інтелектуальні, міжособистісні, більшість творчих здібностей, збагачуючи їх.

Многоплановість і різноманітність видів діяльності, в які одночасно включається людина, − найважливіші умови комплексного і різнобічного розвитку її здібностей. У зв'язку з цим варто обговорити основні вимоги, які виставляються до діяльності, що розвиває здібності людини. Ці вимоги такі: творчий характер діяльності, оптимальний рівень її важкості для виконавця, належна мотивація і забезпечення позитивного емоційного настрою під час і по закінченні її виконання.

Якщо діяльність дитини носить творчий, не рутинний характер, то вона постійно змушує її думати і сама по собі стає досить привабливою справою як засіб перевірки і розвитку здібностей. Така діяльність завжди пов'язана зі створенням чого-небудь нового, відкриттям для себе нового знання, виявленням в собі нових можливостей. Вона стає сильним і дійовим стимулом до занять нею, до докладання необхідних зусиль, спрямованих на подолання виникаючих труднощів. Така діяльність зміцнює позитивну самооцінку, підвищує рівень домагань, породжує впевненість у собі і почуття задоволеності від досягнутих успіхів.

Якщо виконувана діяльність знаходиться в зоні оптимальної трудності, тобто на межі можливостей дитини, то вона спричинює розвиток її здібностей, реалізуючи те, що Л.С. Виготський називав зоною потенційного розвитку. Діяльність, що не знаходиться в межах цієї зони, набагато меншою мірою призводить до розвитку здібностей. Якщо вона занадто проста, то забезпечує лише реалізацію вже існуючих здібностей, якщо ж вона надмірно складна, то стає нездійсненною і, відповідно, також призводить до формування нових умінь і навичок.

Підтримування інтересу до діяльності через стимулюючу мотивацію означає перетворення мети відповідної діяльності в актуальну потребу людини. У руслі теорії соціального навчання, що вже розглядалася, особливо підкреслювалася та обставина, що для набуття і закріплення в людини нових форм поведінки, необхідне навчання, а воно без відповідного підкріплення не відбувається. Становлення і розвиток здібностей − це теж результат навчання, і чим сильніше підкріплення, тим швидше буде йти розвиток. Що ж стосується потрібного емоційного настрою, то він створюється таким чергуванням успіхів і невдач у діяльності, що розвиває здібності людини, при якому за невдачами (вони не виключені, якщо діяльність знаходиться в зоні потенційного розвитку) обов'язково слідують емоційно підкріплювані успіхи, причому їх кількість у цілому є більшою, ніж число невдач.

Основні правила в розвитку здібностей людини сформулював С.Л.Рубінштейн, а саме: розвиток здібностей відбувається по спіралі, а реалізація можливості, яку пропонують здібності одного рівня, відкриває можливості для подальшого їх розвитку, отже, для розвитку здібностей більш вищого рівня.

Однією з умов розвитку здібностей є поєднання навчання з працею, систематична профорієнтаційна робота з учнями, що дасть змогу кожному школяреві вільно вибирати стосовно своїх нахилів та здібностей спеціальність і розпочати готуватись до неї вже в шкільний період життя.

Загалом, основними психологічними передумовами формування здібностей у школярів можна вважати наступні: діагностика наявного рівня певних здібностей; проблемно-евристичне навчання та особливе конструювання учбового процесу, виходячи з системного підходу, що сприятиме розвитку самостійності, творчого підходу; спеціально організоване навчання основам наукових методів дослідницької роботи; диференційований підхід в процесі навчання; перехід від масово-репродуктивного до індивідуально-творчого підходу в роботі з учнями та ін.

**Розділ 2. Математичні здібності**

**2.1 Основні поняття та загальна схема структури математичних здібностей**

Перш ніж визначити основні поняття, з якими ми будемо мати справу надалі, необхідно відзначити, що математичні здібності можуть мати свій вираз на, різних рівнях діяльності. Поняття математичні здібності ми трактуватимемо в двох аспектах:

а) як творчі (наукові) здібності − здатності до наукової математичної діяльності, що дає нові і об'єктивно значущі для людства результати, досягнення, цінний в суспільному відношенні продукт;

б) як учбові здібності − здібності до вивчення (навчанню, засвоєнню) математики (в даному випадку шкільного курсу математики), швидкого і успішного оволодіння відповідними знаннями, уміннями, навиками.

Зрозуміло, якщо розглядати питання в загальному плані, то можна сказати, що здібності в порівнянні з уміннями і навиками в більшості випадків формуються і змінюються повільніше, насилу, є стійкішими утвореннями. Але ставити цей принцип в основу розрізнення вказаних категорій все-таки неможливо, оскільки розрізнення по параметрах «більше - менше», «швидше - повільніше» абсолютно беззмістовно і якісно невизначено.

У дослідженні математичних здібностей виходити з іншого розуміння істоти здібностей і умінь, навиків. Початковим при цьому був факт, що при аналізі здібностей завжди мають на увазі якості, особливості людини, що виконує ту або іншу діяльність, а при аналізі умінь і навиків − якості, особливості діяльності, яку здійснює людина. У основі визначення поняття «здатність» в будь-якому радянському підручнику психології, майже в будь-якій праці, що стосується психології здібностей, завжди лежить характеристика індивідуально-психологічних особливостей людини. З іншого боку, всі визначення навиків, умінь виходять з поняття дії

Здібності - це не навики і уміння, а ті індивідуально-психологічні особливості, від яких заві легке і успішне оволодіння уміннями і навиками у відповідній діяльності.

Загальна схема структури математичних здібностей в шкільному віці представляється таким чином (розглядати її будемо, як і раніше, виходячи з основних етапів вирішення завдань):

**1.** Отримання математичної інформації

а) Здібність до формалізованого сприйняття математичного матеріалу, схоплювання формальної структури завдання.

**2.** Переробка математичної інформації

а) Здібність до логічного мислення у сфері кількісних і просторових стосунків, числовою і знаковою символіки. Здатність мислити математичними символами.

б) Здібність до швидкого і широкого узагальнення математичних об'єктів, стосунків і дій.

в) Здібність до згортання процесу математичного, міркування і системи відповідних дій. Здатність мислити згорнутими структурами

г) Гнучкість розумових процесів в математичній діяльності

д) Прагнення до ясності, простоти, економності ірраціональності рішень.

е) Здібність до швидкої скованої перебудови спрямованості розумового процесу перемиканню з прямого на зворотний хід думки (оборотність розумового процесу при математичному міркуванні).

**3.** Зберігання математичної інформації

а) Математична пам'ять (узагальнена пам'ять на, математичні стосунки, типові характеристики, схеми і доказів, методи вирішення завдань і принципи підходу до них.)

**4.** Загальний синтетичний компонент

а) Математична спрямованість розуму.

