**Методика обучения математике как научная область**

Чтобы подготовить учителя, способного решать задачи обучения математике в современной школе, необходим соответствующий учебный курс (сегодня он называется "Теория и методика обучения математике"), в котором были бы представлены как теоретические основы построения процесса обучения, так и пути их практического применения. Как известно, любая учебная дисциплина отражает особенности соответствующей научной области. Изучение программ, учебных пособий по курсу методики обучения математике в педвузе, сопоставление их содержания с научными источниками выявило ряд противоречий как в оценке статуса и содержания методики как научной области, так и в изложении теоретических основ отдельных тем.

Рассмотрим вопрос о статусе и содержании методики обучения математике как научной области. В последнее десятилетие этой проблеме уделяется значительное внимание в педагогической литературе. Немало усилий для ее решения приложил Г.И.Саранцев. В своей книге "Методология методики обучения математике" ученый пишет:

— на данном этапе развития есть все основания считать методику обучения математике научной областью;

— предметом ее является методическая система обучения математике, находящаяся под влиянием внешней среды;

— закономерности осуществления связей между компонентами методической системы образуют теорию обучения математике [1, с. 42].

Как известно, теории, которые признаны научным сообществом, находят отражение в учебниках. Анализ учебных пособий по методике обучения математике для студентов показал, что в их инвариантную часть традиционно входят следующие разделы:

— формирование математических понятий;

— изучение теорем и их доказательств;

— обучение математической деятельности;

— обучение решению задач;

— основы проектирования урока.

Методологические основания вышеназванных разделов существенно различаются. Например, тема "Формирование математических понятий" опирается на концепции, сложившиеся в теории познания и логике. Проблема обучения математической деятельности решается с позиции теории деятельности (А.Н.Леонтьев), теории поэтапного формирования умственных действий и учения об ООД (Н.Ф.Талызина и П.Я.Гальперин), разработанных в психологии. Воспитательные аспекты обучения математике раскрываются в соответствии с концепциями развития личности, которые разработаны в психологии и педагогике.

Можно говорить о том, что методика обучения математике как научная область должна иметь такую же структуру, как и любая другая наука, т.е. она должна состоять из отдельных научных теорий. Каждая из них имеет один и тот же объект — процесс обучения математике, предметом же исследования является определенный аспект этого процесса.

Заметим, что наша точка зрения относительно *структуры* методики как научной области не противоречит выводам Г.И.Саранцева. Но, на наш взгляд, еще рано говорить о существовании "методической системы обучения математике" в целом. Об этом свидетельствует тот факт, что, во-первых, еще до конца не выявлено ее инвариантное содержание, во-вторых, те "методические системы", которые составляют ядро методики, еще не приобрели статуса теории. В методике формирования математических понятий накопилось немало противоречий, которые нелегко разрешить.

Процесс оформления научного знания в теорию называется теоретизацией науки. Можно утверждать, что по отношению к методике как научной области этот процесс только начинается. Первым этапом должна стать теоретизация отдельных ее составляющих, прежде всего тех, которые входят в инвариантную часть. Большинство из них не доведены до уровня научных теорий, хотя для этого есть некоторые предпосылки.

Развитие науки происходит в рамках определенной парадигмы. На современном этапе в основу общей парадигмы образования положена концепция развития и воспитания личности в процессе обучения. Очевидно, отдельные теории, входящие в состав методики обучения математике, должны строиться с учетом идей гуманизации и гуманитаризации образования. Такие методологические положения называют *внешними* относительно научной теории. Они не входят в ее структуру.

Проблема "устройства" научного знания рассматривалась в трудах В.М.Розина, В.Н.Швырева, В.А.Лекторского, Ю.А.Петрова, А.Л.Никифорова и др. Структура науки, по мнению этих ученых, включает три уровня: методологический, теоретический и эмпирический.

Математика как наука состоит из различного рода научных теорий. В учебниках глобальные методологические вопросы, такие, например, как соотношение эмпирического и теоретического, образование математических понятий, не рассматриваются, но уже на самых ранних этапах изучения математики в ее содержание включаются такие методологические аспекты, как теория множеств и аксиоматический метод построения математических теорий. Конкретные математические теории, концепции включают также внешние по отношению к ним положения и факты, которые объясняют структуру научного знания, являются инструментом решения некоторых теоретических проблем. Подобные знания принято называть методологическими. Они не могут быть получены (объяснены) средствами данной теории, но без них невозможно ее развитие и функционирование. К примеру, разделы методики обучения математике, посвященные отбору и организации содержания школьного курса математики, не могут не учитывать строения соответствующих *математических* теорий, особенности структуры объектов этих теорий. Вследствие этого методика должна содержать и методологические знания и положения. При этом для теорий обучения, связанных с содержанием математики, вряд ли этот слой можно отнести к внешней среде. *Методологические знания, касающиеся структуры, законов функционирования основных объектов теории сами становятся ее компонентами.* Они составляют *научную* парадигму, которая задает "методологические координаты" развития объектов, изучаемых данной наукой или теорией. На их основе разрабатываются, в частности, методические концепции, в которых отражены закономерности обучения математике в рамках рассматриваемой теории. Все это составляет теоретический слой научной области.

