**Математический инструментарий финансового менеджмента**

Продченко И.А.

**Концепция и математический инструментарий оценки стоимости денег во времени и учета фактора инфляции**

При решении большинства задач финансового менеджмента применяются математические методы расчетов. Это, в свою очередь, требует от специалистов знания основ финансовой математики. Уяснению этих основ и посвящается данная тема.

Финансовый менеджмент подразумевает постоянное осуществление различного рода финансово-экономических расчетов, связанных с потоками денежных средств в разные периоды времени. Ключевую роль в этих расчетах играет оценка стоимости денег во времени.

Концепция стоимости денег во времени состоит в том, что стоимость денег с течением времени изменяется с учетом нормы прибыли на финансовом рынке, в качестве которой обычно выступает норма ссудного процента (или процента).



Концепция стоимости денег во времени играет основополагающую роль в практике финансовых вычислений. Она предопределяет необходимость учета фактора времени в процессе осуществления любых долгосрочных финансовых операций путем оценки и сравнения стоимости денег при начале финансирования со стоимостью денег при их возврате в виде будущей прибыли, амортизационных отчислений, основной суммы долга и т.д.

В процессе сравнения стоимости денежных средств при планировании их потоков в продолжительном периоде времени используется два основных понятия — будущая стоимость денег или их настоящая стоимость.

Будущая стоимость денег представляет собой сумму инвестированных в настоящий момент средств, в которую они превратятся через определенный период времени с учетом определенной ставки процента (процентной ставки). Определение будущей стоимости денег характеризует процесс наращения их стоимости (компаундинг), который состоит в присоединении к их первоначальной сумме начисленной суммы процентов.



Настоящая стоимость денег представляет собой сумму будущих денежных средств, приведенную с учетом определенной ставки процента к настоящему периоду времени. Определение настоящей стоимости денег характеризует процесс дисконтирования их стоимости, который представляет операцию, обратную наращению, осуществляемую путем изъятия из будущей стоимости соответствующей суммы процентов (дисконтной суммы или «дисконта»).



При проведении финансовых вычислений, связанных с оценкой стоимости денег во времени, процессы наращения или дисконтирования стоимости могут осуществляться как по простым, так и по сложным процентам.



Простой процент представляет собой сумму дохода, начисляемого к основной сумме денежного капитала в каждом интервале общего периода его использования, по которой дальнейшие ее перерасчеты не осуществляются. Начисление простого процента применяется, как правило, при краткосрочных финансовых операциях.



Сложный процент представляет собой сумму дохода, начисляемого в каждом интервале общего периода его использования, которая не выплачивается, а присоединяется к основной сумме денежного интервала и в последующем платежном интервале сама приносит доход. Начисление сложного процента применяется, как правило, при долгосрочных финансовых операциях (инвестировании, кредитовании и т.п.).



Основным инструментом оценки стоимости денег во времени выступает процентная ставка (ставка процента) — удельный показатель, в соответствии с которым в установленные сроки выплачивается сумма процента в расчете на единицу денежного капитала.



Система основных базовых понятий позволяет последовательно рассмотреть математический инструментарий оценки стоимости денег во времени в разрезе наиболее характерных вариантов осуществления такой оценки. Этот математический инструментарий дифференцируется в разрезе следующих видов вычислений.

Математический инструментарий оценки стоимости денег по простым процентам использует наиболее упрощенную систему расчетных алгоритмов.

При расчете суммы простого процента в процессе наращения стоимости (компаундинга) используется следующая формула:



I = Р × n × i ,

где I — сумма процента за обусловленный период времени в целом;

Р — первоначальная сумма (стоимость) денежных средств;

n — количество интервалов, по которым осуществляется расчет процентных платежей, в общем обусловленном периоде времени;

i — используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью.

В этом случае будущая стоимость вклада (S) с учетом начисленной суммы процента определяется по формуле:

S = Р + I = Р × (1 + ni).

Множитель (1 + ni) называется коэффициентом наращения суммы простых процентов. Его значение всегда должно быть больше единицы.