Виділені компоненти тісно зв'язані, впливають один на одного і утворюють в своїй сукупності єдину систему, цілісну структуру, своєрідний синдром математичної обдарованості, математичний склад розуму.

Не входять в структуру математичної обдарованості .те компоненти, наявність яких в цій структурі не обов'язково (хоча і корисно). У цьому сенсі вони є нейтральними по відношенню до математичної обдарованості. Проте їх наявність або відсутність в структурі (точніше, ступінь розвитку) визначають тип математичного складу розуму. Не є обов'язковими в структурі математичної обдарованості наступні компоненти:

Швидкість розумових процесів як тимчасова характеристика. Індивідуальний темп роботи не грає вирішального значення. Математик може роздумувати неквапливо, навіть поволі, але дуже докладно і глибоко.

Обчислювальні здібності (здібності до швидких і точних обчислень, часто в думці). Відомо, що є люди, здатні проводити в думці складні математичні обчислення (майже миттєве зведення в квадрат і куб тризначних чисел, витягання кубічного кореня з шестизначних чисел), але не уміючі вирішити скільки-небудь складного завдання. Відомо також, що існували і існують феноменальні «лічильники», не що дали математиці нічого, а видатний французький математик А. Пуанкаре писав про себе, що без помилки не може зробити навіть додавання.

Пам'ять на цифри, числа, формули. Як указував академік А. Н. Колмогоров, багато видатних математиків не володіли видатною пам'яттю такого роду.

Здібність до просторових уявлень.

Здатність наочно представити абстрактні математичні стосунки і залежності.

Слід підкреслити, що схема структури математичних здібностей має на увазі математичні здібності школяра. Не можна заздалегідь, до спеціального вивчення, сказати, якою мірою її можна вважати за загальну схему структури математичних здібностей, якою мірою її можна віднести до обдарованих математиків, що цілком склалися.

Зрозуміло, конкретний зміст структури здібностей неабиякою мірою залежить від методів навчання, оскільки вона складається в процесі навчання. Але встановлені нами компоненти за всіх умов повинні входити в цю структуру. Неможливе прсдставіть наприклад, щоб при якій-небудь системі навчання здібність до узагальнення або математична пам'ять не входили в структуру математичних здібностей.

Аналізуючи схему структури математичної обдарованості, ми можемо відмітити, що певні моменти в характеристиці перцептивні, інтелектуальні і мнемічні сторони математичної діяльності мають загальне значення. Наприклад, формалізоване сприйняття завдання − це сприйняття узагальнене, згорнуте, гнучке; математична пам'ять − це пам'ять на узагальнені, згорнуті і гнучкі системи. Якщо ми говоримо про формалізоване (узагальненому) сприйняття умов завдання, то можна говорити і про формалізоване (узагальненому) рішення, про формалізоване (узагальненому) запам'ятовування. Тому розгорнену схему структури можна представити і в іншій, надзвичайно стислій формулі: математична обдарованість характеризується узагальненим, згорнутим і гнучким мисленням у сфері математичних стосунків, числової і знакової символіки і математичним складом розуму. Ця особливість математичного мислення приводить до збільшення швидкості переробки математичної інформації і, отже, економії нервово-психічних сил. В термінах асоціативної теорії це звучало б так: математичні здібності − це здібності до освіти на математичному матеріалі узагальнених, згорнутих, гнучких, і оборотних асоціацій і їх систем. Вказані здібності різною мірою виражені у здібних, середніх і нездібних учнів. У здатних за деяких умов такі асоціації утворюються «з місця», при мінімальній кількості вправ. У нездібних же вони утворюються з надзвичайною працею. Для середніх же що вчаться необхідною умовою поступового утворення таких асоціацій є система спеціально організованих вправ, тренування. Провівши первинний аналіз математичних, здібностей, отримавши уявлення про їх структуру, ми не вважаємо що на цьому дослідження компонентів математичних здібностей може бути закінчене. Необхідне поглиблення вивчення кожного компоненту з метою проникнути в його природу; виявити його фізіологічні основи.

**2.2 Вікові особливості формування та розвитку математичних здібностей**

У зарубіжній психології до нашого часу широко розповсюджено представлення про вікові особливості математичного розвитку школяра, які виходять з різних досліджень Ж. Піаже. В той час, як відомо, Піаже вважав, що дитина тільки до 12 років стає здатною до абстрактного мислення. Аналізуючи стадії розвитку математичного мислення підлітка, Л. Жоанно прийшов до висновку, що в наглядно-конкретному плані школяр мислить до 12 – 13 років, а мислення в плані формальної алгебри (пов’язане з володінням операціями, символами) складається лише до 17 років.

Ф. Отіа в своїй роботі також доводить, що лише з 11 – 12 років дитина починає проявляти в математиці здатність до абстракції і починає міркувати в відвернутою формі.

Дослідження радянських психологів дають зовсім інші результати. Ще П.П. Булонський писав про інтенсивний розвиток у підлітка (11 – 14 років) узагальнювального і абстрактного мислення, вміння доводити і розбиратися в доведеннях.

Останнім часом було проведено ряд досліджень деяких вікових особливостей математичного мислення школярів, в тому числі дослідження А.В. Скрипченко, О.Я. Лихачової, А.А. Бодалева. Л.Н. Проколієнко виявив деякі особливості мислення підлітка і старшого школяра в процесі розв’язування геометричних задач. Але виявляється, що Л.Н. Проколієнко дуже чітко визначив рамки віку, ігноруючи при цьому індивідуальні відмінності, - не одразу можна погодитись з таким різким поділом: учні 6-го класу відрізняються репродуктивним підходом до розв’язку задач, а 7-го класу – творчим; учні 9-го класу міркують індуктивним способом і їх мислення розвернене, а учні 10-го класу частіше використовують дедуктивний метод і міркують в скороченій формі.

Вчені досліджували розвиток математичних здібностей протягом всього періоду шкільного навчання від молодшого до старшого шкільного віку. Були досліджені вікові особливості структури математичних здібностей, специфіка прояву формуючих компонентів на різних вікових етапах в молодшому, середньому і старшому шкільному віці під впливом шкільного навчання.

Виникає запитання: в якій мірі можна говорити про математичні здібності по відношенню до учнів 1 – 2 – 3 класів?

Дослідження І.В. Дубровіної, дають можливість відповісти на це запитання наступним чином. Звичайно, не враховуючи випадки особливої обдарованості, не можна говорити про скільки-небудь сформованої структурі математичних здібностей саме для цього віку. Тому поняття «математичні здібності» умовно у застосуванні до молодших школярів – дітей 8 – 10 років, і при дослідженні компонентів математичних здібностей в цьому віці мова може йти лише про елементарні форми таких компонентів. Але окремі компоненти математичних здібностей формуються вже у початкових класах. Звичайно, вікові особливості розвитку математичних здібностей вивчались на основній масі середніх і здібних учнях. При цьому потрібно відмітити, що індивідуальні відмінності у вікових межах (особливо, якщо порівнювати найбільш сильних і найбільш слабких учнів) виявлялись значно помітними.

