Математичний розвиток молодших школярів водночас є метою і результатом початкової математичної освіти, який уявляється складним мисленнєвим процесом, структурно-цілісним, інтегративним за суттю та дискретним і диференційованим за формою. Інтелектуальна здатність молодшого школяра до виконання математичних дій у їх системному взаємозв'язку визначається достатнім рівнем сформованості пізнавальних процесів, мотиваційної сфери, досвіду навчально-творчої діяльності. У навчальному процесі формування гнучкості, рухливості розумових операцій в учнів початкової школи здійснюється поступово за допомогою навчальних завдань різної складності: від традиційних до нестандартних.

Складання нестандартної задачі потрібно розпочинати із вибору параметрів, який має узгоджуватися із темою уроку, вивченим учнями математичним матеріалом на попередніх уроках, підготовленістю молодших школярів до виконання завдань підвищеної складності.

Нестандартні задачі охоплюють клас завдань математичного змісту, які не мають визначеного способу розв'язування і передбачають виконання попереднього аналізу числових даних умови, моделювання за сюжетною лінією, встановлення логіки зв'язків між даними та шуканими величинами, які не подаються безпосередньо. До таких задач відносимо ті, які у підручниках з математики для початкової школи (автор М.В. Богданович) позначені "зірочкою". На уроках ці задачі розглядаються вибірково, однак досить часто пропонуються учням для самостійного опрацювання. Задачі із "зірочкою" не мають однозначного методичного обґрунтування чи пояснення щодо узагальненого способу знаходження відповіді та передбачають достатньо розвинений логічний апарат учнів для їх розв'язування.

Для вчителя сучасної початкової школи однією із умов його професійної компетентності є високий рівень володіння методикою розв'язування нестандартних задач в умовах класу, уміннями інтерпретувати спосіб розв'язування, а також технологією їх складання. Основні дидактичні цілі використання нестандартних задач з математики полягають у:

• створенні дидактичних ситуацій, спрямованих на збагачення математичного матеріалу завданнями нових типів, а саме, розвивального спрямування;

• стимулюванні концептуального, емоційного та мотиваційного складників особистості молодшого школяра під час розв'язування нестандартних задач;

• розвитку пошукових структур мисленнєвої діяльності на математичному матеріалі завдяки підсиленню, активізації логічної складової.

Складність нестандартної задачі залежить від багатьох чинників, з-поміж яких назвемо суб'єктивний (вік дітей, рівень розвитку їхньої пізнавальної діяльності, наявність математичних здібностей, досвіду творчої діяльності) та об'єктивний (стандарти математичної освіти, зміст програми, наявність навчально-методичної літератури).

Умовна класифікація нестандартних задач, основою якої обрано зміст навчання математики у початкових класах:

1. Задачі з варіативними сенсорними ознаками (формою, кольором, величиною).

2. Задачі на обчислення (логіка нумерації, різницеві парадокси, на залежність між компонентами та результатами дій, абстрактного змісту, на поєднання виконання арифметичних дій).

3. Задачі із відношеннями між величинами (порівняння довжин відрізків, віку; на зміну площ, об'ємів, маси, віку; визначення дня тижня).

4. Задачі геометричного змісту (на просторову орієнтацію, метричні і позиційні задачі).

5. Задачі на рух.

Технологія складання нестандартних задач полягає у:

а) визначенні параметрів задачі, які покладаються в основу її сюжетної лінії. Наприклад, відстань між двома населеними пунктами; числа; зріст дітей; довжина відрізків; вік хлопчика і дівчинки тощо. Диференціація параметрів для нестандартної задачі пов'язана також із тими функціями, які вони виконують під час складання і розв'язування задач, а саме із забезпеченням предметної та логічної складових задачі;

б) виборі зв'язків між обраними параметрами, що визначається конкретною темою, дидактичним навантаженням завдань;

в) складанні тексту задачі, структурно цілісного з чітко сформульованою сюжетною лінією.