При расчете суммы простого процента в процессе дисконтирования стоимости (т.е. суммы дисконта) используется следующая формула:



D = S — S x 1/1 + ni

где D — сумма дисконта (рассчитанная по простым процентам) за обусловленный период времени в целом;

S — стоимость денежных средств;

n — количество интервалов, по которым осуществляется расчет процентных платежей, в общем обусловленном периоде времени;

i — используемая дисконтная ставка, выраженная десятичной дробью.

В этом случае настоящая стоимость денежных средств (F) с учетом рассчитанной суммы дисконта определяется по следующей формуле:

F = S × 1/1+ni.

Используемый множитель (1/1+ni) называется коэффициентом дисконтирования. Его значение всегда должно быть меньше единицы.

Математический инструментарий оценки стоимости денег по сложным процентам использует более обширную и более усложненную систему расчетных алгоритмов.

При расчете будущей суммы вклада (стоимости денежных средств) в процессе его наращения по сложным процентам используется следующая формула:

Sc = P × (1 + i)n

где Sc — будущая стоимость вклада (денежных средств) при его наращении по сложным процентам;

Р — первоначальная сумма вклада;

i — используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью;

n — количество интервалов, по которым осуществляется каждый процентный платеж, в общем обусловленном периоде времени.

При расчете настоящей стоимости денежных средств в процессе дисконтирования по сложным процентам используется следующая формула:



Pc = S / (1 + i)n

где Pc — первоначальная сумма вклада;

S — будущая стоимость вклада при его наращении, обусловленная условиями инвестирования;

i — используемая дисконтная ставка, выраженная десятичной дробью;

n — количество интервалов, по которым осуществляется каждый процентный платеж, в общем обусловленном периоде времени.

При оценке стоимости денег во времени по сложным процентам необходимо иметь в виду, что на результат оценки оказывает большое влияние не только используемая ставка процента, но и число интервалов выплат в течение одного и того же общего платежного периода. Иногда оказывается более выгодным инвестировать деньги под меньшую ставку процента, но с большим числом интервалов в течение предусмотренного периода платежа.



Коэффициенты наращения и дисконтирования суммы сложных процентов положены в основу специальных таблиц финансовых вычислений, с помощью которых при заданных размерах ставки процента и количества платежных интервалов можно легко вычислить настоящую или будущую стоимость денежных средств по сложным процентам.



Математический инструментарий оценки стоимости денег при аннуитете связан с использованием наиболее сложных алгоритмов и определением метода начисления процента — предварительным (пренумерандо) или последующим (постнумерандо).



При расчете будущей стоимости аннуитета на условиях предварительных платежей (пренумерандо) используется следующая формула:

SApre = R × ([(1+i)n - 1] / i) × (1+i),

где SApre — будущая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо);

R — член аннуитета, характеризующий размер отдельного платежа;

i — используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью;

n — количество интервалов, по которым осуществляется каждый платеж, в общем обусловленном периоде времени.

При расчете будущей стоимости аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо), применяется следующая формула;



SApost = R × [(1+i)n – 1 / i],

где SApost — будущая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо);

R — член аннуитета, характеризующий размер отдельного платежа;

i — используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью;

n — количество интервалов, по которым осуществляется каждый платеж, в общем обусловленном периоде времени.

В процессе расчета аннуитета возможно использование упрощенных формул, основу которых составляет только член аннуитета (размер отдельного платежа) и соответствующий стандартный множитель (коэффициент) его наращения или дисконтирования.



Использование стандартных коэффициентов наращения и дисконтирования стоимости существенно ускоряет и облегчает процесс оценки стоимости денег во времени.

В финансовом менеджменте постоянно приходится считаться с фактором инфляции, которая с течением времени обесценивает стоимость находящихся в обращении денежных средств.



Стабильность проявления фактора инфляции и его активное воздействие на результаты финансовой деятельности предприятия определяют необходимость постоянного учета влияния этого фактора в процессе финансового менеджмента.

Концепция учета влияния фактора инфляции в управлении различными аспектами финансовой деятельности предприятия заключается в необходимости реального отражения стоимости его активов и денежных потоков, а также в обеспечении возмещения потерь доходов, вызываемых инфляционными процессами, при осуществлении различных финансовых операций.