Виявленні особливості розвитку математичних здібностей не надто сильно прив’язані до конкретного віку. Дослідження Д.Б. Ельконіна, В.В. Давидова, А.В. Скрипченко та інших показали, що при зміненні змісту і методики викладання можливі серйозні здвиги цих здібностей у таки широких межах в більш молодший вік.

Досвідчене навчання, яке здійснюють в школах співробітники інституту психології показує, що при спеціальній методиці навчання молодші учні здобувають набагато більшу здатність мислити, ніж прийнято думати. Однак, хоч вікові можливості учнів в більшості залежать від умов, в яких здійснюється навчання, вважати, що вони цілком створюються навчанням, було б не правильним. Тому неправильна крайня точка зору на це запитання, висловлена, наприклад, Г. П. Щедровицьким, який вважає, що не існує ніякої закономірної лінії звичайного психічного розвитку. Існує думка, що більш ефективна, ніж зараз існуюча, система навчання може «стиснути» весь процес, але до відомих меж, може змінити декілька послідовностей розвитку, але не може надати лінії розвитку абсолютно іншого характеру. Довільності тут бути не може. Не може, наприклад, здібність до узагальнення складних математичних співвідношень і методів сформуватися раніше, ніж здатність до узагальнення простих математичних співвідношень.

Таким чином, вікові особливості розвитку математичних здібностей, про які йде мова, − це умовне поняття. Взагалі то, задача полягала в дослідженні загальної тенденції, загального напрямку розвитку головних компонентів структури математичних здібностей під впливом навчання.

Аналіз вікових особливостей розвитку математичних здібностей проводиться за наступними параметрами:

**1) Формалізоване сприйняття математичного матеріалу**.

Даний компонент починає проявлятися вже в 1 – 3 класах. У більш здібних учнів під впливом навчання формується цікавість розібратися в умові задачі, співставити її дані. Їх починають цікавити в задачі не просто окремі величини, а саме співвідношення величин. Якщо менш здібні учні сприймають окремі, конкретні елементи задачі, як не зв’язані один з одним, і відразу після того, як прочитали задачу, починають виконувати різні дії зі всіма даними числами, не задумуючись над змістом задачі, то у більш здібних з’являється потреба при прийнятті умов задачі зв’язувати окремі показники і величини.

Поступово більш здібні учні починають бачити в задачі співвідношення між конкретними величинами. Тому вони часто не приділяють уваги тому, про які конкретні предмети йде мова в задачі. Менш здібні учні тримаються за точну назву предметів. В задачі вони бачать не математичні співвідношення, а лише конкретні предмети, з якимим потрібно щось робити.

У більш здібних учнів 4-го класу І.В. Дубровіна спостерігала явно виражену тенденцію до своєрідному аналітико-синтетичному сприйняттю умов задачі. Вони сприймають не лише одиничні елементи, а й комплекси взаємозв’язаних математичних величин і категорій. Мається на увазі, вказана особливість проявляється на порівняно нескладному арифметичному матеріалі і, поступово, на більш чи менш елементарному рівні.

В середньому шкільному віці помічається, а в старшому − досягає значного розвитку ще одна особливість сприйняття здібним учням математичного матеріалу, мається на увазі те, коли одна і таж сама задача сприймається, оцінюється з різних точок зору.

**2) узагальнення математичного матеріалу.**

Здібність до узагальнення математичного матеріалу як здатність уловлювати в різних завданнях і прикладах загальне і відповідно бачити різне, загалом починає складатися раніше всіх інших компонентів. Уже у 1 класі можна спостерігати її прояви, зрозуміло, що у елементарних формах. На цьому етапі ще важко говорити про цю здібність як специфічну здатність до узагальнення саме математичного матеріалу. Швидше, тут можна говорити про загальну здібність до узагальнення, як одну з проявів навчальної властивості. Сказане не відноситься до дуже обдарованих учнів − в тому числі і в 1 класі, і навіть в старшому дошкільному віці здібність до узагальнення виступає як специфічна здатність. Цей висновок дозволяють зробити експерименти, проведені І.В. Дубровіною на математичному і нематематичному матеріалі, вивчення розвитку групи дуже обдарованих школярів.

На початкових ступенях шкільного навчання, математичні узагальнення зазвичай «визрівають» поступово і розповсюджуються на порівняно обмежений круг явищ. З віком узагальненя стає все більш широким і розповсюджується на більший круг однорідних математичних явищ. У молодшому шкільному віці спостерігається відносно простіший вид узагальнення − рух від частинного до відомого загального − уміння побачити в частинному вже відоме загальне, інакше кажучи, підвести частинний випадок під загальне правило. Цей вид узагальнення досягає великого розвитку в середньому шкільному віці. Чим більше здатний учень, тим успішніше справляється він із завданнями на відповідне узагальнення. Як правило, тільки на початку середнього шкільного віку вчені спостерігали узагальнення індуктивного характеру − від частинного до невідомого загального.

Розвиток здібності до узагальнення йде по лінії поступового скорочення кількості спеціальних однотипних вправ, що є передумовою такого узагальнення. У найбільш здатних учнів середнього шкільного віку таке узагальнення наступає відразу, шляхом аналізу одного окремо узятого явища у ряді схожих явищ, як здатність угледіти ще невідоме загальне в одиничному.

Для здатних підлітків взагалі характерне узагальнене вирішення завдань. У елементарній формі ця тенденція може бути відмічена і у здатних молодших школярів. Такі учні без утруднень переходять до вирішення завдань в буквеній формі.

Нарешті, було встановлено, що здібні до математики старшокласники піднімаються до рівня узагальнення методів, принципів підходу до аналізу і розв'язання задач різних типів. Ці методи відрізняються різним ступенем узагальненості.

**3) стисненість математичного мислення – тенденція мислити в процесі математичної діяльності скороченими структурами.**

Скорочення мислення і системи відповідних дій в процесі математичної діяльності являється специфічною для здатних до математики учнів в основному старшого шкільного віку. Як показало дослідження І.В. Дубровіної, вказаний компонент математичних здібностей в молодшому шкільному віці проявляється лише в самій елементарній формі.

Існує дві лінії розвитку вказаного компоненту від середнього до старшого шкільного віку. З одного боку багатократність повторення однотипного міркування і системи відповідних дій, являються на різних вікових етапах необхідною умовою початку процесу скорочення, поступово перестає бути такою необхідною умовою. Міркування і система відповідних дій починають скорочуватись відразу при розв’язуванні навіть нового типу задач. Щодо найбільш здібних до математики учнів 7-го, 8-го і особливо старших класів, то у них часто взагалі неможливо прослідкувати процес скорочення. Вони в математиці міркують вже скороченими структурами, що забезпечує їм велику швидкість переробки математичної інформації.