Основними параметрами у технологічному підході до складання нестандартних задач визначено такі:

а) об'єкти дії як операторна основа у складанні сюжетної лінії задачі та кількість об'єктів;

б) відношення (кількісні, просторові, часові, за величиною, подільності, логічного слідування, порядку, а саме: більше - менше; вище — нижче; старше - молодше; важче - легше; далі - ближче; довше — коротше; швидше — повільніше; справа — зліва; вгорі — внизу); порівняльна характеристика предметів (довший - коротший, більший - менший, старший - молодший тощо);

в) логічні операції (заперечення, кон'юнкція, диз'юнкція, імплікація, еквіваленція), закони логіки (тотожності, виключеного третього, достатньої підстави, подвійного заперечення, силогізму та інші), форми логічного мислення (поняття, судження, висновок), прийоми логічного мислення (аналіз, синтез, порівняння, аналогія, абстрагування, узагальнення, конкретизація).

Складання нестандартної задачі потрібно розпочинати із вибору параметрів, який має узгоджуватися із темою уроку, вивченим учнями математичним матеріалом на попередніх уроках, підготовленістю молодших школярів до виконання завдань підвищеної складності.

Продемонструю на конкретних прикладах технологію складання задач з однією логічною операцією.

Приклад 1. Складання задачі з сенсорними ознаками до теми "Доцифровий період".

Параметри: Об'єкти дії — ялинка, дуб. –

Кількість об'єктів — 2. –

Відношення — "вище".

Логічна операція — заперечення.

Задача. Біля будинку росли ялинка та дуб. Ялинка була не вища, ніж дуб. Яке із дерев вище?

Приклад 2. Складання задачі із часовими відношеннями до теми "Табличне додавання і віднімання з переходом через десяток".

Параметри: Об'єкти дії — брат, сестра. –

Кількість об'єктів — 2. –

Відношення — "молодше". –

Логічна операція — імплікація.

Задача. Якщо брату 4 роки і він молодший від своєї сестри на 4 роки, то скільки років буде сестрі через 4 роки?

Задача. Якщо брату два роки тому було 9 років і він на шість років молодший від сестри, то скільки років сестрі зараз?

Задача. Якщо сестра молодша за брата на п 'ять років і через три роки її вік складатиме 12років, то якого віку брат?

Задача. Якщо чотири року тому вік сестри складав 8 років і вона молодша від брата на чотири роки, то скільки років братові зараз?

Приклад 3. Складання позиційних задач геометричного змісту до теми "Прямокутник".

Параметри: Об'єкти дії - круг, прямокутник, трикутник. –

Кількість об'єктів - 3. –

Відношення - "справа — зліва". –

Логічна операція - імплікація.

Задача. Якщо трикутник перший справа, а прямокутник перший зліва, то як будуть розташовані фігури зліва направо?

Задача. Якщо круг перший справа, а трикутник — не другий зліва, то як будуть розташовані фігури справа наліво?

Приклад 4. Складання задачі на логіку нумерації до теми "Нумерація чисел у межах 100".

Параметри: Об'єкт дії — двоцифрове число. –

Кількість об'єктів — 1. –

Відношення — "більше — менше". –

Логічна операція - кон'юнкція.

Задача. Записати число третього десятка, яке закінчується парною цифрою і ділиться на 7.

Задача. Записати двоцифрове число парними цифрами і щоб кількість десятків була на 6 більша, ніж кількість одиниць.

Задача. Записати двоцифрове непарне число, яке більше 39 і менше 43.

Задача. Назвати найбільше і парне двоцифрове число.

Приклад 5. Складання задачі на поєднання дій до теми "Багатоцифрові числа".

Параметри: Об'єкт дії - багатоцифрові числа. –

Кількість об'єктів — 2. –

Відношення - "подільності". –

Логічна операція - кон'юнкція.