Для оценки интенсивности инфляционных процессов в стране используются два основных показателя, учитывающих фактор инфляции в финансовых вычислениях — темп и индекс инфляции.

Темп инфляции характеризует показатель, отражающий размер обесценения (снижения покупательной способности) денег в определенном периоде, выраженный приростом среднего уровня цен в процентах к их номиналу на начало периода.



Индекс инфляции характеризует показатель, отражающий общий рост уровня цен в рассматриваемом периоде, определяемый путем суммирования базового их уровня на начало периода (принимаемого за единицу) и темпа инфляции в этом же периоде (выраженного десятичной дробью).



При расчетах, связанных с корректировкой стоимости денег с учетом фактора инфляции, принято использовать два понятия — номинальная и реальная сумма денежных средств.

Номинальная сумма денежных средств отражает оценку размеров денежных активов в соответствующих денежных единицах без учета изменения покупательной стоимости денег в рассматриваемом периоде.



Реальная сумма денежных средств отражает оценку размеров денежных активов с учетом изменения уровня покупательной стоимости денег в рассматриваемом периоде, вызванного инфляцией.



Для расчета этих сумм денежных средств в процессе наращения или дисконтирования стоимости денег во времени используются соответственно номинальная и реальная ставка процента.



Номинальная процентная ставка характеризует ставку процента, устанавливаемую без учета изменения покупательной способности денег в связи с инфляцией (или общую процентную ставку, в которой не элиминирована ее инфляционная составляющая).



Реальная процентная ставка характеризует ставку процента, устанавливаемую с учетом изменения покупательной стоимости в рассматриваемом периоде в связи с инфляцией.



С учетом рассмотренных базовых понятий формируется конкретный методический инструментарий, позволяющий учесть фактор инфляции в процессе управления финансовой деятельностью предприятия.

Математический инструментарий прогнозирования годового темпа и индекса инфляции основывается на ожидаемых среднемесячных ее темпах. Результаты прогнозирования служат основой последующего учета фактора инфляции в финансовой деятельности предприятия.

При прогнозировании годового темпа инфляции используется следующая формула:

ТИГ = (1 +ТИМ)12- 1 ,

где ТИГ — прогнозируемый годовой темп инфляции, выраженный десятичной дробью;

ТИМ — ожидаемый среднемесячный темп инфляции в предстоящем периоде, выраженный десятичной дробью.

По указанной формуле может быть рассчитан не только прогнозируемый годовой темп инфляции, но и значение этого показателя на конец любого месяца предстоящего года.

При прогнозировании годового индекса инфляции используются следующие формулы:

ИИГ = 1 +ТИГ или ИИГ = (1 + ТИМ)12 ,

где ИИГ — прогнозируемый годовой индекс инфляции, выраженный десятичной дробью;

ТИГ — прогнозируемый годовой темп инфляции, выраженный десятичной дробью (рассчитанный по ранее приведенной формуле);

ТИМ — ожидаемый среднемесячный темп инфляции, выраженный десятичной дробью.

Математический инструментарий формирования реальной процентной ставки с учетом фактора инфляции основывается на прогнозируемом номинальном ее уровне на финансовом рынке (результаты такого прогноза отражены обычно в ценах фьючерсных и опционных контрактов, заключаемых на фондовой бирже) и результатах прогноза годовых темпов инфляции. В основе расчета реальной процентной ставки с учетом фактора инфляции лежит Модель Фишера, которая имеет следующий вид:



1 + Ip = (1 - Тn) / (1 + ТИ),

где Ip — реальная процентная ставка (фактическая или прогнозируемая в определенном периоде), выраженная десятичной дробью;

In — номинальная процентная ставка (фактическая или прогнозируемая в определенном периоде), выраженная десятичной дробью;

ТИ — темп инфляции (фактический или прогнозируемый в определенном периоде), выраженный десятичной дробью.