Друга лінія розвитку стосується осмислення учнями опущених міркувань. Наскільки осмислюється ними ті ходи думки і дій, які випалди із системи?

4) **гнучкість мислення.**

У початковій формі цей компонент був виявлений лише у здібних до математики молодших школярів. Майже ні у кого з досліджених школярів 2 класу не виявлено явної тенденції, наприклад, шукати декілька різних шляхів рішення однієї і тієї ж задачі, перемикаючись з одного ходу думки на іншій.

Такий перехід виявлявся для них важким. Відповідна вимога експериментатора часто викликала у них подив. Для багатьох з них неприйнятна сама думка про те, що завдання може мати декілька рішень (і всі правильні). Але здібні до математики учні 3-х та 4-х класів вже демонструють відому гнучкість розумових процесів шляхом пошуку інших рішень (правда, ніколи це не відбувалося за власною ініціативою, завжди після навідних питань експериментатора). Менш здібні до математики учні навіть більш старших класів важко перемикаються з однієї розумової дії на іншу (якісно іншу), вони зазвичай дуже скуті, спочатку знайденим способом розв'язку, схильні до шаблонних і трафаретних ходів думки. Цікаво, що у подібних випадках справа полягає не в тому, що важко перемкнутися з простого на складніший спосіб розв'язання. Часто важко перемкнутися і з важчого на легший спосіб, якщо перший є звичним, знайомим, а другий − новим і незнайомим. Один спосіб розв'язку гальмується іншим.

Розвиток гнучкості мислення йде шляхом все більш повного звільнення від впливу попереднього ходу думки. У більш здібних до математики підлітків і старшокласників перебудова способів мислення, що склалися, здійснюються швидко і безболісно. Вони вже за власною ініціативою знаходять різні шляхи вирішення завдань.

**5) математична пам'ять.**

Проявів власне математичної пам'яті її розвинених формах (коли пам'яталися б тільки узагальнення розумові схеми) в молодшому шкільному віці нами не спостерігалося. Здібні учні в цьому віці, за спостереженнями І.С. Дубровіної, зазвичай рівно запам'ятовують і конкретні дані і відношення. У їх пам'яті зберігається загальне і часткове, істотне і неістотне, потрібне і непотрібне. Але основним для них все-таки поступово стає відношення Даних завдання. Якщо вони щось і забудуть, то це швидше не математичні відношення, а числа та конкретні дані.

З роками все більше значень набуває запам'ятовування відношень, все менше − запам'ятовування конкретних даних. Пам'ять поступово звільняється від зберігання часткового, конкретного, непотрібного для подальшого розвитку. Пам'ять, здатних, до математики підлітків виявляється по відношенню до різних елементів математичних систем (завдань). Вона носить узагальнений і «терміновий» характер. Швидко запам'ятовуються і міцно зберігаються типи завдань і узагальнені способи їх розв'язання, схеми міркувань, доказів. Конкретні дані запам'ятовуються добре, але в основному лише на термін розв'язання задачі, після чого швидко забуваються. Зайві, непотрібні дані запам'ятовуються погано. Запам'ятовується не вся математична інформація, а переважно та, яка «очищена» від конкретних значень.

Якісно нових особливостей набуває математична пам'ять у здібних до математики старшокласників. Тут слід зазначити дві особливості, вивчені С. І. Шапіро. Перша з них полягає в наступному. Вище вже вказувалося, що у здатних старшокласників узагальнення утворюються і функціонують на різних рівнях спільності. До цього треба додати, що один і той же математичний матеріал може зберігатися в пам'яті одночасно на різних рівнях узагальнення, які співіснують один з одним. Наприклад, в пам'яті зберігається найширший функціональний образ формули без деталей, що відображає найзагальніший характер функціональної залежності, разом з цим − конкретніша її форма і, нарешті, власне формула. Це дозволяє, по-перше, легко вивести формулу (якщо вона забулася), виходячи із загального характеру функціональної залежності і, по-друге, легко заздалегідь «прикидати» можливість застосування даної формули в тому або іншому, конкретному випадку.

Дослідження показало, наприклад, що формула площі трикутника зберігалася в пам'яті деяких здатних десятикласників одночасно на трьох рівнях: 1) найширший функціональний образ формули − площа трикутника є функцією двох сторін і кута між ними; 2) менш узагальнений образ, але що не містить ще самої формули − площа трикутника є функцією двох сторін і синуса кута між ними; 3) власне формула площі.

Більшість здатних десятикласників також пам'ятали формулу тангенса подвійного кута на двох рівнях:

1) та 2) .



Інша особливість математичної пам'яті здатних старшокласників полягає в тому, що вони добре пам'ятають загальні методи підходу до розв'язування завдань, часто у вигляді найзагальніших вказівок, без деталей. Жодній з них він не міг пригадати, як не старайся. Зберігся в пам'яті тільки сам метод, сама ідея.

Така найзагальніша і орієнтовна картина вікового розвитку компонентів, що займають істотне місце в структурі математичних здібностей школярів. На різних вікових ступенях ці компоненти відрізняються якісною своєрідністю, специфічною формою прояву.

Дослідження показали наявність закономірних кількісних і якісних змін в прояві цих компонентів, з віком. Кожен новий етап підготовлений попереднім шляхом розвитку, виникає на основі його і є передумовою для переходу на новий, вищий рівень розвитку. Ця лінія розвитку складається .під вирішальним впливом шкільного навчання, хоча і не тільки ним визначається.

**6) Прагнення і економії розумових зусиль, раціональності**

Тенденція до оцінки ряду можливих способів розв'язку і вибору з них найбільш зрозумілого, простого і економного, найбільш раціонального розв'язку в молодшому шкільному віці ще не чітко виражена. Лише найбільш здатні учні оцінювали різні рішення як «простіше» і «складніше», «краще»,і «гірше», виходячи при цьому тільки з кількості зроблених дій. Тільки 31% досліджених І. В. Дубровіною, більш здатних учнів 2-х, 3-х класів вирішували задачу відразу простішим і економнішим способом, зрозуміло побачивши при цьому і інші способи і оцінюючи відносну їх раціональність.

Вказана тенденція починає помітно виявлятися лише в : середньому шкільному віці. Якщо для учнів з середніми здібностями мета полягає в тому, чтоб розв'язати завдання, то для здібних до математики вона полягає в тому, щоб вирішити її якнайкращим, найбільш економним способом. Хоча підліткам і не завжди вдається знайти найбільш раціональне вирішення завдань в більшості випадків вони обирають шлях, який швидше і легше приводить до мети.