Задача. Частки першого невідомого числа та числа 38 і другого невідомого та числа 27однакові. Це число 9558. Знайти перше і друге невідомі числа.

Задача. Різниця двох чисел дорівнює 108695 і вона (різниця) у 5разів менша за більше із чисел. Знайти невідомі числа.

Задача. Сума двох чисел дорівнює 188232 і одне із чисел більше за друге у 32рази. Знайти невідомі числа.

Задача. Сума двох чисел дорівнює 188232 і вона (сума) більша за одне із чисел у 33рази. Знайти невідомі числа.

З а д а ч а. Різниця двох чисел дорівнює 32081 і їх сума — 93417. Знайти невідомі числа.

Задача. Перше число більше за друге у 17разів, але менше за третє у 3 рази. Різниця між першим і третім числом складає 175812. Назвати всі числа.

Наведені вище приклади ілюструють складання найпростіших задач з однією логічною операцією, тоді як нестандартні задачі містять не тільки логічні операції, а й форми та прийоми мислення у певному поєднанні з прямим чи оберненим ходом розмірковувань.

Проаналізуємо одну із нестандартних задач на предмет параметрів у аспекті технологічного підходу. Для цього оберемо задачу № 961 із підручника математики для 3 класу (автор М.В.Богданович).

Задача. Ліхтарик з батарейкою коштує 4 грн. Хлопчик на всі гроші, які були в нього, міг купити ліхтарик або 4 батарейки. Скільки грошей було у хлопчика?

Аналіз задачі. З умови задачі (Хлопчик на всі гроші, які були в нього, міг купити ліхтарик або 4 батарейки) можна зробити висновок, що ліхтарик та 4 батарейки коштують однаково. За прийомом аналогії формулюється судження про вартість ліхтарика з батарейкою. (Вартість ліхтарика з батарейкою дорівнює вартості 5 батарейок, а саме 4 грн), звідси ціна батарейки обчислюється діленням: 400 : 5 = 80 (к.). Наступне судження: Якщо ціна батарейки 80 к., а хлопчик міг купити 4 батарейки, то у нього було: 80 • 4 = 320 (к.). Відповідь: 3 грн20к.

Отже, у задачі параметрами є: об'єкти дій — батарейка, ліхтарик; відношення - коштують однаково; логічний апарат — прийом аналогії, силогістичне судження, висновок.

Наступний етап складання нестандартних задач полягає у виборі зв'язків між шуканими величинами та об'єктами дій або між об'єктами дій. Вибір відношень пов'язаний як з об'єктами дії, так і з їх кількістю. Подамо різні випадки прикладів нестандартних задач, складених з урахуванням вибору конкретних відношень:

а) між показниками одного об'єкта дії.

Задача. Максиму три роки тому було 3 роки. Скільки йому буде років через три роки?

Задача. Відрізок збільшили на 6 см і він став втричі довший. Якої довжини був відрізок спочатку?

Задача. Через 6 років Петрик буде вчетверо старший, ніж він є зараз. Скільки років Петрику зараз?

Задача. У бідон долили третину того молока, яке було у бідоні. Скільки літрів молока було спочатку у бідоні, якщо стало 28 л?

Задача. Від стрічки відрізали ЇЇ четверту частину. Скільки сантиметрів стрічки відрізали, якщо залишилося 60 см стрічки?

З а д а ч а . До бочки долили спочатку 17л води, а потім відлили третю частину води, яка була у бочці, або 16л. Скільки літрів води спочатку було у бочці?

Задача .До ящика спочатку доклали 8 апельсинів, а потім забрали 11 апельсинів. Скільки апельсинів було спочатку у ящику, якщо їх стало 25?

б) між об'єктами дій у кількох випадках.

Випадок 1. Для цього випадку має бути не менше двох об'єктів дії, причому значення одного подається як відома величина, а другого - шукана.

Приклад 1. Складання задачі на обчислення до теми "Позатабличні випадки ділення".