Кроме этого слоя, есть и эмпирические знания. К ним можно отнести конкретные методические рекомендации по применению теоретических положений к изучению конкретных объектов. Методику обучения математике часто обвиняют в том, что она не объясняет, а дает рецепты, советы, образцы. "Методическим" теориям, в отличие от любых других, присуще пристальное внимание к процессу применения тех теоретических положений, которые составляют ее содержание. Это могут быть и образцы, и алгоритмы, и просто некоторые ориентиры применения теоретических положений. Такие методические рекомендации вырабатываются конкретными людьми на основе конкретного опыта обучения, полученного в ограниченное время, на ограниченном материале. Они могут быть различными, даже если выведены из сходных положений. Если теория недостаточно разработана, то итогом ее функционирования становятся методические рекомендации, которые являются результатом обобщения практики школьного обучения. Их нельзя отнести даже к разряду эмпирических знаний. Это практические рецепты. Таких "научных" исследований в методической науке немало. Следует заметить, что сомнения в научном статусе методики обучения математике не беспочвенны. Говорить о ее теоретизации еще рано. В настоящее время система образования претерпевает значительные изменения. Очевидно, они должны повлечь за собой и соответствующее развитие теорий методики обучения. Но вряд ли оправдано требовать от методики и как науки, и как учебного предмета немедленной и адекватной реакции на изменения внешней среды. Как известно, научные факты находят отражение в учебниках и внедряются в практику через 40—50 лет после их возникновения. Отсутствие или расплывчатость методологии приводит к тому, что методические исследования либо подменяют труды психологов, либо выдают "рецепты" (обобщение практического опыта обучения).

Существует и другая проблема методической науки. Случается, что методология научного знания разработана, но для появления методической концепции требуется время, необходимое и для теоретических обобщений, и для анализа практики обучения, и для экспериментальной проверки теоретических положений. Например, в психолого-педагогических исследованиях речь идет о личностно ориентированных *технологиях* обучения, но на практике ни одна из них не используется (а может быть, и не может быть использована в условиях классно-урочной системы обучения в школе).

Рассмотрим становление методической теории на примере функционирования и развития теории формирования математических понятий. Термины "функционирование" и "развитие" науки ввел В.М.Розин. Одной из побуждающих сил ее функционирования является анализ противоречий, проблем и различных затруднений, возникающих в научном мышлении и деятельности. Развитие науки побуждается, с одной стороны, логикой научного познания (его требованиями, идеалами, ценностями), с другой — накоплением большого числа противоречий, рассогласований в научных представлениях. В число проблем входят и те, которые возникают в практике: описание новых объектов, включение в теорию знаний, полученных о них, построение концепций новой объектной области и др. Математик и логик А.В.Гладкий справедливо заметил, что ошибки в процессе познания неизбежны и моменты их обнаружения и исправления являются в этом процессе ключевыми. "Не будет слишком большим преувеличением сказать, что все наше знание возникает, в конечном счете, из ошибок и их исправления" [2, с. 160]. Одним из первых, кто теоретически обосновал период перехода от нормального функционирования науки в рамках устоявшейся парадигмы к новому знанию, к новой парадигме, был Томас Кун. Смену парадигмы он назвал научной революцией. Для ученого она означает переход из одного мира в другой, полностью отличный от первого. Он связан со значительными затруднениями по ряду причин. Прежде всего, с точки зрения всех существующих стандартов новая парадигма всегда будет казаться хуже старой. Она не так хорошо соответствует уже накопленным наукой фактам, решает меньше проблем, ее технический аппарат менее разработан, понятия менее точны и т.п. Для того, чтобы совершенствовать ее, раскрыть ее потенциальные возможности, нужны ученые, способные принять новую парадигму и начать ее развивать.

Модель развития науки Т.Куна выглядит следующим образом: существование общепризнанной парадигмы -> рост числа аномалий, приводящий к кризису -> научная революция, означающая смену парадигм.