Особливого розвитку відмічений компонент досягає в старшому шкільному віці. С. І. Шапіро підкреслює, що вказана тенденція властива всім дослідженим їм здібним до математики старшокласникам і виявляється при цьому в дуже яскравій і виразній формі. Після першого вирішення завдань зазвичай починаються творчі пошуки, направлені на дослідження і поліпшення знайденого способу, з метою знайти найбільш економний і раціональний.

**2.3 Про статеві відмінності в характеристиці математичних здібносте**

Чи роблять який-небудь вплив на характер розвитку математичних здібностей і на рівень досягненні у відповідній області статеві відмінності? Чи мають місце якісно своєрідні особливості математичного мислення хлопчиків і дівчаток, дівчат і парубків в шкільному віці? Відповідні дослідження в радянській психології відсутні. Мабуть, вважається за само собою зрозумілий, що ніяких принципових відмінностей в цій області немає, а існуючі відмінності цілком пояснюються традицією, умовами виховання і навчання. У зарубіжній психології є деяка, (відносно невелика) кількість робіт, де зроблена спроба виявити окремі якісні особливості математичного мислення хлопчиків (парубків) і дівчаток (дівчат). У деяких роботах прямо мовиться про перевагу хлопчиків над дівчатками в цьому відношенні, в інших заперечується це, хоча і указується на ті або інші особливості мислення хлопчиків та дівчаток.

Ще В. Штерн в своїй відомій книзі, присвяченій аналізу обдарованості дітей і підлітків, говорить про свою незгоду з тією точкою зору, згідно якої відмінності в розумовій області чоловіків і жінок є результатом неоднаковості виховання, шкільної освіти. На його думку, причини криються в різних внутрішніх задатках. Тому можна говорити, помічає Штерн, про те, що жінки менш схильні до абстрактного, логічного, відвернутого мислення і менш здатні в цьому відношенні.

У 1963 р. була опублікована робота Е. П. Торранс. Автор пропонував хлопчикам і дівчаткам різного шкільного віку різні завдання, що вимагають нескладних форм творчого наукового мислення. За даними автора, хлопчики перевершували дівчаток в знаходженні ідей і принципів творчого вирішення завдань (вони указують на більшу кількість можливостей, ідеї їх оцінюються вище і т. д.).

Що стосується власного математичного мислення, то певні вислови із цього приводу, засновані на спостереженнях і експериментах, є у Ч. Спірмена і Е. Торндайка. Спірмен висловив думку, що статеві відмінності в математичному мисленні, якщо і існують, то вони, по-перше, незначні, а по-друге, можуть залежати від середовища більше, ніж від внутрішніх умов. Торндайк в книзі «Психологія алгебри» пише, посилаючись на повсякденний досвід і спеціальні дослідження, що між хлопчиками і дівчатками не існує скільки-небудь помітних відмінностей в здібності до алгебри. Разом з цим Торндайк відзначає у хлопчиків більший інтерес до алгебри, зв'язуючи це з цікавістю їх до фізики і інженерних спеціальностей. У книзі «Принципи навчання, засновані на психології», Торндайк також пише, що «відносно здібностей великої різниці між дівчатками і хлопчиками не помічається». Але при цьому він відзначає велику схильність дівчаток до деталізації, запам'ятовування подробиць, точніше відтворення ними даних.

А. Кеймерон в роботі 1925 р. також, вважаючи, що немає істотних відмінностей в математичних здібностях хлопчиків і дівчаток, указує разом з тим на відмінність між ними в здібності до просторових уявлень − у хлопчиків вона розвиненіша. Автор указує, що можливе ця відмінність є результатом навчання, вправ, оскільки, якщо хлопчики і дівчатка навчалися разом, то ця перевага стає мало помітною. Але і в цьому випадку, відзначає Кеймерон «перевага хлопчиків в уяві більш; складних геометричних форм зберігається»

А. Блекуелл. у 1940 р., досліджуючи за допомогою факторного аналізу результати рішення 100 хлопчиками і 100 дівчатками різних тестів, виділив у хлопчиків 3 специфічних чинника, а у дівчаток в цих же умовах − 4. У дівчаток був виділений спеціальний чинник, відсутній у хлопчиків, умовно названий чинником , − чинник точності і акуратності, здатність утримувати і зберігати дані відносно педантично точній формі. Крім того, виявилися нібито відмінності і в прояві вербального чинника. У дівчаток це − чисто вербальний чинник, а у хлопчиків він швидше має бути названий чинником вербального міркування (як «здатність маніпулювати думками у вербальній формі»). Автор припускає, що саме тому словесно-логічна робота хлопчиками проробляється з більшою легкістю, чим дівчатками. Інше факторне дослідження, проведене на десятиліття пізніше, − в 1951 р. (Б. Мак-Аллістер), також виявило деякі відмінності між хлопчиками і дівчатками. У формальній стороні арифметичних операцій досягнення були приблизно однакові, але хлопчики виявили перевагу над дівчатками в двох тестах − в одному з тестів на загальний інтелект і в одному пз тестів на арифметичне міркування.



У великій узагальнювальній праці по диференціальній психології А. Анастасі (1958г.) наводяться дані, що показують, що хлопчики перевершують дівчаток в тестах на обчислювальні операції і в тестах на арифметичні міркування, причому цієї різниці не спостерігається в елементарній школі, а в середній школі і особливо в коледжах вона стає вельми помітною. Нарешті, згадаємо опубліковану в 1956г. статтю Ф. Отіа, де: наводяться результати експериментів на нескладне математичне міркування. Хлопчики перевершували дівчаток по рівню рішення − більше в процентному відношенні число хлопчиків, чим дівчаток, розв'язали задачу на вищому, узагальненому рівні.

Узагальнюючи результати всіх цих досліджень, можна сказати, що, за їх даними, хлопчики перевершують дівчаток в здібності до логічного міркування, а дівчатка − хлопчиків в точності, строгості, акуратності, свого роду «педантичності» мислення. Залишається, звичайно, відкритим питання, наскільки ці дані достовірні і наскільки ці особливості є «природними» − на це указують і самі дослідники.

Вчені стверджують,що їх дослідження, й дослідження Й.В. Дубровіної і С.І. Шапіро не виявили яких-небудь якісних, специфічних особливостей в математичному мисленні хлопчиків; і дівчаток.

Зрозуміло, фактично хлопчики частіше виявляють математичні (так само як і технічні) здібності. У молодших класах це майже непомітно, в старших стає вельми відчутним. Переможцями в математичних олімпіадах частіше бувають хлопчики, чим дівчатка, більше їх вчиться і в спеціальних математичних школах і класах.