Параметри: Об'єкт дії — об'єм посудин. –

Кількість об'єктів — 2. –

Відношення - "більше". –

Шукана величина — об'єм другої посудини.

Задача. Об'єм першої посудини 43 л. Якщо об'єм першої посудини збільшити на 37л, то він стане вдвічі більший за об'єм другої посудини. Обчислити об'єм другої посудини.

З а д а ч а . До першого бідона спочатку налили 18 л молока, а пізніше — ще 30л. Після цього у першому бідоні стало втричі більше молока, ніж було у другому бідоні. Скільки молока було у другому бідоні?

Приклад 2. Складання задачі на обчислення до теми "Позатабличні випадки ділення".

Параметри: Об'єкт дії - довжина відрізків. –

Кількість об'єктів - 3. –

Відношення — "менше". –

Шукана величина - довжина третього відрізка.

Задача. Довжина другої смужки вдвічі менша від довжини першої смужки, а довжина третьої смужки втричі менша за довжину другої смужки. Яка довжина третьої смужки, якщо довжина першої смужки 84 см ?

Приклад 3. Складання задачі на обчислення до теми "Нумерація шестицифрових чисел".

Параметри: Об'єкт дії - цифри 2, 3, 5, 6, 7, 9. –

Кількість об'єктів — 6.

Відношення - "подільності", "менше", "рівності". –

Шукана величина — шестицифрове число.

Задача. Записати найменше шестицифрове число, у якому кількість сотень вдвічі менша за кількість десятків тисяч, а кількість одиниць — на 5 менша кількості тисяч.

Задача. Записати найбільше шестицифрове число, у якому різниця кількості одиниць відповідних розрядів класів одиниць і тисяч дорівнює 4.

Задача. Записати найменше шестицифрове число, у якому сума цифр класу тисяч дорівнює сумі цифр класу одиниць.

Випадок 2. У цьому випадку у запитанні задачі міститься вимога визначити кількісні показники кількох об'єктів дії; обчислити числові значення окремих об'єктів дії, які підлягають певним змінам; описати шукані величини на основі даних про зв'язок або відношення між об'єктами дії.

Приклад 1. Складання задачі на обчислення.

Параметри: Об'єкт дії - довжина відрізків. –

Кількість об'єктів — 2. –

Відношення — "менше". –

Шукана величина - довжина відрізків.

Задача. Довжина другого відрізка у 3рази менша або на 6 см коротша, ніж довжина першого відрізка. Яка довжина першого і другого відрізків!

Короткий запис (схематичний):

Розв'язання 1)3-1 = 2 (ч.) - менше у другому відрізку;

2) 6 : 2 = 3 (см) — довжина однієї частини;

3) 3 • 3 = 9 (см) - довжина першого відрізка;

4) 3 • 1 = 3 (см) - довжина другого відрізка.

Перевірка: 9-3 = 6 (см).

В і д п о в і д ь : 9 см, 3 см.

Приклад 2. Складання задачі на обчислення до теми "Позатабличні випадки ділення".

Параметри: Об'єкт дії - об'єм посудин. –

Кількість об'єктів - 2. –

Відношення — "більше". –

Шукана величина — об'єм другої посудини.

Задача. У другому бідоні у Зрази більше молока, ніж: у першому, а всього у бідонах 56л. Скільки літрів молока у кожному бідоні?

Задача. У першому бідоні 33 л молока, а у другому — 8 л. Після того, як до другого бідона налили кілька літрів молока, то у ньому (у другому бідоні) стало у 4 рази менше молока від загального об'єму. Скільки літрів молока долили до другого бідона?

Приклад 3. Складання задачі на обчислення до теми "Периметр трикутника".

Параметри: Об'єкт дії — довжини сторін трикутника. –

Кількість об'єктів — 3. –

Відношення - "більше", "менше". –

Шукана величина — периметр трикутника.