Следует отметить, что прогнозирование темпов инфляции представляет собой довольно сложный и трудоемкий вероятностный процесс, в значительной степени подверженный влиянию субъективных факторов. Поэтому в практике финансового менеджмента может быть использован более простой способ учета фактора инфляции. В этих целях стоимость денежных средств при их последующем наращении или размер необходимого дохода при последующем его дисконтировании пересчитывается заранее из национальной валюты в одну из «сильных» (т.е. в наименьшей степени подверженных инфляции) свободно конвертируемых валют по курсу на момент проведения расчетов. Процесс наращения или дисконтирования стоимости осуществляется затем по реальной процентной ставке (минимальной реальной норме прибыли на капитал). Такой способ оценки настоящей или будущей стоимости необходимого дохода позволяет вообще исключить из ее расчетов фактор инфляции внутри страны.



**Концепция и математический инструментарий учета факторов риска и ликвидности**

Наряду с временным изменением стоимости денег, на решения в области финансового менеджмента оказывают влияние и два других фактора: риска и ликвидности.



Так, финансовый риск оказывает серьезное влияние на многие аспекты хозяйственной деятельности предприятия, однако наиболее значимое его влияние проявляется в двух направлениях: 1) уровень риска оказывает определяющее воздействие на формирование уровня доходности финансовых операций предприятия — эти два показателя находятся в тесной взаимосвязи и представляют собой единую систему «доходность — риск»; 2) финансовый риск является основной формой генерирования прямой угрозы банкротства предприятия, так как финансовые потери, связанные с этим риском, являются наиболее ощутимыми.



Учет фактора риска в процессе управления финансовой деятельностью предприятия сопровождает подготовку практически всех управленческих решений.

Концепция учета фактора риска состоит в объективной оценке его уровня с целью обеспечения формирования необходимого уровня доходности финансовых операций и разработки системы мероприятий, минимизирующих его негативные финансовые последствия для хозяйственной деятельности предприятия.



Для начала нам необходимо разобраться в содержании категории «финансовый риск». Наиболее часто в литературе встречается следующее: финансовый риск — совокупность специфических видов риска, генерируемых неопределенностью внутренних и внешних условий осуществления финансовой деятельности предприятия.



Существует две основные формы финансового риска: индивидуальный и портфельный.

Индивидуальный финансовый риск — риск, присущий отдельным финансовым операциям предприятия, или отдельным финансовым инструментам, используемым им в процессе хозяйственной деятельности.



Портфельный финансовый риск — общий риск, присущий сформированной совокупности финансовых инструментов, связанных с осуществлением определенных видов финансовых операций.



Математический инструментарий оценки уровня финансового риска является наиболее обширным, так как включает в себя разнообразные экономико-статистические, экспертные, аналоговые методы осуществления такой оценки. Выбор конкретных методов оценки определяется наличием необходимой информационной базы и уровнем квалификации менеджеров.

Экономико-статистические методы составляют основу проведения оценки уровня финансового риска. К числу основных расчетных показателей такой оценки относятся:

а) уровень финансового риска. Он характеризует общий алгоритм оценки этого уровня, представленный следующей формулой:

УР = ВР × РП,

где УР — уровень соответствующего финансового риска;

ВР — вероятность возникновения данного финансового риска;

РП — размер возможных финансовых потерь при реализации данного риска.

В практике использования этого алгоритма размер возможных финансовых потерь выражается обычно абсолютной суммой, а вероятность возникновения финансового риска — одним из коэффициентов измерения этой вероятности (коэффициентом вариации, бета-коэффициентом и др.);

б) дисперсия. Она характеризует степень колеблемости изучаемого показателя (в данном случае — ожидаемого дохода от осуществления финансовой операции) по отношению к его средней величине. Расчет дисперсии осуществляется по следующей формуле:



σ2 = ∑ (Ri — Rср.)2 × Pi,

где σ2 — дисперсия;

Ri — конкретное значение возможных вариантов ожидаемого дохода по рассматриваемой финансовой операции;

Rср. — среднее ожидаемое значение дохода по рассматриваемой финансовой операции;

Pi — возможная частота (вероятность) получения отдельных вариантов ожидаемого дохода по финансовой операции;

в) коэффициент вариации. Он позволяет определить уровень риска, если показатели среднего ожидаемого дохода от осуществления финансовых операций различаются между собой. Расчет коэффициента вариации осуществляется по следующей формуле:

CV = σ / Rср.,

где CV — коэффициент вариации;

σ — среднеквадратическое (стандартное) отклонение;

Rср. — среднее ожидаемое значение дохода по рассматриваемой финансовой операции.