Але це фактична відмінність, як нам здається, треба віднести за рахунок різниці в традиціях, у вихованні хлопчиків і дівчаток, за рахунок поширеного погляду на чоловічі і жіночі професії. Це приводить до того, що математика часто виявляється поза спрямованістю інтересів дівчаток. Принаймні сьогодні ми не маємо в своєму розпорядженні ніяких даних, які зобов'язали б нас зробити інший висновок.

**2.4 Розвиток творчих здібностей учнів та дослідження**

Коли йдеться про зміст шкільного курсу математики, то, звичайно, мають на увазі засвоєння учнями певної системи математичних знань, умінь і навичок. Але не можна зводити все математичне навчання в шкоді до передачі учням визначеної суми знань і навичок. Це обмежувало б роль математики в загальній освіті. Тому перед школою стоїть важливе завдання математичного розвитку учнів.

**Математичні здібності** — це здатність утворювати на математичному матеріалі узагальнені, згорнуті, гнучкі й обернені асоціації та їх системи. До складових математичних здібностей слід віднести:

а) здатність до формалізації математичного матеріалу, відокремлення форми від змісту, абстрагування від реальних ситуацій і їх кількісних відношень та просторових форм; оперування структурами відношень і зв'язків;

б) здатність до узагальнення матеріалу;

в) здатність до оперування числовою і знаковою символікою;

г) здатність до логічних міркувань, пов'язаних з потребою доводити, робити висновки; здатність до скорочення процесу міркувань;

д) здатність до переходу від прямого до оберненого ходу думки;

е) гнучкість мислення незалежно від впливу шаблонів.

Математика сприяє виробленню особливого виду пам'яті − пам'яті, спрямованої на узагальнення, творення логічних схем, формалізованих структур, виховує здатність до просторових уявлень. Наявність математичних здібностей в одних учнів і недостатня розвинутість їх в інших вимагає від учителя постійного пошуку, шляхів формування і розвитку таких здібностей у школярів. Рівневі диференціації з урахуванням психології математичних здібностей учнів збільшує можливості роботи вчителя. Такий підхід створює умови для розвитку здібностей учнів, які мають природжені задатки до занять математикою, і забезпечує посильною роботою учнів, які не мають таких задатків. Виконуючи посильні завдання, учень отримує впевненість у своїх силах.

Усі задачі поділяються на три типи:

а) задачі, які розв'язую для кращого засвоєння теорії;

б) тренувальні вправи, мета яких − виробити навички;

в) задачі, за допомогою яких розвиваються математичні здібності учнів.

Розв'язування задач − це робота дещо незвичайна, адже вона є розумовою. А щоб навчитися будь-якій роботі, треба спочатку добре вивчити той матеріал, над яким доведеться працювати, ті інструменти, з допомогою яких буде виконуватись робота.

Отож, для того щоб навчити учнів розв'язувати задачі, потрібно розібратись в тому, що вони собою являють, як побудовані, з яких частин складаються, що потрібно знати, щоб розв'язати ту чи іншу задачу. Учні п'ятого класу вже знають, що під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, пов'язане з числовими величинами або геометричними фігурами. Арифметичною задачею називають вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числове значення інших величин і залежність, яка зв'язує їх як між собою, так і з шуканою величиною. У початкових класах в основному розглядаються так звані сюжетні задачі, в яких описується кількісна сторона деяких явищ.

Сюжетну задачу, для розв'язання якої треба виконати дві чи більше пов'язаних між собою арифметичних дій, називають складеною. Щоб розв'язати складену задачу, пропонують учням спочатку скласти план розв'язування. План складається на основі аналізу задачі, який проводять від числових даних або від запитання. Аналізу задачі передує ґрунтовне вивчення умови і запитання задачі.

Наприклад, задача. Велосипедист їхав 4 години із швидкістю 12 км/год. Йому залишилося проїхати на 16 км менше, ніж він проїхав. Яку відстань потрібно було проїхати велосипедисту?

Аналіз від числових даних. Відомо, що велосипедист їхав 4 години із швидкістю 12 км/год. За цими даними можна дізнатися, яку відстань проїхав велосипедист. Для цього треба швидкість помножити на час. Знаючи відстань, яку вже проїхав велосипедист, і те, що залишилося проїхати на 16 км менше, можна знайти відстань, яку залишилося проїхати. Для цього відстань, яку вже проїхав велосипедист, треба зменшити на 16 км. Знаючи, скільки кілометрів залишилося їхати, можна знайти весь шлях. Для цього треба виконати додавання знайдених відстаней.

Аналіз від запитання. У задачі треба знайти весь шлях, який має проїхати велосипедист. Ми не можемо одразу відповісти на це запитання, бо не відомо, скільки велосипедист вже проїхав і скільки йому залишилося їхати. Щоб знайти пройдений шлях, треба знати швидкість і час руху. Це в задачі відомо. Помножимо швидкість на час і дізнаємося про пройдений шлях. Відстань, яку велосипедист ще має проїхати, можна також знайти. Для цього знайдену відстань треба зменшити на 16 км. Отже, план розв'язування задачі такий:

Скільки кілометрів проїхав велосипедист за 4 години?

Скільки кілометрів велосипедисту залишилося проїхати?

Яку відстань мав проїхати велосипедист?

Отже, підвищення ефективності навчання математики можна досягти, продуктивно реалізуючи всі дидактичні функції математичних задач. Велику роль відіграють задачі, які учні складають самі. Складання задачі часто вимагає роздумів, які під час розв'язку готових задач не потрібні. Тому складання задач сприяє розвитку творчого мислення учнів. Щоб вивчення математики викликало в учня задоволення, треба, щоб він заглибився у суть ідеї цієї науки, відчув внутрішній зв'язок усіх ланок міркувань, які дають можливість зрозуміти і саме доведення, і його логіку. Якщо учень хоча б раз досяг ясності в розумінні суті, проник у внутрішній зв'язок понять і логічних висновків, то йому буде важко задовільнитися потім заучуванням без. розуміння. І тоді він здійснятиме відкриття: процес власної думки вимагає значно менших зусиль і витрат часу, ніж вивчення напам'ять. Щоб привчити учнів самостійно мислити, викликати в них віру у власні сили і розумна також виховати впевненість у своїх можливостях, необхідно примусити їх пройти через певні труднощі, а не подавати все в готовому вигляді.

У системі розвиваючого навчання під час вивчення математики важливе місце посідає обчислювальна практика. На 5-6 класи припадає основний обсяг роботи обчислень з раціональними числами. У наступних класах ці навички розвиваються і закріплюються, зростає питома вага наближених обчислень, використовується прикидка, оцінювання результатів обчислень. Широке використання мікрокалькуляторів не зменшує ролі обчислень без них і особливо усного виконання дій. Адже, користуючись мікрокалькуляторами, треба вміти робити прикидку очікуваного результату й округлювати його до потрібної точності, замінюючи деякі операції усним виконанням, уміти проаналізувати здобуту інформацію.