Становление методической науки проходит по тем же законам, которые определяют развитие любого научного знания. Рассмотрим в качестве примера развитие теории формирования математических понятий в средней школе. Многие десятилетия она функционирует в рамках *объектной* парадигмы (термин введен автором статьи). Перечислим основные ее положения, заимствованные в формальной логике, в которых выражены знания о структуре и способе образования понятий:

• термин "понятие" применяется для обозначения мысленного класса объектов реальной действительности и нашего сознания;

• каждое понятие объединяет в себе класс объектов — объем этого понятия — и характеристическое свойство, присущее всем объектам данного класса и только им, — содержание понятия;

• содержание понятия раскрывается его определением.

Объектная трактовка не раз подвергалась критике со стороны психологов (Л.С.Выготский, М.А.Холодная) как несостоятельная с точки зрения представлений о психической природе научного понятия, механизмах его образования и функционирования. Выбор такой модели в качестве методологической основы построения теории формирования математических понятий в школе ведет к ряду противоречий и проблем в обучении математике. Так, в соответствии с объектной парадигмой введение нового понятия начинается с анализа всех свойств объектов и вычленения *существенных признаков,* которые затем "обобщаются" в понятии. С точки зрения теории познания этот способ характерен, прежде всего, для естествознания и обществознания, где понятия образуются на основе наблюдения реальных объектов. Математика с самого начала имеет дело не с реальными, а с идеализированными объектами. Математические понятия образуются на основе их *изучения.*

Исходя из объектной трактовки, методика формирования математических понятий в школе направлена, прежде всего, на обучение распознаванию объектов на основе определения. При этом недостаточное внимание уделяется изучению тех компонентов понятия, которые необходимы при его применении в практической деятельности, а именно, при решении задач, доказательстве теорем. Анализ деятельности ученика при изучении математики показывает, что для достижения результата он должен владеть целым комплексом суждений о каждом математическом объекте и знать логические связи между ними. Так, решая задачу по геометрии, он рассуждает: "В данном треугольнике два угла равны. Следовательно, он является равнобедренным. Но тогда медиана треугольника, проведенная к его основанию, является его высотой". И так далее. Очевидно, на первый план здесь вы ступает не распознавание геометрической фигуры по определению, а владение этим понятием как системой взаимосвязанных, логически упорядоченных суждений, которые называются свойствами и признаками понятия "равнобедренный треугольник". Формирование подобных систем суждений возможно лишь в результате доказательства теорем, решения задач. Но они рассматриваются вне связи с формированием понятия, поскольку к моменту их изучения оно считается сформированным. Нет сомнений в том, что в процессе изучения соответствующей теории формирование понятия продолжается, оно включается в связи с другими понятиями. Тем не менее, в учебных пособиях по общей методике преподавания математики процесс формирования понятия практически подменяется работой над его определением. В одном из наиболее известных пособий можно прочесть: "Заключительным этапом формирования понятия, как правило, является его определение". В основу методики изучения определений положена следующая точка зрения, заимствованная в формальной логике: определение рассматривается как логическая операция, как некий процесс выделения существенных черт объектов, в результате которого и "рождается" определение. В результате такого определения в школьной практике нашла широкое распространение ложная, на наш взгляд, тенденция — обучение "открытию" определений. Например, авторы одного известного пособия для учителей рекомендуют построить работу над определением угла, вписанного в окружность, таким образом: учащимся предлагается рассмотреть рисунок, на котором изображены окружность и 4 угла, среди них только один является вписанным. "Задается вопрос: Подумайте, какой из углов мы будем называть вписанным в окружность? После обсуждения различных ответов составляется определение". Внешне деятельность учащихся по "открытию" определений выглядит вполне современно, побуждает детей к анализу ситуации. В действительности такая работа сводится к угадыванию нужного ответа, она утомляет школьников, а главное, создает неверные представления о математике в целом. По поводу "открытия" определений Г.Фройденталь, автор известного пособия для учителей, писал: "Как можно определить нечто, коль скоро не знают того, что определяют?" [3, с. 48].

На самом деле математические определения играют двоякую роль: во-первых, они закрепляют термин за изучаемым классом объектов, во-вторых, служат начальным звеном в цепи дедуктивных рассуждений, в результате которых возникают научные теории, математические понятия. Строгие определения появляются лишь после того, как теория уже настолько развита, что возникает потребность в ее логическом упорядочении. Выбор определения — забота ученого, который выстраивает соответствующую теорию.