Задача. Найменша сторона трикутника менша, а найбільша сторона трикутника більша за середню за довжиною сторону на 2 см. Обчислити периметр трикутника, якщо найменша із сторін має довжину 7 см.

Задача. Якщо одну із сторін трикутника зменшити на 8 см, то вона стане втричі меншою від другої сторони. Обчислити периметр трикутника, якщо відомо, що дві сторони рівні між: собою, а третя — на 6 см менша від кожної з двох інших.

Приклад 4. Складання задачі на різницеві парадокси до теми "Усне додавання і віднімання трицифрових чисел".

Задача. Від першого числа відняли 60, а до другого числа додали це число. Як змінилася різниця, якщо перше і друге числа були однаковими? (Перевірити на конкретних прикладах).

Задача. Перше число зменшили на 40, а друге число збільшили на 80. Як змінилася різниця між ними, якщо друге число більше від першого1} (Перевірити на конкретних прикладах).

Задача. Перше число зменшили на 60, а друге число збільшили на 90. Як змінилася різниця між ними, якщо друге число менше від першого"] (Перевірити на конкретних прикладах).

Задача. Різниця між першим і другим числами дорівнює 160. Перше число збільшили на 80, а друге число зменшили на 190. Як змінилася різниця чисел ? Якою вона стала! (Перевірити на конкретних прикладах).

Задача. Різниця між першим і другим числами дорівнює 160. Перше число збільшили на 80, а друге число — на 190. Як змінилася різниця чисел? Якою вона стала? (Перевірити на конкретних прикладах).

Задача. Площа першої ділянки складає 170м2, а другої— 230 м^. Як перепланувати ділянки, щоб іх площі стали однаковими!

Задача. Коли від першого сувою відрізали 540 дм тканини, а від другого — 260 дм, то з'ясувалося, що в обох сувоях залишилася однакова кількість тканини. У якому сувої було більше тканини і на скільки? (Перевірити на конкретних прикладах).

Задача. Петрик та Іванко мінялися марками. За 50 марок Іванка Петрик дав йому 80 марок. Після цього обміну з'ясувалося, що у Петрика та Іванка однакова кількість марок. У кого із хлопчиків було більше марок і на скільки? (Перевірити на конкретних прикладах).

Приклад 5. Складання задач на поєднання арифметичних дій до теми "Усне додавання і віднімання трицифрових чисел".

Задача. Невідоме число збільшили на 370 і воно стало меншим від числа 810 на 280. Знайти невідоме число.

Задача. Перше число збільшили на 250, а друге — на 370 і одержали однакові суми, число 720. Обчислити перше і друге числа.

Задача. Перше число зменшили на 180, а друге число збільшили на 360 і одержали однакові результати, число 640. Знайти невідомі числа.

Задача. Невідоме число збільшили на 430 і воно стало більшим за суму чисел 390 та 230 на 90. Знайти невідоме число.

Приклад 6. Складання задачі на знаходження дробу від числа і числа за його дробом до теми "Дроби".

Параметри: Об'єкт дії — кількість сторінок,прочитаних кожним хлопчиком.

Кількість об'єктів — 2.

Відношення — "рівно".

Шукана величина — число за його дробом.

Задача. Семен та Петрик разом читали книгу. Семен прочитав частини книги, тоді як Петрик прочитав 27 сторінок. Скільки сторінок у книзі?

Задача. Оленка прочитала частини книги, а її подруга Маринка дочитала книгу до кінця і прочитала 48 сторінок. Скільки сторінок у книзі?

Задача. У бабусі четверо внуків. Вік найстаршого становить третину, вік кожного із братів-близнюків — четверту, а найменшого — шосту частину віку бабусі. Вік найстаршого із онуків на 12 років більший від віку молодшого. Скільки років бабусі і кожному із онуків?

Приклад 7. Складання позиційних задач з геометричним змістом.

Параметри: Об'єкт дії - квадрати.

Кількість об'єктів - чотири. –

Відношення - "справа", "зліва". –

Шукана величина - ряд геометричних фігур.