Слід мати на увазі і розвиваючу функцію усних обчислень: вони активізують увагу і пам'ять учнів, спонукають їх до раціональної діяльності. Якщо в учнів середніх класів добре сформовані ці навички, це є запорукою того, що в старших класах розв'язування задач не буде викликати особливих труднощів. Уміння розв'язувати ту чи іншу задачу залежить від багатьох чинників. Але передусім необхідно навчитися розрізняти основні типи задач і уміти розв'язувати найпростіші з них. Задачі, що розв'язуються у шкільному курсі математики, можна умовно розподілити на такі типи задач:

а) задачі «на рух»;

б)задачі «на сумісну роботу»;

в) задачі «на планування»;

г) задачі «на залежність між компонентами арифметичних дій»;

д) задачі «на відсотки»;

е) задачі «на суміші»;

є) задачі «на розбавлення»;

ж) задачі «з буквеними коефіцієнтами”;

з) інші види задач.

Природа математичних здібностей

Математичні здібності не вроджені, а набуті в житті властивості, причому формування цих властивостей виникає на основі певних задатків. Роль задатків різноманітна, в залежності від того, про які здібності йде мова, − ця роль мінімальна у випадках розвитку звичайних здібностей до математики, і винятково велика, коли мова йде про математичні здібності вчених-математиків.

Виділяють деякі факти, які особливий інтерес для . а саме:

1) часто дуже раннє формування здібностей до математики, нерідко в не найкращих умовах і при відсутності на перших етапах систематичного і ціленаправленого навчання; 2) цікавість та схильність до вивчення математики, які також часто проявляються в ранньому віці; 3) велика працездатність в області математики, яка зв’язана з відносно малою втомою в процесі напружених занять з математики; і 4) математична направленість розуму, що характеризує дуже здібних до математики людей.

Все це дозволяє підкреслити гіпотезу про роль вроджених функціональних особливостей мозку у випадку особливо математично-здібної людини.

Досвід роботи вчителів показує, що для поліпшення розуміння, закріплення та відтворення інформації доцільно проводити такі уроки як: урок-змагання; урок-вікторина, урок - “круглий стіл”; урок-гра та ін. Щоб зацікавленість учнів до вивчення математики не знижувалась, доречно систематично проводити ігри з використанням інтерактивних технологій.

Позакласна робота з математики дуже важлива для пробудження в учнів інтересу до математики. Тому математичні вікторини, змагання, ігри, прес-конференції, вечори сприяють підвищенню математичної культури, розширюють і поглиблюють здобуті на уроках знання, показують застосування їх на практиці, розвивають мислення, математичні здібності, допомагають ввійти у світ наукових і технічних ідей.

Так при проведенні прес-конференції “Гранітна опора наук” учні 7-9 класів багато дізналися про значення математики в різних галузях людської діяльності. Така форма роботи сприяє розширенню кругозору учнів, розвиткові уміння самостійно й творчо працювати з навчальною, науково-популярною літературою, формуванню в дітей інтересу до математики, а також поглибленню знань.

Учням дуже подобається брати участь в іграх, правила яких максимально наближені до умов тих ігор, за якими вони мають можливість спостерігати з екранів телевізорів. Такими іграми є “Перший мільйон”, “Поле чудес”, “Слабка логіка” та інші.

Щоб розвинути творчі здібності учнів, поступово та систематично залучати до самостійної пізнавальної діяльності, щоб забезпечити співпрацю між учнями та учителем, традиційного уроку недостатньо. Саме тому для проведення досліду я вибрала урок-бізнес.

Учнів класу було поділено на три команди, і весь урок вони працювали за груповим методом. Кожна команда сиділа за окремим великим столом. Ідея уроку полягала в тому, що учні - гості, які приїхали у місто «Відсоток», а вчитель - бізнесмен, мешканець цього міста, знайомить їх з ними і його мешканцями. Під час цієї мандрівки з учнями трапляються цікаві пригоди вони витрачають і заробляють гроші, займаються бізнесом, а допомагають їм у цьому відсотки. Урок проводився в класі де учням були знайомі усі типи задач на відсотки. Цей урок вимагає гарної підготовки вчителя. Було намальовано яскраві плакати з написами об'єктів продажу, картки з задачами, підготовано гральний кубик. У проведенні уроку вчителеві допомагали учні цього класу − «працівники фірми». Учень начальник фінансів − вів банківські рахунки команд на одній з відкидних дощок, троє менеджерів по одному біля кожного з трьох столів − для виплати коштів, зароблених учнем окремо та для того, щоб кидати гральний кубик.

Під час проведення цього уроку спостерігається велика зацікавленість учнів, вони активні, збуджені, працюють із задоволенням це можна пояснити, мабуть, тим, що учні відчувають себе у ролі бізнесменів, мають змогу заробити і витратити власний капітал. Це урок - міні-модель сучасного життя, де без знань відсотків та їх застосування не обійтись. Тому ми бачимо і мотиваційний бік цього уроку. Під час підведення підсумків я відзначаю не тільки командну роботу певної групи учнів, але й індивідуальні відповіді.

Така організація учбової діяльності на уроці дає можливість реалізувати принципи диференціації навчання, оскільки гарантує участь кожного учня на тому чи іншому етапі уроку. Так, учні з низьким рівнем навчальних здібностей можуть забезпечити команді бали на І етапі уроку, а учні з високими здібностями − виступи із захистом творчих робіт. Другий етап уроку − “поле діяльності” для учнів з середніми навчальними здібностями.

Попрацювавши деякий час з групою учнів, я помітила, що одні учні більш здатні до математики, ніж інші. Тому я вирішила провести тест «Чи маєш ти математичні здібності?». Завдяки йому я підтвердила свої здогадки і продовжила роботу трішки інакше. Дану групку учнів я поділила на дві підгрупки. З учнями, які мали кращі здібності до математики я продовжувала роботу як і раніше, а в підгрупці, де слабші учні я почала більш розвивати в них математичні здібності використовуючи різноманітні задачі. Потім знову провела даний тест і помітила, що рейтинг піднявся. Це означає що мені вдалося розвинути в учнів математичні здібності.

Я ще раз переконалася, що з готовими здібностями діти не народжуються. Тому їх постійно потрібно розвивати. А засвоєння дітьми знань з математики, є необхідною основою для вдосконалення та розвитку їх початкових математичних здібностей.

**Висновок**

При розгляді даної теми, ми ще раз переконалися, що Здібності − властивості душі людини, що розуміються як сукупність усіляких психічних процесів і станів. При чому Математичні здібності— це здатність утворювати на математичному матеріалі узагальнені, згорнуті, гнучкі й обернені асоціації та їх системи.