Теоретизация научного знания начинается, как правило, с уточнения терминологии. Анализ, связанный с категорией понятия в логике, показал, что термины "свойство", "признак" не используются как научные. Одно и то же суждение называют и признаком, и свойством, и характеристическим свойством, тогда как в математике термины "признак" и "свойство" имеют точное значение. Они характеризуют отношения между понятием и тем суждением, которое высказано о нем. Терминологическая "чехарда" наблюдается и в учебных пособиях по методике обучения математике, в которых теоретические основы формирования математических понятий излагаются в рамках "объектной" парадигмы. Так, содержание понятия "биссектриса угла" составляют следующие суждения: луч; выходит из вершины угла; делит угол пополам. Здесь выделены те свойства биссектрисы, которые составляют ее определяющий признак. Но в содержание понятия "параллелограмм" включены свойства: противоположные стороны равны; противоположные углы равны; диагонали точкой пересечения делятся пополам и др. Каждое из них само может служить определяющим признаком понятия. Если бы авторы пособий рассматривали содержание понятия "параллелограмм" с тех же позиций, что и содержание понятия "биссектриса угла", то оно должно было бы включать следующие суждения: четырехугольник, противоположные стороны параллельны. Такая терминологическая путаница — следствие того, что трактовка понятия в логике не соответствует пониманию его сущности в математике. С позиции математики в содержание понятия "параллелограмм" входят и определяющий признак, и указанные в пособиях свойства, и не только они. Содержание понятия "параллелограмм" составляет вся известная на данный момент информация об этой фигуре. Такая трактовка понятия начинает развиваться в теории познания. Нами построена логическая модель, которая показала, что математическое понятие не вписывается в рамки "объектных" представлений. Исходя из предлагаемой модели понятия, которую мы назвали логико-информативной, объем понятия состоит из понятий, а не из отдельных объектов. С определения развитие понятия только начинается. Построение теории формирования математических понятий на основе логико-информативной модели может означать переход к новой парадигме. Новый "методологический" каркас теории формирования математических понятий позволяет не только избавиться от тех противоречий, которые присущи "объектному" подходу, но и существенным образом изменить методику формирования математических понятий, перенеся акцент с усвоения определения и обучения распознаванию объектов на раскрытие содержания понятия. Это позволяет не только успешно применять понятия в рассуждениях, в деятельности, но и существенным образом влияет на процесс обучения другим единицам математического содержания: теоремам, задачам.

Для качественной профессиональной подготовки учителя необходим учебный курс и хорошие пособия к нему. За последние десять лет уже несколько раз менялась программа учебной дисциплины, обеспечивающей методическую подготовку учителя. В настоящее время данный курс называется "Теория и методика обучения математике". Само название курса противоречиво. На наш взгляд, либо это должен быть курс "Теория и практика обучения математике", либо "Теории обучения математике". На страницах журнала "Педагогика" уже не раз обсуждался вопрос о названии подобной учебной дисциплины. Предлагались варианты "Педагогика математики" и "Дидактика математики". Термин "педагогика математики" использовал известный ученый-методист А.А.Столяр, но он "не прижился" в научном сообществе. И педагогика, и дидактика — термины, уже используемые в определенных значениях, в сознании ученых они связаны с конкретными представлениями. По нашему мнению, учебный предмет, обеспечивающий профессиональную подготовку учителя математики, следует называть "Теория обучения математике в школе". По курсу общей методики написано в настоящее время более десятка учебных пособий на базе разных педвузов. Настала пора создать такой авторский коллектив, который создаст учебное пособие, отвечающее всем требованиям к методической подготовке будущего учителя математики.

В заключение выделим основные положения данной статьи.

1. В педагогических науках в последние десятилетия наблюдается активный процесс теоретизации, который выражается в уточнении терминологии методологических и теоретических концепций.

2. Методика обучения математике в школе — научная область, представляющая собой совокупность теорий, объектом которых является процесс обучения математике в школе, предметом — некоторый аспект этого процесса.

3. Развитие методики обучения математике как научной области осуществляется под влиянием внешней среды. Особое значение для развития методической науки имеет образовательная парадигма, соответствующая каждому этапу в развитии методики. В настоящее время развитие методической науки осуществляется в рамках парадигмы личностно ориентированного обучения.

4. В соответствии с закономерностями строения научных теорий "методические" теории содержат в своей структуре:

а) методологические положения, используемые в построении методических концепций теории, относящиеся преимущественно к внешней среде;

б) теоретический слой, который представлен методологическими положения ми, описывающими структуру и действия с основными объектами теории, и методической концепцией и ее обоснованием;

в) эмпирические знания, которые в теории представлены методическими рекомендациями по применению соответствующей концепции.

5. Как показывает пример развития теории формирования математических понятий, назрели предпосылки изменения методологических основ построения некоторых "методических" теорий.

**Список литературы**

1. Саранцев Т.Н. Методология методики обучения математике. Саранск, 2005.

2. Гладкий А.В. Введение в современную логику: Учебное пособие. М., 2007.

3. Фройденталъ Г. Математика как педагогическая задача: Пособие для учителей. Сокр. пер. с нем. Ч. 2 / Под ред. Н.Я.Виленкина. М., 1982.