Экспертные методы оценки уровня финансового риска применяются в том случае, если на предприятии отсутствуют необходимые информативные данные для осуществления расчетов экономико-статистическими методами. Эти методы базируются на опросе квалифицированных специалистов (страховых, финансовых, инвестиционных менеджеров соответствующих специализированных организаций) с последующей математической обработкой результатов этого опроса.

В целях получения более развернутой характеристики уровня риска по рассматриваемой операции опрос следует ориентировать на отдельные виды финансовых рисков, идентифицированные по данной операции (процентный, валютный, инвестиционный и т.п.).



В процессе экспертной оценки каждому эксперту предлагается оценить уровень возможного риска, основываясь на определенной балльной шкале, например:

|  |  |
| --- | --- |
| степень риска | баллов |
| риск отсутствует | 0 |
| риск незначительный | 10 |
| риск ниже среднего уровня | 30 |
| риск среднего уровня | 50 |
| риск выше среднего уровня | 70 |
| риск высокий | 90 |
| риск очень высокий | 100 |

Аналоговые методы оценки уровня финансового риска позволяют определить уровень рисков по отдельным наиболее массовым финансовым операциям предприятия. При этом для сравнения может быть использован как собственный, так и внешний опыт осуществления таких финансовых операций.

Математический инструментарий формирования необходимого уровня доходности финансовых операций с учетом фактора риска позволяет обеспечить четкую количественную пропорциональность этих двух показателей в процессе управления финансовой деятельностью предприятия.

При определении необходимого уровня премии за риск используется следующая формула:

RPn = (Rn ср. — An) × β,

где RPn — уровень премии за риск по конкретному финансовому (фондовому) инструменту;

Rn ср. — средняя норма доходности на финансовом рынке;

An — безрисковая норма доходности на финансовом рынке;

β — бета-коэффициент, характеризующий уровень систематического риска по конкретному финансовому (фондовому) инструменту.

При определении необходимой суммы премии за риск используется следующая формула:

RPS = SI × RPn ,

где RPS — сумма премии за риск по конкретному финансовому (фондовому) инструменту в настоящей стоимости;

SI — стоимость (котируемая цена) конкретного финансового (фондового) инструмента;

RPn — уровень премии за риск по конкретному финансовому (фондовому) инструменту, выраженный десятичной дробью.

При определении общего уровня доходности финансовых операций с учетом фактора риска используется следующая формула:

RDn = An + RPn ,

где RDn — общий уровень доходности по конкретному финансовому (фондовому) инструменту с учетом фактора риска;

An — безрисковая норма доходности на финансовом рынке;

RPn — уровень премии за риск по конкретному финансовому (фондовому) инструменту.

Изложенный выше методический инструментарий формирования необходимого уровня доходности финансовых операций с учетом фактора риска построен на «Ценовой Модели Капитальных Активов», разработанной Г. Марковицем и У. Шарпом (за разработку этой модели они были удостоены в 1990 году Нобелевской премии).



Финансовый менеджмент тесно связан с категорией ликвидности, которая применительно к теории управления финансовой деятельностью имеет ряд аспектов. В экономической литературе по проблеме финансового менеджмента выделяют обычно понятия ликвидности предприятия (возможность его быстрой реализации при банкротстве или самоликвидации), ликвидности активов (обеспечивающую текущую платежеспособность предприятия) и ликвидности намечаемых объектов инвестирования (обеспечивающую потенциальную возможность быстрого реинвестирования капитала при изменившейся конъюнктуре финансового рынка).



Ликвидность объектов инвестирования оказывает существенное влияние на уровень доходности соответствующих финансовых операций. Чем ниже ликвидность отдельных объектов (инструментов) инвестирования, тем соответственно выше должен быть необходимый уровень доходности по ним, обеспечивающий возмещение финансовых потерь, связанных с предстоящей высокой продолжительностью их реализации при реинвестировании капитала. Взаимосвязь этих показателей носит обратный характер и формирует шкалу «доходность — ликвидность», определяющую количественные пропорции их уровней в процессе осуществления финансовых операций, связанных с инвестированием капитала. Таким образом, фактор ликвидности является объективным фактором, обусловливающим выбор управленческих решений по формированию уровня доходности соответствующих финансовых операций.