Ми вже знаємо, що з готовими здібностями діти не народжуються. Вони народжуються лише з внутрішніми передумовами до розвитку здібностей — з задатками. Здібності завжди є продуктом розвитку дитини, продуктом її навчання і виховання. Будучи складними психічними властивостями, здібності починають розвиватись не зразу. Щоб у дитини в тій чи іншій галузі діяльності виявились здібності, для цього потрібні певний рівень фізичного та психічного розвитку, певні знання і життєвий досвід. В окремих випадках здібності виявляються досить рано. Математичні здібності також проявляються дуже рано, та нажаль не у кожної людини вони є. Їх також потрібно постійно розвивати.

Щоб розвинути творчі здібності учнів, поступово та систематично залучати до самостійної пізнавальної діяльності, щоб забезпечити співпрацю між учнями та учителем, традиційного уроку недостатньо.

Здібності дітей виявляються в допитливості, в їх інтересах і нахилах до тих чи інших форм діяльності. Перехід дітей від початкового виявлення здібностей до вищих ступенів їх розвитку має своєю передумовою загальний розвиток дітей, дальше зміцнення їх фізичних та розумових сил і засвоєння ними. Засвоєння дітьми знань з математики, є необхідною основою для вдосконалення та розвитку їх початкових математичних здібностей. Розвиток здібностей дітей вимагає від них також спеціальних знань, умінь та навичок, які набуваються тривалими вправами в тих чи інших спеціальних галузях діяльності.

Без правильно побудованого навчання, без наполегливої праці над собою навіть «вундеркінди», тобто діти з рано виявленими визначними здібностями, стають пустоцвітами. Розвитком здібностей треба систематично керувати.

**Література**

1. Божик Л.М. Як розвивати розумові здібності. Година темат. спілкування.// Позакласний час – 2000 - №25 (додаток) – с 11 – 14.
2. Вовченко О.І. Про здібності людини. Талант. Урок №1 з питань психології // Позакласний час – 2003 – березень №6 (додаток №1) – с 45 – 47.
3. Губенко О.В. Розвиваємо математичні здібності дитини готуючи її до школи (Поради психолога).//Обдарована дитина – 1999 - №4 с 42 – 47.
4. Завуч – 2001 –лютий (додаток) - №6 с 2 – 16.
5. Ігри, ребуси, тести / Упоряд. О.В. Лєбора. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2007. – с.209 – 210. – (сучасна школа).
6. Крутецький В.А. Психология математических способностей школьников. М., «Просвещение», 1968г
7. М’ясоїд П.А. Здібності // М’ясоїд П.А. Загальна психологія: навч.посібник. – К. – 1998. – с 416 – 436.
8. Обдарована дитина-2007-№7 с 46 – 49, с 20 – 29.
9. Обдарована дитина-2005-№1 с 27 – 31.
10. Обдарована дитина-2003-№3 с 2 – 9.
11. Олексієнко Л. Як розвивати розумові здібності. Бесіда психолога з дітьми.//Шкільний світ. – 2001 – червень (№23) с 6 – 7.
12. Психологічний журнал.-1996-№2 с 80 – 88.
13. Терлецька Л.Г. Загальна характеристика здібностей людини//Психологічна газета – 2004 – листопад №22 с 3 – 4.
14. Федик О. Здібності як об'єкт психологічного аналізу// Психологія і суспільство. – 2002 – №1 – с 28 – 34.

**Додатки**

**Чи маєш ти математичні здібності?**

Дай свій варіант відповіді

1. У дюжині 4 гарних яблука. А скільки поганих?
2. У ящику 48 яблук, у кожній дюжині тільки 8 поганих. Скільки гарних яблук у ящику?
3. Яке число більше від 50 настільки, наскільки воно менше від 60?
4. Ти з приятелем витратива половину грошей у буфеті, а половину з того, що залишилося, на проїзд. Після цього у вас залишилося 40 копійок. Скільки ви витратили в буфеті?
5. За скільки годин машина може проїхати відстань, що дорівнює 400 км, зі швидкістю 50 км за годину?
6. Яке число більше від 36 настільки, наскільки воно більше від 29?
7. Твій годинник поспішає на 4 хв за добу. Якщо він показує о пів на восьму, то скільки він буде показувати опівдні?
8. Сума В і С дорівнює 116. В менше за А на 3, але більше від С на 4. Чому дорівнює А?
9. З кожних 100 осіб семеро не люблять їсти банани. Скільки осіб не люблять їсти банани з 500?
10. Банкір придбав 3 акції по 10 грн, а продав по 6 грн. По 6 грн він продав так само кожну з акцій, яку купив по 5. Якщо його прибуток становить 8 грн, скільки акцій він продав по 5 грн?
11. За який час літак пролетить відстань, що дорівнює 400 км, маючи швидкість 600 км за годину?
12. Якщо 6,5 м тканини коштують 26 грн, то скільки коштують 3,5 м тканини?
13. Якщо продуктів у супермаркеті вистачить для 300 покупців на 2 тижні, то на який час вистачить продуктів для 400 покупців?
14. Припустимо, що А, В, і С – числа. Д – сума цих чисел. Якщо від Д відняти А, чи буде це дорівнювати сумі В і С?
15. Припустимо, що А і В – числа. Д – різниця А і В. Якщо Д плюс А дорівнює В, то В більше за А?
16. 10 корів з’їдає за 10 днів 10 кг сіна. За скільки днів 1 корова з’їсть 1 кг сіна?
17. Продовж ряд чисел: 1, 1, 2, 6,
18. Впиши пропущені числа.

\_ \_ \_ \_

× 4

3 \_ 3 2 \_

19. Припустимо, що букви даного прикладу є числами. Якому числу відповідає кожна буква?

А 1 А

× 2 В

6 3 Д

О 2 О ч

О 8 Ю Д є

20. Припустимо, що букви даного прикладу є числами. Напиши відсутні букви.

5 Ж 4

× Ж 5 ж

2 К И Г

И К К 6 д

И И Ж 4 8 Г є

21. Серед 154 рукавичок зелених на 3 менше, аніж жовтих, але при цьому зелених на 5 більше, аніж синіх. Якщо всі рукавички зелені, жовті й сині, то скільки жовтих?

Ключ: Свої відповіді порівняйте з запропованими відповідями. За кожну співпавшу відповідь отримали 1 бал.

Відповіді:

1) 8; 2) 16;3) 55; 4) 80 копійок; 5) 8 год; 6 43; 7) на 1 хв 15 секунд; 8) 63; 9) 465; 10) 20 акцій; 11) за 40 хв; 12) 14 грн; 13) на 10 днів; 14) так; 15) так; 16) 10; 17) 24; 18) 7582·4=30 328; 19) А=2; Д=6; О=4; В=7; Ю=3; 20) Ж=4; Г=0; И=2; К=7; 21) 55.