Задача. Розфарбувати квадрати так, щоб червоний квадрат лежав між зеленим та жовтим, а зелений — між синім та червоним. Назвати кольори квадратів зліва направо.

Задача. Розфарбувати квадрат, трикутник, прямокутник, коло трьома кольорами (червоним, синім, зеленим) та розмістити так, щоб червона фігура знаходилася між прямокутником та синім квадратом і фігури одного кольору поряд не стояли. Назвати фігури справа наліво.

Задача. Розфарбувати квадрат, трикутник, шестикутник, овал чотирма кольорами (червоним, синім, жовтим, зеленим) та розмістити так, щоб червона фігура знаходилася між трикутником та синьою фігурою, а жовта фігура між червоною та овалом. Перша зліва фігура не квадрат. Назвати фігури справа наліво.

Задача. Розфарбувати прямокутник, овал, трикутник, квадрат трьома кольорами (синім, червоним, зеленим) та розмістити так, щоб прямокутник знаходився між фігурами одного кольору, але не зеленого, а трикутник знаходився між прямокутником та синім квадратом. Назвати фігури справа наліво.

Задача. Розфарбувати п'ятикутник, овал, трикутник, чотирикутник двома кольорами (червоним, синім) та розмістити їх так, щоб фігури одного кольору поряд не знаходилися, трикутник лежав між п'ятикутником та червоним чотирикутником, а першою справа фігура була не овал. Назвати фігури справа наліво.

Задача. Розфарбувати трикутник, квадрат, овал, шестикутник чотирма кольорами (зеленим, червоним, синім, жовтим) та розмістити їх так, щоб трикутник знаходився між червоним овалом та зеленою фігурою. Справа від квадрата — синя фігура. Якого кольору кожна фігура ? Назвати фігури зліва направо.

Приклад 8. Складання задач різних типів на обчислення маси.

Задача. Троє курчат важать стільки ж, скільки одне каченя, а двоє каченят важать так само, як і гусеня. Скільки важать 24, 27курчат?

Задача. Різниця між: масою першого та другого ящиків дорівнює 5 кг, а між масою другого та третього ящиків — 2 кг. Яка маса кожного ящика, якщо загальна маса дорівнює 36 кг?

Задача. Маса двох пакетів 16 кг. Якщо масу першого пакета збільшити на 3 кг, а масу другого пакета зменшити на 1 кг, то маса пакетів стане однаковою. Яка маса кожного із пакетів?

Окрім вищеназваних типів нестандартних задач можна назвати такі, що мають прямий чи обернений хід розмірковувань під час розв'язування:

• прямий хід розмірковувань.

Задача. Завтрашній день — середа. Який день тижня післязавтра?

Задача. Учорашній день — понеділок. Який день тижня завтра?

Задача. Позавчора була п'ятниця. Який день тижня післязавтра?

• обернений хід розмірковувань.

Задача. Учорашній день — понеділок. Який день тижня був позавчора?

Задача. Завтрашній день - субота. Який день тижня був учора?

Задача. Післязавтра буде неділя. Який день тижня був позавчора?

Нестандартні задачі у початковому курсі математики становлять один із напрямів розвитку математичного мислення, формування досвіду творчої діяльності молодших школярів та підвищення рівня технологічного і методичного забезпечення процесу викладання математики у початкових класах.

На завершення хочу зазначити, що в основі лежить постійна співпраця у підсистемах "учитель — клас", "учитель — учень", "учень — учень", "учень — клас".

Література

1. Корчевська О.П. Цікава математика. 1-4 класи: Тернопіль: Астон.- 2002

2. Нечволод Л.І. Нетрадиційні уроки в початковій школі. 2 кл. – Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2006

3. Сухарева Л.С. Сучасний урок у початковій школі. Нестандартні уроки математики у 1-4 класах. – Х: Вид. група «Основа», 2005.