Концепция учета фактора ликвидности состоит в объективной оценке ее уровня по намечаемым объектам инвестирования с целью обеспечения необходимого уровня доходности по ним, возмещающего возможное замедление денежного оборота при реинвестировании капитала.



Математический инструментарий учета фактора ликвидности позволяет решать основной круг задач, определяемых при подготовке соответствующих инвестиционных решений.

Математический инструментарий оценки уровня ликвидности инвестиций обеспечивает осуществление такой оценки в абсолютных и относительных показателях.

Основным абсолютным показателем оценки ликвидности является общий период возможной реализации соответствующего объекта (инструмента) инвестирования. Он рассчитывается по следующей формуле:

ОПЛ = ПКВ — ПКА ,

где ОПЛ — общий период ликвидности конкретного объекта (инструмента) инвестирования, в днях;

ПКВ — возможный период конверсии конкретного объекта (инструмента) инвестирования в денежные средства, в днях;

ПКА — технический период конверсии инвестиций с абсолютной ликвидностью в денежные средства, принимаемый обычно за 7 дней.

Основным относительным показателем оценки уровня ликвидности инвестиций является коэффициент их ликвидности, определяемый по формуле:

КЛИ = ПКА / ПКВ ,

где КЛИ — коэффициент ликвидности инвестиций;

ПКА — технический период конверсии инвестиций с абсолютной ликвидностью в денежные средства, принимаемый обычно за 7 дней;

ПКВ — возможный период конверсии конкретного объекта (инструмента) инвестирования в денежные средства, в днях.

Математический инструментарий формирования необходимого уровня доходности инвестиционных операций с учетом фактора ликвидности основан на взаимозависимости этих показателей, определяющих шкалу «доходность — ликвидность».

Определение необходимого уровня премии за ликвидность осуществляется по следующей формуле:

ПЛ = (ОПЛ × ДН ) / 360,

где ПЛ — необходимый уровень премии за ликвидность, в процентах;

ОПЛ — общий период ликвидности конкретного объекта инвестирования, в днях;

ДН — средняя годовая норма доходности по инвестиционным объектам (инструментам) с абсолютной ликвидностью, в процентах.

Определение необходимого общего уровня доходности с учетом фактора ликвидности осуществляется по следующей формуле:

ДЛН = ДН + ПЛ,

где ДЛН — необходимый общий уровень доходности с учетом фактора ликвидности, в процентах;

ДН — средняя годовая норма доходности по инвестиционным объектам (инструментам) с абсолютной ликвидностью, в процентах;

ПЛ — необходимый уровень премии за ликвидность, в процентах.

Выше был рассмотрен универсальный математический инструментарий вычислений, наиболее широко используемый в современной практике финансового менеджмента. Математический инструментарий расчетов отдельных специальных показателей будет рассматривается в последующих лекциях.

**Список литературы**

Бланк И.А. Энциклопедия финансового менеджера. Вып. 1: Концептуальные основы финансового менеджмента. — Киев: Эльга, Ника-Центр, 2004.

Ковалев В.В. Финансовый анализ: методы и процедуры. — М.: Финансы и статистика, 2003.

Практикум по аудиту и финансовому менеджменту: Учеб. пособие / А.Е. Суглобов, В.В. Нитецкий, Т.А. Козенкова. — М.: КНОРУС, 2007.

Бригхем Ю., Гапенски Л. Финансовый менеджмент: Полный курс: В 2-х т. / Пер. с англ.; Под ред. В.В. Ковалева. — СПб.: Экономическая школа, 1997.

Балабанов И.Т. Основы финансового менеджмента: Учеб. пособие. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Финансы и статистика, 2001.

Перар Ж. Управление финансами: С упражнениями: Пер. с фр. — М.: Финансы и статистика, 1999.

Станиславчик Е.Н. Основы финансового менеджмента. — М.: Ось-89, 2001.